

João Ferreira de Almeida
José Madureira Pinto
Maria Eduarda Cruzeiro

A propósito do problema da causalidade em ciências sociais:

o modelo de decomposição
de proporções de R. Boudon

Depois da localização de alguns dos aspectos específicos do problema da causalidade e da explicação em ciências sociais, os autores procuram analisar o significado e certas consequências da existência de um hiato entre as linguagens da teoria e a investigação empírica. Numa parte II procedem à apresentação de um modelo formal que Raymond Boudon propõe como instrumento adequado à análise empírica da causalidade. Tentam, finalmente, mostrar, através de uma sua aplicação sistemática, que este modelo permite obter, em relação à técnica da «análise multivariada», um maior grau de rigor no estabelecimento das relações de causalidade entre variáveis.

I

1. O problema da análise causal em ciências sociais

A questão da causalidade está intimamente ligada às noções de lei e de explicação científicas. A explicação de um fenómeno ou de um conjunto de fenómenos, constituídos em objecto de conhecimento científico, tem como uma das suas dimensões privilegiadas o enunciado das respectivas causas.

Para o senso comum é normalmente entendido como causa um acontecimento singular que produz sempre determinado resultado. A explicação de um fenómeno Y esgotar-se-ia na busca da sua condição necessária (X é condição necessária de Y se Y não ocorre sem que X ocorra) e suficiente (X é condição suficiente de Y se, sempre que X ocorre, Y também ocorre). Ou seja, se se pode determinar que nunca X ou Y podem ocorrer um sem o outro, se, portanto, X é simultaneamente condição necessária e suficiente

de Y, estamos perante uma situação em que se pode afirmar a existência de causalidade.

Em termos de análise científica, e nomeadamente no que respeita às ciências sociais, o problema da explicação não pode, no entanto, ser colocado apenas nos termos acima enunciados. Em primeiro lugar, a análise da causalidade não é senão uma das formas (embora provavelmente privilegiada) de explicação científica. Em segundo lugar, os objectos de conhecimento construídos pelas ciências sociais não se deixam apropriar segundo o modelo da *causa explicativa isolada, pontual* e susceptível de representação precisa através duma função matemática. A explicação causal traduzir-se-á antes no enunciado de uma pluralidade de condições determinantes cuja verificação simultânea confere um certo grau de probabilidade à ocorrência de determinados resultados. Nalguns casos, quando se delimita analiticamente um objecto de conhecimento por forma a isolar um pequeno número de variáveis, serão possíveis enunciados bastante rigorosos que conterão quantificações dos efeitos diferenciais das variáveis retidas como independentes. Estar-se-á próximo das situações experimentais clássicas: a contrapartida do rigor é a transferência das dificuldades para as condições de generalização dos resultados a situações complexas, diversas das condições artificiais da situação experimental. Por outras palavras, o que se ganhou em termos de precisão nas formulações perde-se normalmente em termos de potência explicativa.

Em pesquisas de tipo observacional terá frequentemente de se lidar com blocos de variáveis independentes, na medida em que a respectiva intercorrelação seja tal que se torne impeditiva da detecção minimamente rigorosa dos seus efeitos diferenciais. Uma vez que as intercorrelações não são perfeitas, é por vezes possível analisar esses efeitos, desde que se disponha de amostras suficientemente amplas e de medidas aproximativas (cujos erros introduzirão de resto sérias distorções) de cada uma das variáveis implicadas. Frequentemente, porém, não se poderá ir além de um tratamento conjunto do «cacho» de variáveis.

No grau máximo de generalidade chegaremos a proposições de *causalidade estrutural*, integrando grandes conjuntos de factores: estamos então longe da causalidade linear e pontual clássica, de tal forma que se pode falar num outro nível de análise, carecendo de instrumentos metodológico-técnicos diversos.

Podemos assim reter a ideia de que a análise propriamente causal tem um domínio de aplicação limitado. Os vários níveis de análise em ciências sociais põem implicitamente o problema das mudanças de escala e da formulação duma teoria, ainda por fazer, capaz de enunciar as condições de transposição da lógica de análise de um nível para outro. Sem essa teoria, a proposta de princípios comuns integradores duma *lógica geral da análise empírica* em ciências sociais é provavelmente uma tarefa condenada a resultados bem frágeis.

Isso mesmo se comprova pelas múltiplas tentativas que têm sido feitas no sentido da generalização da análise causal a domínios em que o seu valor heurístico é extremamente discutível. Não

poucas vezes os impasses a que se chegou levaram à rejeição em bloco da própria possibilidade de análise causal. Basta lembrar a condenação por parte de Comte da investigação causal como forma metafísica de pensamento, condenação assumida pela escola positivista ortodoxa. Também as modernas correntes da etnometodologia, de resto explicitamente antipositivistas, prolongam a herança fenomenológica em termos de uma «sociologia compreensiva» que exclui a pertinência das tentativas de inferência causal ([10]).

Razões do imperialismo numa noção inadequada de causa e das suas ilegítimas aplicações na pesquisa empírica? As decisivas terão possivelmente de buscar-se no valor paradigmático atribuído aos modelos analíticos das ciências da natureza, cuja reconhecida cientificidade as ciências sociais, na má consciência das suas origens filosófico-metafísicas, quereriam rapidamente atingir. A fetichização do modelo experimental clássico, a referência à fórmula «as mesmas causas produzem os mesmos efeitos» como a síntese da própria condição de formulação de leis, a incompreensão da efectiva prática científica nas ciências da natureza, tudo isto, em suma, contribuiu duravelmente para importantes bloqueamentos no campo das ciências sociais.

Com efeito, já há muito que as leis das ciências físicas são pensadas como leis estatísticas, fazendo apelo quer a um determinismo funcional e traduzindo-se em funções matemáticas (a cada valor de X corresponde um valor de Y), quer a um determinismo estocástico (a cada valor de X corresponde um conjunto de valores de Y , entre um máximo e um mínimo). Quer isto dizer que na física, lugar privilegiado da explicação causal, se encontram efectivamente sistemas de leis causais abstractas, referenciadas a certos níveis da realidade; mas que qualquer conhecimento especificado, produzido sobre um fenómeno integrável num dado nível, exige necessariamente a conjunção de uma lei causal e de uma lei aleatória (cfr. [11], pp. 31 e sgs).

Por outro lado, a experimentação é muitas vezes uma experimentação idealizada: por exemplo, a formulação da lei da inércia, como o demonstrou Einstein, não resultou de nem pode ser comprovada por uma experiência que reproduza as condições precisas do seu enunciado (cfr. [9], pp. 11-13).

Ficará claro, portanto, que a tentativa de elucidar algumas dimensões da análise causal não pode ser confundida com a pretensão de reconstituir uma lógica geral de análise empírica em ciências sociais.

2. O «modelo experimental»

Para se poder concluir pela existência duma relação causal entre X (variável independente) e Y (variável dependente) é indispensável verificar três pontos: *a*) que X está sempre associado a Y (co-variação); *b*) que Y não ocorre antes de X (directão causal); *c*) que Y não é atribuível a outras variáveis incontroladas ou interferentes (técnicas de eliminação de relações espúrias).

Sem dúvida se pode afirmar constituir a experimentação o modelo canónico (lógico) de verificação desses três pontos. Simplesmente, isso não significa ser ela a única forma de demonstração-validação possível (nem mesmo nas ciências físicas). Nem significa que o modelo experimental (ou qualquer outro) possa elidir a necessidade de pensar o estatuto da demonstração de leis causais (de nível teórico) através da análise empírica. Trata-se de uma questão que à frente será abordada.

A experimentação não é mais do que uma das formas de observação sistemática e controlada; observação conduzida na sequência e dentro dos limites de certas formulações teóricas e exercida num domínio compatível com o isolamento e a variação provocada das variáveis seleccionadas.

Esquemáticamente, um plano experimental clássico pode ser assim representado:

QUADRO N.º 1

	Grupo experimental	Grupo de <i>contrôle</i>
Tempo 1	x_1	x'_1
	Estímulo	Ausência de estímulo
Tempo 2	x_2	x'_2

O grupo que se designa por experimental é assim submetido a um estímulo (suposta variável causal ou independente), enquanto o grupo de *contrôle* o não é. Seguidamente, tanto em relação à coluna que no quadro se refere ao grupo experimental como à que se refere ao de *contrôle*, subtraem-se as situações no tempo 1 das situações no tempo 2 ($d = x_2 - x_1$; $d' = x'_2 - x'_1$). Por último, subtrai-se a diferença d' da diferença d . Se $\bar{d} - \bar{d}' > p$ (p , probabilidade do acaso ou nível de significância), poderá concluir-se por uma relação de causa-efeito entre o estímulo (variável independente) e $\bar{d} - \bar{d}'$ (variação causada na variável dependente).

Repare-se que grupo experimental e grupo de *contrôle* deverão ser à partida idênticos no que respeita a todos os aspectos significativos para a investigação. É para atingir tal objectivo que se utilizam procedimentos de uniformização, nos dois grupos, de caracteres conhecidos, ou *contrôle* (medida) dos seus efeitos e ainda procedimentos de aleatorização (desembocando em distribuições similares, de acordo com a teoria das probabilidades) em relação a outras influências perturbadoras não medidas ou mesmo desconhecidas.

Isolamento e medida dos efeitos diferenciais numa pluralidade de variáveis explicativas, análise da co-variação e da localização temporal dos efeitos, *contrôle* rígido ou por aleatorização

de variáveis interferentes, são assim algumas possibilidades inerentes à situação experimental que a situação observacional não confere com o mesmo grau de rigor.

Mas trata-se apenas de uma diferença quantitativa. Como acima se disse, o modelo experimental não opera a homogeneização, que se traduziria em tornar não problemática a existência de dois níveis: o da linguagem teórica e o da linguagem da investigação empírica. Designadamente, ele não elimina a necessidade de pressupostos simplificadores do tipo «permanecendo iguais os restantes factores».

3. Correlação estatística e interpretação causal

Referenciados os conceitos duma submatriz disciplinar ([1], pp. 7 e sgs.), construídos os conceitos operacionais (variáveis) aptos a darem conta do problema, recolhida, através dos meios de trabalho técnicos disponíveis, a informação que permite classificar os elementos observados por referência às variáveis retidas (medida), chegamos ao momento em que se põem as questões de análise das relações entre variáveis.

Partindo da verificação de que certas variáveis estão correlacionadas ou associadas com a variável que se quer explicar (dependente), é ilegítima a conclusão imediata de que se está em presença de uma relação causal. A inferência causal a partir de correlações implica, na verdade, outras exigências.

Segundo R. Boudon ([5], pp. 32 e segs.), foi Durkheim quem pela primeira vez se apercebeu deste problema, recorrendo, embora sem os nomear, aos conceitos de variável-testemunho, efeito de interacção, etc. A grande descoberta metodológica de *O Suicídio* residiria assim no reconhecimento de que identificar uma relação estatística constatada entre X e Y com uma relação causal supõe a análise da estrutura causal (modelo causal) em que X e Y se inserem: supõe a integração de X e Y numa mais ampla rede de relações entre variáveis.

Nas situações observacionais, muito embora a lógica da inferência causal seja idêntica à das situações experimentais, os procedimentos de verificação tornam-se indiscutivelmente mais complexos e menos rigorosos.

As mudanças ao longo de sequências temporais definidas, constatadas através de recolhas sucessivas de dados, podem, por exemplo, apontar pistas importantes relativamente ao problema da assimetria da relação $X—Y$ (direcção causal). Como as dificuldades resultam principalmente da inter-relação das variáveis, há que, por outro lado, adjudicar ponderações numéricas a cada conjunto de factores detectados, conceptualizar as variáveis de cada conjunto, medir com a precisão possível cada uma delas.

Uma tarefa fundamental será a de eliminar as variáveis associadas com a variável dependente por influência de uma outra variável ou por casualidade: é o problema da detecção de relações espúrias.

Vejam os alguns exemplos, recolhidos dum texto de Blalock ([3], pp. 68 e segs.):

Preferência religiosa — X
Preferência política — Y

QUADRO N.º 2

	Protestantes	Católicos	Total
Republicanos	62	38	100
Democratas	38	62	100
Total	100	100	200

Uma primeira interpretação possível, em face da correlação verificada, consistiria em afirmar que a *preferência religiosa* é causa da *preferência política*.

Mas admitamos agora a hipótese de a variável *ocupação* (Z) causar simultaneamente a *preferência religiosa* e a *política*.

Neste caso, a relação entre X e Y seria uma relação espúria, que desapareceria se Z se mantivesse constante.

A introdução de uma variável suplementar (variável de *controle*, variável-testemunho ou variável-teste) na relação previamente observada entre X e Y permitiu assim superar a primeira interpretação causal.

«Colarinhos brancos» (trabalhadores não manuais)

QUADRO N.º 3

	Protestantes	Católicos	Total
Republicanos	56	24	80
Democratas	14	6	20
Total	70	30	100

«Colarinhos azuis» (trabalhadores manuais)

QUADRO N.º 4

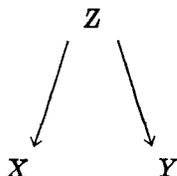
	Protestantes	Católicos	Total
Republicanos	6	14	20
Democratas	24	56	80
Total	30	70	100

Combinando os inquiridos «colarinhos brancos» e «colarinhos azuis», o total coincidiria com o quadro n.º 2. O que se fez foi portanto uma decomposição que, permitindo manter constante a variável *ocupação*, veio revelar, dentro de cada um dos subquadros, a inexistência de relação entre *X* e *Y*.

A complexificação da hipótese teórica determinou a formulação de uma outra estrutura causal. Do modelo

$$X \longrightarrow Y$$

passou-se assim para



É contudo possível pensar outros modelos susceptíveis de fornecer as bases interpretativas para o conjunto de dados obtidos e, portanto, compatíveis igualmente com as observações. A análise de correlação é mais uma vez insuficiente para escolher entre eles.

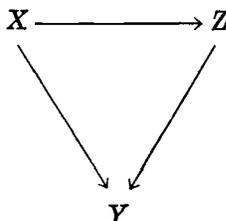
Admitamos agora

$$X \longrightarrow Z \longrightarrow Y$$

Tratar-se-ia neste caso de uma sequência causal em que a *ocupação* estaria em posição intermédia: a *preferência religiosa* determinaria a *ocupação* (por exemplo, factores motivacionais), a qual, por sua vez, afectaria a *preferência política*.

Ainda aqui, o *contrôle* de *Z* permitiria eliminar as relações de causalidade (pelo menos directa) entre *X* e *Y*.

Poderíamos, por último, admitir um terceiro modelo causal de três variáveis, com a seguinte estrutura:



Na parte II, onde se desenvolve um modelo de análise causal centrado na decomposição de proporções empíricas, serão referidas não só esta, como outras estruturas causais a três variáveis.

4. O problema das relações entre as «linguagens» da teoria e da investigação empírica

Tratando-se de, na sequência da consideração do problema da causalidade (enquanto um dos aspectos fundamentais que assume a explicação científica), apresentar um instrumento adequado à sua verificação empírica, não nos parece deslocado, antes se nos impõe, um breve desvio sobre a questão, central e comum a todas as ciências, das relações entre as linguagens da teoria e da investigação empírica.

É em termos semelhantes que Blalock se refere à questão: «O problema da causalidade faz parte de uma questão muito mais vasta, a da natureza do método científico e, em particular, do problema das relações entre teoria e investigação. Parece haver intrinsecamente um hiato (*gap*) entre as linguagens da teoria e da investigação que nunca pode ser preenchido de forma inteiramente satisfatória. Pensa-se em termos de uma linguagem teórica que contém noções tais como causas, forças, sistemas e propriedades. Mas as teorias são testadas em termos de co-variações, operações e leituras.» (Cf. [2], p. 7.)

Sem tentar levar demasiado longe a discussão geral deste ponto, por não parecer ser este o lugar adequado para o fazer, interessa, no entanto, determo-nos um pouco na consideração dos seus fundamentos nas práticas científicas actuais, procurando precisar melhor o seu significado e assim melhor entender e avaliar as vias propostas para uma possível superação da situação.

Antes de considerar o problema do hiato entre linguagem teórica e linguagem da investigação empírica, como problema específico de uma tensão interna ao próprio processo de produção de conhecimentos, uma primeira observação se impõe, que é a de ela exprimir a forma de divisão do trabalho entre investigadores, particularmente acentuada no domínio das ciências sociais. Investigação teórica e investigação empírica recortam-se, com frequência significativa, de forma coincidente com as definições dos limites entre instituições. Basta lembrar a tendência para o cantonamento da dita «investigação teórica» nas universidades ou em instituições a ela ligadas, sendo as «investigações empíricas» predominantemente conduzidas em organismos governamentais ou organizações privadas.

Mas mesmo no interior dos organismos de investigação propriamente ditos esta divisão de trabalho se reproduz, sendo as tarefas «nobres» da elaboração teórica reservadas aos chefes e as tarefas «humildes» do trabalho empírico confiadas aos pequenos servidores da investigação ([8], p. 494, e [7], pp. 103-113).

Ao contrário, porém, do que os termos das afinidades apresentadas nos poderiam sugerir (investigação teórica ligada a pólos mais prestigiados nas hierarquias do saber ou do poder: instituições académicas, direcção de pesquisa), o hiato entre as linguagens da teoria e da investigação empírica apresenta-se-nos num contexto em que, apesar de transformado, persiste e domina um *modelo empirista da prática científica*.

Mesmo negado verbalmente nas suas formas mais grosseiras, é ainda o modelo empirista que comanda quando os «dados» são tomados como exprimindo a realidade em si mesma, como factos brutos, resultados neutros de uma observação «correctamente», isto é, «fielmente» (em relação à realidade), conduzida, sem qualquer *a priori* teórico.

É ainda, e de forma mais subtil, o modelo empirista que domina quando a verificação das teorias é concebida como fase em que o que foi construído pelo pensamento (a teoria, as hipóteses) se confronta com a realidade (os dados recolhidos são os «factos») para ser por ela confirmado ou, pelo menos, não rejeitado.

Já atrás foi feita referência à influência que exerceu e tem exercido no desenvolvimento das ciências sociais, sobretudo ao nível dos métodos, a forma de trabalho das ciências ditas naturais, melhor firmadas na sua dignidade científica. Essa influência, por várias razões, entre elas uma transcodificação incontrolada e incompleta, nem sempre pode ser considerada positiva ([7], p. 26). Em particular, uma concepção desfocada e anacrónica (em sentido literal) das funções, por um lado, da teoria e, por outro, da experimentação nas ciências ditas exactas pode ter contribuído, e não pouco, para reforçar a dominação das posições empiristas.

Desarticulando os diferentes elementos da prática da investigação numa representação atomística de fases sucessivas (a observação «neutra», a indução de hipóteses, a experimentação, a teoria), a perspectiva empirista sobre a ciência reduz o papel da teoria a uma simples ordenação dos dados da experiência. A teoria é assim considerada de certa forma «*posterior e exterior*» aos dados. Ela não determina nem a observação nem a experimentação.

Poder-se-ia então dizer que, deste ponto de vista, o problema do hiato entre as linguagens da teoria e da investigação empírica deixa praticamente de se pôr, é ideologicamente suprimido em virtude da redução-anulação dos efeitos de um dos seus termos no desenrolar do processo de investigação.

O que aqui se diz a propósito das posições empiristas e positivistas, no que respeita, pois, às consequências destas posições sobre a forma como se coloca o problema referido, seria aplicável, com as devidas adaptações, às posições formalistas e intuicionistas, as quais constituem as formas opostas, mas solidárias e igualmente redutoras, de conceber os procedimentos de produção de conhecimentos ([7], pp. 90-101).

Ora será uma forma radicalmente diferente de conceber a prática de investigação, como um processo unitário e integrado, em que a teoria domina e determina a significação e articulação dos elementos do processo entre si, que nos poderá permitir colocar a questão das relações entre linguagens da teoria e da investigação empírica nos termos capazes de relevar as dificuldades específicas que se põem e, no mesmo movimento, localizar os pontos de inserção das vias adequadas para as superar.

Nos seus termos gerais, o papel dominante e integrador da teoria está bem expresso na seguinte fórmula: «Falar de dominação do campo teórico significa apenas que, tanto na demons-

tração como na recolha de dados ou no tratamento da informação, está sempre presente um certo conteúdo teórico, cuja estrutura interna fixa os limites e estabelece as regras das operações materiais efectuadas e dos métodos utilizados. [...] O número de parâmetros considerados num campo teórico condiciona as características do modelo formal que a partir dele é possível construir e, por conseguinte, a pertinência das diferentes técnicas matemáticas e dos diversos instrumentos de observação a que se pode recorrer.» ([8], p. 501; ver também [7], pp. 89-95.)

A teoria em sentido restrito — conjunto de conceitos, de proposições e de leis que uma ciência social produziu ao longo da sua história para apropriar cognitivamente uma pluralidade de «objectos reais» — domina, pois, todo o processo de investigação. É ela que acciona os métodos e as técnicas disponíveis, por forma a transformar, numa pesquisa concreta, certas informações em produtos-conhecimentos.

Ao negar a função de comando da teoria, quer por elidir a sua explicitação, quer por insistir na neutralidade dos «dados», o empirismo condena-se a multiplicar pesquisas, enfaticamente perfeccionistas do ponto de vista metodológico, sobre objectos cientificamente não significativos ou a proceder elaboradamente à reprodução de objectos designados pela prática administrativo-ideológica, confundindo problemas sociais (oficiais) com problemas científicos.

O surgimento de um problema de investigação é assim necessariamente condicionado pela existência de uma problemática teórica que possibilite a sua «visibilidade». O tratamento desse problema, a passagem da sua designação à sua resolução teórica, exige a formulação de conceitos e relações entre conceitos (teoria em sentido estrito), que numa matriz disciplinar aparecem justamente como a articulação de determinadas linhas representativas das dimensões da problemática com determinadas colunas representativas das «zonas» de problemas.

No ponto de partida de um ciclo teórico dado teremos portanto um conjunto de informações sobre o real que designam o problema. O trabalho científico transformará tais informações pela construção dos elementos indispensáveis (construção do objecto), de forma a permitir a apropriação cognitiva do problema de partida. As fases do ciclo exigem recurso aos meios de trabalho: teoria, métodos, técnicas. A teoria, accionadora de todo o processo, engloba os conhecimentos directamente construtores do objecto; mas a prática de investigação envolve também necessariamente conceitos processuais (técnicas metodologicamente criticadas) ([1], pp. 13-15).

Os conceitos substantivos duma matriz disciplinar exigem normalmente, para se tornarem aptos a uma investigação concreta, a sua transcodificação em conceitos operacionalizados. Estes últimos são ainda conceitos construtores do objecto, mas já capazes de, conjugados com os conceitos processuais, possibilitarem a medida, apropriarem de forma mais fina uma realidade em análise. Ora não é possível estabelecer um isomorfismo rigoroso entre

estes dois níveis: entre conceitos substantivos genéricos e as suas relações, por um lado, e conceitos substantivos especificados e operacionais, acoplados aos conceitos processuais na prática da pesquisa, por outro, há uma complexa rede de mediações (transformações) teóricas. É aqui que justamente se localiza o problema do hiato entre as linguagens da teoria e da investigação empírica.

Vejam agora, ainda que de forma muito esquemática, certas manifestações possíveis do *gap* num processo de pesquisa que conduz à formulação de uma lei causal.

Suponhamos que informações disponíveis designam um problema susceptível de ser apropriado cientificamente por uma matriz disciplinar determinada. A primeira tarefa lógica consistirá na localização da submatriz que se referencia simultaneamente à «zona» do problema e à dimensão da problemática envolvida.

Ao nível da teoria em sentido estrito, trata-se então de construir conceitos e relações entre conceitos e/ou recorrer aos já disponíveis na submatriz capazes de dar conta do problema designado. Ao nível da investigação empírica, trata-se de transcodificar os conceitos teóricos em conceitos operacionais (por exemplo, variáveis *X* e *Y*) por forma a permitir a relação e a medida dos «observáveis».

Voltando ao nível da teoria, aparece-nos então a formulação de uma lei causal hipotética que obedece à forma «*se — então*». Descreve-se um contexto por referência ao qual se afirma que a certos valores de *X* correspondem sempre certos valores de *Y*, sendo que a variação nos valores de *Y* é *produzida* pela variação nos valores de *X*.

A lei causal hipotética pressupõe o fechamento do campo de análise: na verdade, é sempre possível alargar um sistema de relações entre variáveis, em busca de interferências que prejudiquem a relação *X-Y*. A decisão de selecção-exclusão dos factores em jogo é sempre uma *decisão teórica* insusceptível de ser fundada empiricamente — nunca é possível a este nível garantir que todas as variáveis relevantes estão incluídas no sistema e são efectivamente controladas. Ou seja, é apenas por referência ao fechamento do campo e aos pressupostos simplificadores de que as variáveis exógenas não exercem efeitos significativos nas variáveis endógenas e nas suas relações que se pode, a nível empírico, fundar a opção por uma determinada estrutura (modelo) causal mais ampla inclusiva da relação *X-Y*.

É portanto nestes limites que se inscrevem os diversos procedimentos de verificação causal empírica: verificação da correlação (co-variação) *X-Y*; verificação da assimetria da relação (d direcção causal) — *X* —————> *Y*; verificação da inexistência de variáveis espúrias (a co-variação não depende de variações em variáveis exógenas).

É ainda a teoria que comanda, possibilitando agora o alargamento das potencialidades da demonstração-reformulação teórica, quando se integram na prática da pesquisa certos conceitos (não medidos) cujas relações com variáveis observadas são suficiente-

mente rigorosas; é precisamente o rigor teórico dessas relações que legitima a transmissão de efeitos — resultantes das observações efectuadas — ao conjunto da submatriz de referência.

É esta a via seguida por Blalock, ao propor o procedimento de construção das «teorias auxiliares», como explicitação das relações teóricas justificadoras da introdução no modelo causal de variáveis de dois tipos — medidas e não medidas. Procedimento proposto como meio de obviar às dificuldades de validade das traduções pontuais conceito-indicador, acontece que o seu efeito de articulação entre os dois níveis (o da teoria e o da análise empírica) parece ir para além do objectivo que primeiramente visa (cfr. [4], pp. 5-27).

Tal proposta manifesta bem a consciência das dificuldades de tradução cerrada dos elementos de uma em outra linguagem, assumindo, de certo modo, a impossibilidade de demonstração puramente empírica da causalidade.

Talvez a proposta de Blalock revele entretanto um certo desajustamento entre a resposta concretizada no procedimento da construção de teorias auxiliares (resposta surgida no âmbito de uma posição que sustenta o poder determinante da teoria) e a formulação latente do problema, a qual parece decorrer de uma exigência positivista de correspondência indispensável de um elemento teórico na ordem dos observáveis.

A introdução de variáveis não medidas (conceitos), para as quais não existe nenhum elemento correspondente na ordem da análise empírica, parece surgir como um *pis-aller* que a importância atribuída ao papel da teoria pode tolerar, mas que, acima de tudo, reflectiria uma insuficiência (actual?) de tradução fidedigna entre as duas ordens. Teria interesse, de resto, aprofundar e esclarecer qual o estatuto que Blalock implicitamente atribui aos elementos da ordem empírica (visto que parece haver uma certa flutuação entre considerá-los umas vezes como criaturas da construção teórica — e essa, pode dizer-se, é a sua configuração predominante —, outras como elementos abstraídos muito directamente do real), para melhor nos darmos conta do alcance a atribuir ao procedimento metodológico proposto.

Afirmando, porém, de forma mais radical a dominância da teoria, manifestada em todos os «momentos» do processo de investigação (cfr. supra), não será que a própria demonstração se torna uma retórica? Se, na plena coerência da posição assumida, se pode dizer, a propósito da validação, que «os factos que validam a teoria valem o que vale a teoria que eles validam» ([7], p. 93), não adquirirá todo o processo de investigação um certo vício de circularidade?

Tentar responder a esta dúvida levar-nos-á, através de uma afirmação ainda não feita, mas aplicada em tudo o que tem vindo a ser exposto, a colocar o problema do hiato entre as linguagens da teoria e da investigação empírica da única forma em que ele parece poder ser colocado produtivamente.

É indispensável enunciar sem ambiguidade que o que se confronta com a teoria, capaz de a confirmar, não é a realidade em

si. A experimentação não é a experiência imediata. Os «factos» da experimentação são ainda, sempre, um efeito da teoria. Elementos da análise empírica, eles manifestam nas suas relações o princípio da inteligibilidade que a teoria construiu. O seu valor de prova advém-lhes de poderem ser, pela coerência global do sistema das relações em que aparecem, a confirmação ou infirmação ao sistema de relações teóricas que os criou, a resposta esperada ou não às interrogações ao real que a teoria formulou.

O hiato existente é, pois, entre dois níveis de manifestação da teoria: o da elaboração das proposições teóricas, desde o mais alto grau de generalidade, e o da sua mais concreta realização, que é o da «construção» dos factos para ela relevantes nas suas significativas ligações.

É bastante claro ter de se exigir à teoria, nesta perspectiva, uma sistematicidade que garanta que os factos da experimentação, mesmo testando uma só hipótese, é a todo o conjunto teórico que podem pôr em causa. «Por oposição a uma série descontínua de hipóteses *ad hoc*, um sistema de hipóteses retira o seu valor epistemológico da coerência que constitui a sua plena vulnerabilidade. [...] o investigador põe a todo o momento à prova dos factos que ele interroga tudo o que ele investe na interrogação dos factos.» ([7], pp. 96-97.)

5. A articulação entre as construções teóricas e os modelos de análise empírica

Numa perspectiva racionalista, o problema do hiato coloca-se, pois, como o da forma de assumir os efeitos da construção teórica sobre os elementos da análise empírica que ela determina, uns e outros envolvidos e articulados numa só rede de relações teoricamente significativas.

O problema do *gap* é assim o de uma tensão interna entre os elementos propriamente teóricos de mais alto nível de abstracção e os elementos, ainda produto da teoria (pelas suas relações e significações), aptos a uma captação mais «directa» do real. Desta forma, as dificuldades levantadas são, em grande parte, as de uma adequação a promover entre as estruturas lógicas subjacentes ao conjunto teórico e as propriedades dos instrumentos da análise empírica.

Daqui decorrem duas vias fundamentais e complementares de exploração de procedimentos capazes de responder às exigências dessa articulação.

Ao nível da elaboração teórica, o tomar a sério, por um lado, a dominância da teoria e, por outro, a efectiva distância desta aos elementos instrumentais do seu teste exige uma explicitação rigorosa de todas as determinações internas. Exige a «desmultiplicação» sucessiva das relações construídas desde as proposições mais gerais às mais especificadas (por exemplo, como é o caso das construções axiomáticas, através dos encadeamentos lógicos de dedução e equivalência; cfr. [7], pp. 87-100), de forma a per-

mitir alargar o poder probatório do teste a que só serão submetidos alguns dos seus segmentos terminais.

Em termos gerais (pois que os procedimentos utilizados podem revestir outras formas que não apenas a das construções axiomáticas, ainda que esta pareça ser uma das vias mais promissoras, quando combinada com a aplicação da proposta de Blalock de formulação de «teorias auxiliares»), tais exigências exprimem-se na necessidade de uma análise precisa dos fundamentos do próprio sistema teórico accionado e do grau da sua coerência interna.

No que se refere aos modelos de análise empírica, o esforço realizado tem sido o de, para além do afinamento das técnicas estatísticas que os servem, mas que não ultrapassam a lógica própria da análise multivariada, reconstruir a lógica subjacente aos diferentes tipos de modelos de relações observáveis, de forma a permitir uma selecção de instrumentos de análise adequados à estrutura das proposições donde aquelas relações decorrem.

6. Um instrumento de aproximação entre a análise empírica e a construção — interpretação teórica

A parte II deste trabalho consistirá, em grande medida, na apresentação de um modelo proposto por Raymond Boudon com o objectivo de formalizar as relações entre variáveis. Trata-se de um instrumento matemático que opera com variáveis *dicotómicas*, legitimamente accionável ao nível de *medida* em que se situa uma grande parte dos trabalhos de pesquisa empírica em ciências sociais — *escala nominal*.

O motivo fundamental por que se irá apresentar o modelo reside no facto de ele recobrir as potencialidades da chamada *análise multivariada* ([12]), revestindo, porém, certas características cuja exploração (vedada, pelo menos em condições úteis, a tão prestigiada técnica) não poderá deixar de ter efeitos positivos em inúmeros processos de produção de conhecimentos concretos. Essas características permitirão com efeito:

Uma generalização prática a estruturas de causalidade que envolvam mais de três variáveis.

A medição das respectivas influências causais.

Uma elevada capacidade heurística (através da infirmação eventual de certas interpretações teóricas incompatíveis com a estrutura dos dados observados).

O esforço de clarificação que o modelo de R. Boudon promove vai ao encontro das exigências de adequação entre as formulações teóricas e as investigações empíricas, na justa medida em que parece não envolver qualquer perversão «metrística» que se compraza no intensificado rigor das suas medidas numéricas; é legítimo presumir, bem pelo contrário, que o refinamento e a complexificação implicados no modelo conduzam a uma maior nitidez

da rede de relações entre conceitos e variáveis determinadas pelas proposições teóricas de partida.

O modelo resume e aprofunda uma série de tentativas de aproximação entre o nível da análise empírica e o da construção-interpretção teórica. Sendo neste último que se põem os problemas da relação causal em termos «semânticos», a função de um modelo como o de Boudon será a de explorar uma mesma lógica de medida de relações entre variáveis, como tradução na linguagem da investigação empírica do primitivo conjunto de relações causais.

II

1. Alguns conceitos

Antes de um desenvolvimento dos aspectos propriamente matemáticos do que R. Boudon considera ser «uma teoria da implicação fraca», importa clarificar os conceitos de *implicação*, *inclusão*, *correlação* (ou *associação*) e *causa*.

1.1 Implicação

Podem considerar-se dois tipos fundamentais de implicação: *simples* e *recíproca*.

Diz-se que há *implicação simples* entre A e B quando se tem:

«Se A , então B » ou «Se B , então A »

A primeira proposição equivale a afirmar que A é uma condição suficiente de B (ou que B é uma condição necessária de A); o inverso se poderá dizer relativamente à segunda proposição.

A *implicação recíproca* corresponde à reunião das duas proposições precedentes:

«Se A , então B , e se B , então A »

Diz-se, neste caso, que A é condição necessária e suficiente de B (ou inversamente).

1.2 Inclusão

É possível traduzir as relações de implicação em relações de *inclusão*:

«Se A , então B » \equiv «Todas as vezes que A , então B » («Todos os A são B »)

Considerando A e o seu contrário \bar{A} , por um lado, e B e o seu contrário \bar{B} , por outro, podemos construir um quadro onde surjam as combinações possíveis entre A , \bar{A} , B e \bar{B} . A relação de inclusão traduz-se no facto de a combinação $A\bar{B}$ se excluir, no caso da implicação simples «Se A , então B ».

QUADRO N.º 5

	A	\bar{A}
B	Possível	Possível
\bar{B}	Excluído	Possível

No caso da implicação simples «Se B, então A» teremos:

QUADRO N.º 6

	A	\bar{A}
B	Possível	Excluído
\bar{B}	Possível	Possível

No caso da *implicação recíproca*:

QUADRO N.º 7

	A	\bar{A}
B	Possível	Excluído
\bar{B}	Excluído	Possível

Há situações de pesquisa onde pode ter grande interesse a descoberta de uma relação de implicação. Imagine-se um inquirido em que se faziam as duas seguintes perguntas:

Diz-se por vezes que os estrangeiros são *demasiado* numerosos em França. Está de acordo com tal afirmação (A) ou não (\bar{A})?

Diz-se por vezes que se deveria impedir os estrangeiros de trabalharem em França. Está de acordo (B) ou não (\bar{B})?

Provavelmente observaríamos as combinações AB, $A\bar{B}$ e $\bar{A}B$; pelo contrário, a combinação $\bar{A}\bar{B}$ seria excepcional. Se tal estrutura surgisse, poder-se-ia considerar que ela era consequência do facto de uma resposta positiva à segunda pergunta implicar um maior grau de etnocentrismo do que uma resposta positiva à primeira questão; por outro lado, as combinações $\bar{A}\bar{B}$, $A\bar{B}$ e AB estariam associadas a graus crescentes de etnocentrismo.

1.3 Implicação fraca

Tanto a implicação simples *fraca* como a implicação recíproca *fraca* podem ser traduzidas nos termos dos quadros anteriores 749

se neles substituírmos «possível» por «frequente» e «excluído» por «raro».

Estes casos põem, evidentemente, o problema de saber *em que medida* um quadro de combinações se afasta da estrutura de implicação estrita que ele evoca. Sobre os pontos de contacto entre os problemas da medida da implicação e os da correlação ver infra n.º 2.

1.4 Correlação

Consideremos que uma variável a nos permite classificar os indivíduos por ela designados em duas categorias (A e \bar{A}) e que uma outra variável b os segrega segunda as categorias B e \bar{B} .

Quando, conhecendo a classificação de um indivíduo relativamente a uma das variáveis, é possível inferir o modo como ele se classifica em relação à outra, diz-se que existe *correlação* (ou associação) *perfeita* entre as duas variáveis. A correlação será *nula* quando a classificação de um indivíduo segundo uma variável não permite concluir qual o modo como ele se classifica em relação à outra. Podem ainda considerar-se *situações intermediárias*.

Correlação perfeita
entre duas variáveis

QUADRO N.º 8

	A	\bar{A}
B	50	0
\bar{B}	0	40

Correlação nula

QUADRO N.º 9

	A	\bar{A}
B	40	20
\bar{B}	20	10

Situação intermediária

QUADRO N.º 10

	A	\bar{A}
B	40	10
\bar{B}	10	30

Definiremos nos números seguintes algumas medidas de correlação entre variáveis. Importa, para já, afirmar que uma medida de correlação estabelece, não só o grau segundo o qual a classificação relativamente a uma de duas variáveis permite deduzir a classificação em relação à outra, como, nalguns casos, ainda o grau segundo o qual uma estrutura composta de duas variáveis dicotómicas se afasta ou aproxima da estrutura da implicação recíproca clássica.

1.5 Causa

Formalmente, as únicas relações que se podem estabelecer entre duas variáveis dicotómicas são as de implicação simples ou recíproca. No entanto, quer na linguagem vulgar quer na científica, frequentemente se considera uma distinção entre relações de causalidade e outros tipos de relações. Muito embora a assimetria necessariamente se inclua na noção de causa, a proposição «*A* causa de *B*» pode estar associada, na linguagem de implicação, às proposições «Se *A*, então *B*», «Se *B*, então *A*» (implicação simples), ou «Se *A*, então *B*, e se *B*, então *A*» (implicação recíproca)¹.

2. A medida da implicação

2.1 Notações

a) As *variáveis* (dicotómicas) utilizadas designar-se-ão pelos símbolos $x_1, x_2, \dots, x_i, x_j$, etc.

b) Os *valores* (ou categorias) correspondentes a tais variáveis serão designados, respectivamente, por: $1/\bar{1}; 2/\bar{2}; \dots; I/\bar{I}; J/\bar{J}$; etc.

c) Nos *quadros de combinações* que correspondem a duas variáveis (x_i e x_j , por exemplo) adoptar-se-ão as seguintes notações:

1) Em termos de efectivos

QUADRO N.º 11

	<i>I</i>	\bar{I}	Total
<i>J</i>	n_{ij}	$n_{i\bar{j}}$	n_j
\bar{J}	$n_{i\bar{j}}$	$n_{i\bar{j}}$	n_j^-
	n_i	n_i^-	N

N — número total de efectivos.

n_{ij} — número de efectivos caracterizados pela combinação *IJ*.

$n_{i\bar{j}}$ — número de efectivos caracterizados pela combinação *I \bar{J}* .
Etc.

2) Em termos de proporções

¹ A constatação de uma relação entre variáveis, formalizável que seja em termos de implicação (simples ou recíproca), não permite, só por si, inferir a existência de uma relação de causalidade entre variáveis. Isto mesmo decorre, aliás, da parte I deste trabalho.

QUADRO N.º 12

	<i>I</i>	\bar{I}	Total
$\frac{J}{\bar{J}}$	$p_{i,j}$	$p_{\bar{i},j}$	p_j
	$p_{i,\bar{j}}$	$p_{\bar{i},\bar{j}}$	$p_{\bar{j}}$
	p_i	$p_{\bar{i}}$	1

P_{ij} — proporção de efectivos caracterizados pela combinação IJ .
Etc.

Os elementos constantes do quadro n.º 12 (proporções, notadas p) obtêm-se, evidentemente, do anterior, através da divisão

Por N de todas as quantidades que o integram ($p_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$, etc.)

d) Simbolizaremos as quantidades

$$\frac{n_{i,j}}{n_i}, \frac{n_{\bar{i},j}}{n_{\bar{i}}}, \frac{n_{i,\bar{j}}}{n_j}, \frac{n_{\bar{i},\bar{j}}}{n_{\bar{j}}}$$

respectivamente, por $p_{j,i}$; $p_{j,\bar{i}}$; $p_{i,j}$; $p_{\bar{i},j}$. Denominá-las-emos «proporções condicionais» (por oposição a «proporções absolutas»), o que se justifica pelo facto de, por exemplo, $p_{j,i}$ corresponder à proporção dos indivíduos classificados J entre os que são classificados I , ou seja, à proporção dos indivíduos classificados J sob a condição de serem também classificados I . A partir da definição de proporções condicionais e do significado atribuído a algumas das notações consideradas, facilmente se poderão verificar as seguintes relações:

$$p_{j,i} = \frac{n_{i,j}}{n_i} = \frac{\frac{n_{i,j}}{N}}{\frac{n_i}{N}} = \frac{p_{i,j}}{p_i}$$

$$p_{j,\bar{i}} = \frac{n_{\bar{i},j}}{n_{\bar{i}}} = \frac{\frac{n_{\bar{i},j}}{N}}{\frac{n_{\bar{i}}}{N}} = \frac{p_{\bar{i},j}}{p_{\bar{i}}}$$

$$p_{i,j} = \frac{n_{i,j}}{n_j} = \frac{\frac{n_{i,j}}{N}}{\frac{n_j}{N}} = \frac{p_{i,j}}{p_j}$$

$$p_{i,\bar{j}} = \frac{n_{i\bar{j}}}{n_{\bar{j}}} = \frac{\frac{n_{i\bar{j}}}{N}}{\frac{n_{\bar{j}}}{N}} = \frac{p_{i\bar{j}}}{p_{\bar{j}}}$$

Advertência: a troca de índices tem, no caso das proporções condicionais, importância muito grande (de facto, $p_{i,j}$ e $p_{j,i}$, por exemplo, têm significados completamente diferentes).

2.2 O problema da medida da implicação

Enunciemo-lo: temos duas variáveis dicotómicas x_1 e x_2 (valores I e \bar{I} , por um lado, J e \bar{J} , por outro); estabelecemos o quadro correspondente à sua combinação; o resultado sugere a estrutura lógica da *implicação recíproca*, atrás assinalada (trataremos, posteriormente, da implicação simples); ir-se-á tentar estabelecer um *índice* que nos permita calcular em que medida a estrutura observada se afasta da estrutura de implicação recíproca estrita.

Imaginemos uma população cujos indivíduos são turmas de liceu; definimos, em relação a essa população, duas variáveis dicotómicas: x_1 (opondo as turmas de composição social elevada, I , às de composição social baixa, \bar{I}) e x_2 (opondo as turmas em que a perturbação é frequente, J , às turmas em que a perturbação é rara, \bar{J}).

QUADRO N.º 13

	I	\bar{I}	Total
J	35	20	55
\bar{J}	15	30	45
Total ...	50	50	100

O resultado constante do quadro sugere uma estrutura de implicação recíproca entre as duas variáveis. O nosso problema consiste, pois, em determinar em que medida esta estrutura se aproxima de uma situação de implicação recíproca estrita.

Exigências quanto ao referido índice: deverá assumir um valor máximo no caso de uma estrutura de implicação recíproca estrita (ou seja, quando $\bar{I}J$ e $I\bar{J}$ forem nulos); simetricamente, deverá ser nulo quando os efectivos correspondentes às quatro combinações forem iguais.

2.3 Os coeficientes f

No caso de uma implicação recíproca perfeita entre x_i e x_j pode afirmar-se o seguinte:

1) Todos os indivíduos classificados I são classificados J (portanto: $p_{j,i} = 1$);

2) Consequentemente, ninguém classificado I será classificado \bar{J} ($p_{\bar{j},i} = 0$);

3) $p_{j,\bar{i}} = 0$;

4) $p_{\bar{j},\bar{i}} = 1$.

Sendo assim, a situação de implicação estrita pode traduzir-se por:

$$p_{j,i} = 1$$

$$p_{j,\bar{i}} = 0$$

Se nos afastarmos da situação de implicação recíproca pura, a primeira destas quantidades vai ser inferior a 1 e a segunda superior a 0. Tal facto sugere considerarmos a sua diferença como uma expressão possível do índice procurado:

$$f_{ij} = p_{j,i} - p_{j,\bar{i}} = \frac{p_{ij}}{p_i} - \frac{p_{\bar{i},j}}{p_{\bar{i}}}$$

Propriedades do índice:

1) O seu valor máximo é 1 quando $p_{j,i} = 1$ e $p_{j,\bar{i}} = 0$.

2) O seu valor é 0 quando $p_{j,i} = p_{j,\bar{i}}$.

3) O seu valor é -1 quando $p_{j,i} = 0$ e $p_{j,\bar{i}} = 1$ (trata-se ainda de um caso de implicação estrita; neste caso, porém, J implica \bar{I} e I implica \bar{J}).

Calculemos f_{ij} no caso do exemplo apresentado (ver quadro n.º 13):

$$f_{ij} = \frac{p_{ij}}{p_i} - \frac{p_{\bar{i},j}}{p_{\bar{i}}} = 0,7 - 0,4 = 0,3$$

A implicação recíproca perfeita pode também ser definida pelas duas proposições independentes seguintes:

1) $p_{i,j} = 1$ (todos os indivíduos classificados J são classificados I).

2) $p_{i,\bar{j}} = 0$ (nenhum dos indivíduos classificados \bar{J} é classificado I).

Isto permite-nos formar um novo índice, simétrico do primeiro

$$f_{ji} = p_{i,j} - p_{i,\bar{j}} = \frac{p_{ij}}{p_j} - \frac{p_{i,\bar{j}}}{p_{\bar{j}}}$$

Assume os valores 1, 0 e -1 nas situações em que o índice f_{ij} os assumia, mas o seu valor é, normalmente, diferente. No exemplo anterior:

$$f_{j1} = \frac{35}{55} - \frac{15}{45} = 0,304$$

Expliquemos a diferença de valor entre f_{ij} e f_{ji} . Como facilmente se vê,

$$f_{ji} = \frac{p_{ij} p_j^- - p_{ij}^- p_j}{p_j p_j^-}$$

Ora, analisando o quadro n.º 12, verifica-se que: $p_j^- = 1 - p_j$ e $p_{ij}^- = p_i - p_{ij}$; substituindo p_j^- e p_{ij}^- na expressão acima, obtemos:

$$f_{ji} = \frac{p_{ij} (1 - p_j) - (p_i - p_{ij}) p_j}{p_j p_j^-} = \frac{p_{ij} - p_i p_j}{p_j p_j^-}$$

Operações análogas mostram que:

$$f_{ij} = \frac{p_{ij} - p_i p_j}{p_i p_i^-}$$

Verifica-se então que f_{ij} e f_{ji} somente diferem no denominador (os denominadores respectivos serão iguais apenas quando $p_i p_i^- = p_j p_j^-$).

2.4 O coeficiente φ

O coeficiente φ define-se como a média geométrica dos dois coeficientes f . Portanto,

$$\varphi = \pm \sqrt{f_{ij} f_{ji}}$$

Se f_{ij} e f_{ji} forem iguais (o que acontece quando $p_i p_i^- = p_j p_j^-$), serão também iguais a φ .

Na sua forma explícita, o coeficiente φ exprimir-se-á assim:

$$\varphi_{ij} = \frac{p_{ij} - p_i p_j}{\sqrt{p_i \cdot p_i^- \cdot p_j \cdot p_j^-}}$$

Cálculo do valor deste coeficiente no caso do exemplo:

$$\varphi_{ij} = \frac{\frac{35}{100} - \frac{50 \times 55}{100^2}}{\sqrt{\frac{50 \times 50 \times 55 \times 45}{100^4}}} = \frac{3500 - 2750}{\sqrt{6.187.500}} = 0,301 \dots$$

Poderia calcular-se este valor segundo outro processo: sabendo nós que $f_{1j} = 0,3$ e $f_{j1} = 0,304$ e que $\varphi_{1j} = \pm \sqrt{f_{1j} f_{j1}}$, teríamos

$$\varphi_{1j} = \sqrt{0,3 \times 0,304} = \sqrt{0,912} = 0,301 \dots$$

2.5 O caso da implicação simples

Imaginemos a seguinte situação (exemplo de estrutura de implicação *estrita*):

QUADRO N.º 14

	I	\bar{I}	Total
J	70	50	120
\bar{J}	0	50	50
Total ...	70	100	170

Calculemos o índice f_{1j} :

$$f_{1j} = \frac{p_{1j}}{p_i} - \frac{p_{i\bar{j}}}{p_{\bar{i}}} = \frac{70}{70} - \frac{50}{100} = 0,5$$

Seria de esperar que o índice f_{1j} assumisse aqui o seu valor máximo, ou seja 1. O facto de isso não acontecer significa que f_{1j} (f_{j1} e φ_{1j}) não são medidas adequadas no caso da implicação simples. Sê-lo-á um outro índice (Q de Yule), que é, de resto, igualmente utilizável no caso da implicação recíproca e cuja expressão é a seguinte:

$$Q_{1j} = \frac{p_{1j} p_{\bar{i}\bar{j}} - p_{\bar{i}j} p_{i\bar{j}}}{p_{1j} p_{\bar{i}\bar{j}} + p_{\bar{i}j} p_{i\bar{j}}}$$

3. A decomposição de proporções

A partir de modelos formais de «decomposição de proporções empíricas» é possível propor procedimentos técnicos que permitam o cálculo de medidas de *correlação* e de *influência* entre variáveis. Já atrás indicámos alguns dos coeficientes utilizáveis como medidas de correlação. Seguidamente se descreverão alguns procedimentos aptos à determinação de medidas de influência entre variáveis.

Imagine-se o seguinte exemplo: pretende-se saber se a intervenção de um candidato na televisão, no decurso de uma campanha eleitoral, vai modificar as atitudes dos eleitores.

Vamos considerar uma variável x_1 , estabelecendo uma partição dos inquiridos (presume-se que esta análise foi precedida de um inquérito realizado antes e depois da sessão televisonada) entre os que viram a emissão (I) e os que não a viram (\bar{I}).

A variável x_2 opõe os partidários do candidato (J) aos seus adversários (\bar{J}).

QUADRO N.º 15

	I (viram a emissão)	\bar{I} (não viram a emissão)	Total
J (favorável ao candidato) ...	35	25	60
\bar{J} (desfavorável ao candidato)	15	25	40
Total	50	50	100

Analisando o quadro, imediatamente nos damos conta de que a emissão de televisão parece ter tido um certo efeito — a proporção de indivíduos favoráveis ao candidato é maior em relação aos que viram a emissão:

$$\frac{35}{50} \text{ versus } \frac{25}{50}$$

O quadro sugere, portanto, a existência de um efeito ou influência de x_1 sobre x_2 : $x_1 \rightarrow x_2$. Ora, como já vimos, as noções de causa e efeito reconduzem-se à de implicação.

Tentemos dilucidar a operação lógica que conduziu a esta interpretação intuitiva. Que significado atribuir aos casos classificados como $\bar{I}J$ e $I\bar{J}$?

Podemos interpretá-los como «erros» (pode acontecer que certas pessoas classificadas $\bar{I}J$ — desfavoráveis ao candidato, embora tendo visto a emissão — estejam mal classificadas); neste caso, a noção de implicação fraca reconduz-se à seguinte estrutura: «Se I , então J (sob pena de certos erros, como, por exemplo, 'erros de classificação')».

Parece pouco provável, entretanto, que tais erros expliquem os 15 casos $\bar{I}J$. Será mais natural admitir que essas 15 unidades correspondem a indivíduos que, embora tendo sido expostos ao estímulo, não lhe tenham sido sensíveis. Quanto aos 25 casos classificados $I\bar{J}$, será também difícil entender que tenham sido mal classificados. Parece mais plausível que correspondam a indivíduos que são favoráveis ao candidato em virtude de outros factores não contemplados: «Se I e/ou E (outros factores), então J .»

Embora, neste caso, a estrutura interpretativa lógica continue a apoiar-se na linguagem da implicação, o facto de se tornar 757

necessário admitir a intervenção de factores implícitos (E) tem como consequência não poder a relação entre I e J ser interpretada como uma relação de implicação (I não é condição necessária nem suficiente de J). Poderemos, entretanto, tentar observar uma correlação entre as variáveis x_1 e x_j (o que, eventualmente, acarretará a introdução de uma terceira variável correspondente aos factores implícitos que importa ter em conta, mesmo que, na maior parte dos casos, seja impossível descrevê-los, observá-los, enumerá-los exaustivamente).

É esta ideia que vai tentar formalizar-se:

- x_j — variável a explicar
- x_1 — variável explicativa explicitamente definida
- x_e — variável indiferenciada («outros factores»)

Consideraremos, por exemplo, que, entre os indivíduos que são simultaneamente I e J , alguns são J porque são I (tornaram-se favoráveis ao candidato porque viram a emissão), enquanto outros são J porque são E (favoráveis ao candidato por «outras razões»). Quanto às pessoas classificadas $\bar{I}J$ (favoráveis ao candidato, embora não tendo visto a emissão), entenderemos que o são devido a E .

Designemos por a_{1j} a influência de se ser I (ter-se visto a emissão) sobre o facto de se ser J (favorável ao candidato) e por e_j a influência de outras razões que não I sobre o facto de se ser J . A quantidade $p_{j,1}$ será, então, função de a_{1j} e e_j . Considerando que esta função é a simples adição, teremos:

$$p_{j,1} = a_{1j} + e_j \quad [1]$$

$$\text{Será fácil verificar, por outro lado, que } p_{j,\bar{1}} = e_j \quad [2]$$

Como, por simples observação do quadro n.º 15, podemos determinar o valor de $p_{j,1}$ e $p_{j,\bar{1}}$, as duas equações anteriores permitem-nos calcular o valor de a_{1j} e e_j . Assim,

$$\begin{aligned} e_j &= p_{j,\bar{1}} \\ a_{1j} &= p_{j,1} - p_{j,\bar{1}} \end{aligned} \quad [3]$$

Note-se que o valor de a_{1j} , dado pela equação [3], é igual ao coeficiente f_{1j} já definido, o que confirma o facto de f_{1j} poder traduzir a influência de x_1 sobre x_j . Note-se ainda que as equações [1] e [2] contêm a hipótese implícita de que a influência dos «outros factores» não depende do facto de se ser I ou \bar{I} (presume-se, pois, que $e_j = e_{j,1} = e_{j,\bar{1}}$).

Relativamente ao nosso exemplo, teremos então:

$$a_{1j} = p_{j,1} - p_{j,\bar{1}} = \frac{35}{50} - \frac{25}{50} = 0,2$$

$$e_j = \frac{25}{50} = 0,5$$

Tentemos a decomposição de $p_{j,i}^-$ (proporção de indivíduos que, tendo assistido à emissão, são desfavoráveis ao candidato) e $p_{j,i}^+$ (proporção dos que, não tendo assistido, são desfavoráveis).

Em primeiro lugar, $p_{j,i}^-$. Se entendermos e_j^- como medida da influência dos factores que não procuramos analisar sobre \bar{J} , teremos $p_{j,i}^- = e_j^-$. [4].

Quanto a $p_{j,i}^+$, vamos supor que esta quantidade é decomponível em dois elementos: e_j^+ (influência das «outras razões» sobre o facto de se ser desfavorável ao candidato); a_{ij}^- (influência do facto de se ter visto a emissão sobre ser-se desfavorável ao candidato — efeito negativo da emissão).

Portanto,

$$p_{j,i}^+ = a_{ij}^- + e_j^+ \quad [5]$$

Importa reter que as quantidades observáveis não são independentes, o que nos conduz a ter de pressupor ligações entre quantidades não observadas. Adicionando, membro a membro, as equações [1] e [5], obter-se-á:

$$p_{j,i} + p_{j,i}^- = a_{ij} + e_j + a_{ij}^- + e_j^+ \quad [6]$$

É fácil demonstrar que o segundo membro da equação [6] é igual a 1.

Adicionando, por outro lado, [2] e [4], ter-se-á:

$$p_{j,i} + p_{j,i}^- = e_j + e_j^- = 1 \quad [7]$$

Comparando as equações [6] e [7], concluir-se-á então que:

$$a_{ij} + a_{ij}^- = 0 \implies a_{ij}^- = -a_{ij} \quad [8]$$

Recordando o significado destas duas «quantidades teóricas», diremos que a_{ij} mede o efeito positivo da emissão e a_{ij}^- o seu efeito negativo. Por outro lado, a equação [8] demonstra-nos que a influência de I sobre J é igual à influência de I sobre \bar{J} , mas de sinal oposto (poderia considerar-se, noutros termos, que o valor a_{ij} é representativo do efeito da emissão e que ele pode ser interpretado simultaneamente como influência do facto de se ter visto a emissão sobre o de se ser favorável ao candidato, ou como influência da emissão sobre o facto de se ser desfavorável, sendo as duas influências necessariamente de sinal oposto).

É possível conceber, contudo, uma interpretação alternativa. Ela não modificará as duas primeiras equações do modelo anterior, mas, porque supõe que a emissão não produz efeitos negativos (ninguém se tornará desfavorável ao candidato pelo facto de ter assistido à emissão televisionada), leva-nos a admitir que só serão desfavoráveis ao candidato os indivíduos que, tendo assistido à emissão, o sejam em virtude de «outros factores». Portanto,

$$p_{j,i} = a_{ij} + e_j \quad [9]$$

$$p_{j,i} = e_j \quad [10]$$

$$p_{j,i} = e_j^- \quad [11]$$

E quanto a $p_{j,i}^-$? Na medida em que não se aceitam, neste caso, efeitos negativos da emissão, será aceitável considerar dois factores de decomposição para $p_{j,i}^-$. O primeiro será e_j^- (influência das «outras razões» sobre o facto de se ser desfavorável ao candidato); o segundo factor, que designaremos por a_{ij}^- , pretenderá medir a influência do facto de se não ter visto a emissão (\bar{I}) sobre o facto de se ser desfavorável ao candidato (\bar{J}). Portanto,

$$p_{j,i}^- = a_{ij}^- + e_j^- \quad [12]$$

Adicionando, membro a membro, as equações [9] e [11], teremos:

$$p_{j,i} + p_{j,i}^- = a_{ij} + e_j + e_j^- = 1 \quad [13]$$

Operando da mesma forma sobre [10] e [12], obteremos:

$$p_{j,i} + p_{j,i}^- = a_{ij}^- + e_j^- + e_j = 1 \quad [14]$$

De [13] e [14] resulta, evidentemente, que

$$a_{ij}^- = a_{ij} \quad [15]$$

o que nos permite anotar a seguinte consequência: de acordo com esta segunda interpretação, a_{ij} pode ser considerado quer como influência de \bar{I} sobre \bar{J} , quer como influência de I sobre J , ou seja, como medida global da influência ou «efeito» de x_i sobre x_j .

4. Introdução de uma terceira variável

Foi apresentado nos números anteriores um procedimento de formalização de relações entre duas variáveis. Iremos estudar agora alguns problemas ligados à lógica e à formalização das possíveis relações entre três variáveis.

4.1 Primeiro tipo de estrutura

Com vista à formalização do conjunto de situações que logicamente poderão surgir quando se encaram as relações que regem *três variáveis dicotómicas*, vamos recorrer a um exemplo.

Baseia-se ele num estudo de sociologia sobre os mecanismos de adaptação de uma população de emigrantes à sociedade de acolhimento. Pressupõe-se que se definiram e observaram as seguintes três variáveis:

x_i — coesão familiar, forte (I) ou fraca (\bar{I});

x_j — inserção profissional, boa (J) ou má (\bar{J});

x_k — integração na sociedade de acolhimento, boa (K) ou má (\bar{K}).

Analisemos os dados que correspondem a um primeiro resultado fictício:

Primeiro tipo de estrutura de relações entre variáveis

QUADRO N.º 16

	I		Total	\bar{I}		Total
	J	\bar{J}		J	\bar{J}	
K	294	72	366	80	48	128
\bar{K}	126	108	234	80	192	272
	420	180	600	160	240	400

Uma leitura intuitiva deste quadro mostra desde logo que a coesão familiar (x_1) tem uma influência sobre a integração na sociedade de acolhimento (x_k). Com efeito,

$$f_{1k} = p_{k,1} - p_{k,\bar{1}} = \frac{366}{600} - \frac{128}{400} = 0,61 - 0,32 = 0,29$$

A proporção dos indivíduos que manifestam uma boa integração é, portanto, mais elevada quando a coesão familiar é maior.

Do mesmo modo, a integração (x_k) surge como dependente da inserção profissional (x_j):

$$f_{jk} = p_{k,j} - p_{k,\bar{j}} = \frac{294 + 80}{420 + 160} - \frac{72 + 48}{180 + 240} = \frac{374}{580} - \frac{120}{420} = 0,645 - 0,285 = 0,36$$

Observa-se, por outro lado, que a inserção profissional (x_j) parece depender da coesão familiar (x_1):

$$f_{1j} = p_{j,1} - p_{j,\bar{1}} = \frac{420}{600} - \frac{160}{400} = 0,7$$

Este resultado indica que a proporção dos indivíduos que manifestam uma boa inserção profissional é maior quando aumenta a coesão familiar. Mas se f_{1j} é $\neq 0$, f_{j1} sê-lo-á também. De facto,

$$f_{j1} = \frac{420}{580} - \frac{180}{420} = 0,72 - 0,43 = 0,29$$

Impõe-se, pois, uma opção quanto à alternativa $x_1 \rightarrow x_j / x_j \rightarrow x_1$. Vamos admitir o primeiro termo da alternativa (a inserção profissional depende da coesão familiar) e considerar uma quantidade a_{1j} destinada a representar a influência de x_1 (I/\bar{I}) sobre x_j (J/\bar{J}).

Poderemos, pensando ainda em termos de apenas estas duas variáveis, considerar o seguinte modelo:

$$p_{j>1} = a_{1j} + e_j \quad [1 a]$$

$$p_{j>1}^- = e_j \quad [1 b]$$

$$p_{j>1}^- = e_j^- \quad [1 c]$$

$$p_{j>1}^- = a_{1j} + e_j^- \quad [1 d]^2$$

Passemos, entretanto, à variável *dependente* — inserção social (x_k). A simples inspecção do quadro sugere dois tipos de influências (x_1 sobre x_k , que representaremos por a_{1k} ; x_j sobre x_k , que representaremos por a_{jk} ; e_k , por sua vez, representará a influência de factores não explicitamente retidos sobre o facto de se ser K ou \bar{K}). Não há dúvida, pois, de que estamos a considerar $p_{k>1j}$ como função de a_{1k} , a_{jk} e e_k [$p_{k>1j} = f(a_{1k}, a_{jk}, e_k)$]. Só que a explicitação da forma da função f é crucial em termos de construção do modelo.

Vai optar-se pela hipótese de *aditividade* (com a presunção, não justificada, de que se trata da hipótese mais simples possível). Poderemos escrever então

$$p_{k>1j} = a_{1k} + a_{jk} + e_k \quad [1 e]$$

E quanto ao efeito de, por exemplo, \bar{J} sobre K ?

Já se mostrou ser inútil recorrer a este tipo de quantidades e preferível procurar exprimir todas as quantidades empíricas a partir de parâmetros (quantidades «teóricas») que não comportam índices com barra. Vamos supor, portanto, a existência de influências positivas apenas.

Sendo assim, teremos

$$p_{k>1j}^- = a_{1k} + e_k \quad [1 f]$$

$$p_{k>1j}^- = a_{jk} + e_k \quad [1 g]$$

$$p_{k>1j}^- = e_k \quad [1 h]$$

Como equações correspondendo a \bar{K} :

$$p_{k>1j}^- = e_k^- \quad [1 i]$$

$$p_{k>1j}^- = a_{jk} + e_k^- \quad [1 j]$$

$$p_{k>1j}^- = a_{1k} + e_k^- \quad [1 k]$$

$$p_{k>1j}^- = a_{1k} + a_{jk} + e_k^- \quad [1 l]$$

Podemos aplicar o modelo [1] aos dados numéricos do quadro n.º 16. Mas, antes disso, justificam-se algumas observações.

Observações

<p>[1 a] $p_{j,i} = a_{ij} + e_j$ [1 b] $p_{j,i}^- = e_j$ [1 c] $p_{j,i}^- = e_j^-$ [1 d] $p_{j,i}^- = a_{ij} + e_j^-$</p>	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	<p>1.º bloco de equações (a_{ij}, e_j, e_j^- não reaparecem no outro bloco)</p>	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	<p>Número de equações independentes = número de incógnitas $3 = 3$ ([1 d] é redundante)</p>
<p>[1 e] $p_{k,i,j} = a_{ik} + a_{jk} + e_k$ [1 f] $p_{k,i,j}^- = a_{ik} + e_k$ [1 g] $p_{k,i,j}^- = a_{jk} + e_k$ [1 h] $p_{k,i,j}^- = e_k$ [1 i] $p_{k,i,j}^- = e_k^-$ [1 j] $p_{k,i,j}^- = a_{ik} + e_k^-$ [1 k] $p_{k,i,j}^- = a_{ik} + e_k^-$ [1 l] $p_{k,i,j}^- = a_{ik} + a_{jk} + e_k^-$</p>	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	<p>2.º bloco de equações 5 equações independentes 4 incógnitas</p>		

Cálculo do valor das incógnitas:

$$\boxed{a_{ij}}$$

Subtraindo [1 b] de [1 a], obter-se-á:

$$a_{ij} = p_{j,i} - p_{j,i}^- = \frac{420}{600} - \frac{160}{400} = 0,3$$

$$\boxed{a_{jk}}$$

Subtraindo [1 h] de [1 g], por exemplo, teremos:

$$a_{jk} = p_{k,i,j}^- - p_{k,i,j}^- = \frac{80}{160} - \frac{48}{240} = 0,3$$

$$\boxed{a_{ik}}$$

$$a_{ik} = p_{k,i,j}^- - p_{k,i,j}^- = \frac{72}{180} - \frac{48}{240} = 0,2$$

$$\boxed{e_k}$$

Podem calcular-se este valor a partir de [1 e] ou de [1 h]. 768

No primeiro caso,

$$e_k = p_{k,ij} - a_{ik} - a_{jk} = \frac{294}{420} - 0,3 - 0,2 = 0,2$$

No segundo caso,

$$e_k = p_{k,\bar{i}j} = \frac{48}{240} = 0,2$$

As duas formas de calcular e_k conduziram portanto ao mesmo resultado. Isso significa que o modelo descrito pelas quatro equações (de [1 e] a [1 h]) é compatível com os dados (embora, no caso geral, um sistema de quatro equações a 3 incógnitas não tenha solução). Mais tarde se indicará o procedimento a seguir no caso de um modelo não resolúvel.

Resumindo, a solução do modelo é a seguinte:

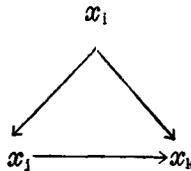
$$\begin{aligned} a_{ij} &= 0,3 \\ a_{ik} &= 0,2 \\ a_{jk} &= 0,3 \end{aligned}$$

Comparando estas quantidades com o correspondente valor dos coeficientes f , verifica-se que:

$$\begin{aligned} f_{ij} &= a_{ij} \\ f_{ik} &\neq a_{ik} \quad (f_{ik} = 0,27) \\ f_{jk} &\neq a_{jk} \quad (f_{jk} = 0,36) \end{aligned}$$

Os índices f são, portanto, susceptíveis de serem interpretados como medidas de influência de uma variável sobre outra ou, noutros casos, de não o serem — tudo depende da estrutura de relações entre as variáveis. É o que vamos tentar perceber de forma mais clara.

O modelo [1] pode exprimir-se graficamente do seguinte modo:



Consideremos o par de variáveis x_j e x_k . A figura mostra-nos claramente que devemos distinguir duas noções: por um lado, a *influência* de x_j sobre x_k materializada pela flecha; por outro, a *relação* entre x_j e x_k . Esta relação é devida, não só ao facto de x_j exercer uma influência sobre x_k , mas também ao de x_i exercer uma influência sobre x_j e sobre x_k .

A representação gráfica permite-nos pois compreender um aspecto *muito importante* da lógica causal: a relação aparente entre duas variáveis é frequentemente uma *combinação* de influências *directas* e influências *indirectas* ligando as variáveis entre si. Quando não há influências indirectas, as medidas de associação são também medidas de influência directa (é o caso das duas variáveis x_1 e x_j : $f_{ij} = a_{ij}$). Pelo contrário, quando duas variáveis estão simultaneamente ligadas por influências directas e indirectas, a medida de associação é geralmente distinta da medida de influência ($f_{ik} \neq a_{ik}$; $f_{jk} \neq a_{jk}$). Igualmente se percebe o significado de a_{ij} , a_{ik} , a_{jk} : tais quantidades permitem destacar a influência real ou directa de uma variável sobre outra, eliminando os efeitos parasitas das influências indirectas.

4.2 Segundo tipo de estrutura

Consideremos um outro exemplo, mantendo o significado das três variáveis que temos vindo a contemplar, mas supondo que os resultados observados foram os seguintes:

Segundo tipo de estrutura de relações entre três variáveis

QUADRO N.º 17

	<i>I</i>		Total	\bar{I}		Total
	<i>J</i>	\bar{J}		<i>J</i>	\bar{J}	
	$\frac{K}{\bar{K}}$	252 168	36 144	288 312	96 64	48 192
	420	180	600	160	240	400

Suponhamos que certas pessoas são *J* porque são *I* ($x_1 \rightarrow x_j$); que certas pessoas são *K* porque são *I* ($x_1 \rightarrow x_k$); que outras ainda são *K* porque são *J* ($x_j \rightarrow x_k$). Teremos também de admitir que certas pessoas são *J* ou *K* por «outras razões». Portanto, relativamente aos dados do quadro n.º 17 podemos utilizar de novo o modelo [1].

Eliminando as equações redundantes, teremos então:

$$\begin{array}{ll}
 [2 \text{ a}] & p_{j,i} = a_{ij} + e_j^- \\
 [2 \text{ b}] & p_{j,\bar{i}} = e_j \\
 [2 \text{ c}] & p_{k,i,j} = a_{ik} + a_{jk} + e_k \\
 [2 \text{ d}] & p_{k,i,\bar{j}} = a_{ik} + e_k \\
 [2 \text{ e}] & p_{k,\bar{i},j} = a_{jk} + e_k \\
 [2 \text{ f}] & p_{k,\bar{i},\bar{j}} = e_k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} [2 \text{ a}] \\ [2 \text{ b}] \\ [2 \text{ c}] \\ [2 \text{ d}] \\ [2 \text{ e}] \\ [2 \text{ f}] \end{array}} \right\} \text{Subsistema sobredeterminado} \\
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} [2 \text{ a}] \\ [2 \text{ b}] \\ [2 \text{ c}] \\ [2 \text{ d}] \\ [2 \text{ e}] \\ [2 \text{ f}] \end{array}} \right\} \text{(quatro equações e três incógnitas).}$$

A resolução do modelo conduz-nos aos seguintes valores:

$$a_{ij} = p_{j,i} - p_{j,i}^- = \frac{420}{600} - \frac{160}{400} = 0,3$$

$$a_{jk} = p_{k,i,j} - p_{k,i,j}^- = \frac{252}{420} - \frac{36}{80} = 0,4$$

$$a_{ik} = p_{k,i,j} - p_{k,i,j}^- = \frac{252}{420} - \frac{96}{160} = 0$$

A quantidade e_k , entretanto, deve ser igual (equação [2 f]) a $p_{k,i,j}$, ou seja, a $\frac{48}{240} = 0,2$. Visto que o sistema constituído pelas equações [2 c] a [2 f] não tem geralmente solução, temos de verificar se os valores calculados satisfazem efectivamente todas as equações. Para isso, vejamos se os primeiros membros das equações [2 c] a [2 f] igualam os segundos membros, depois de nestes substituirmos as quantidades «teóricas» pelos valores encontrados:

$$p_{k,i,j} = a_{ik} + a_{jk} + e_k$$

$$\frac{252}{420} = 0,6 = 0 + 0,4 + 0,2 \text{ (correcto)}$$

$$p_{k,i,j}^- = a_{ik} + e_k$$

$$\frac{36}{180} = 0,2 = 0 + 0,2 \text{ (correcto)}$$

$$p_{k,i,j} = a_{jk} + e_k$$

$$\frac{96}{160} = 0,6 = 0,4 + 0,2 \text{ (correcto)}$$

$$p_{k,i,j}^- = e_k$$

$$\frac{48}{240} = 0,20 = 0,20 \text{ (correcto)}$$

O sistema tem, pois, solução, apesar de ser sobredeterminado:

$$a_{ij} = 0,3$$

$$a_{ik} = 0$$

$$a_{jk} = 0,4$$

Observação: um dos parâmetros (a_{ik}) é nulo. Podíamos pois ter deixado de o considerar: as equações [2 c] a [2 f] assumiriam a seguinte forma:

$$p_{k,i,j} = a_{jk} + e_k \quad [2 c']$$

$$p_{k,i,j}^- = e_k \quad [2 d']$$

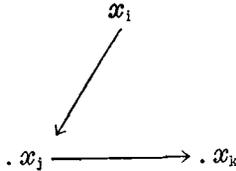
$$p_{k,i,j} = a_{jk} + e_k \quad [2 e']$$

$$p_{k,i,j}^- = e_k \quad [2 f']$$

A circunstância de a_{ik} ser nulo significa que, *ceteris paribus*, o facto de se ser I ou \bar{I} não tem qualquer influência sobre o de se ser K ou \bar{K} (a coesão familiar não tem influência directa sobre a integração), o que não quer dizer que haja uma ausência de associação entre as duas variáveis x_i e x_k . Com efeito,

$$f_{ik} = p_{k,i} - p_{k,\bar{i}} = \frac{288}{600} - \frac{144}{400} = 0,48 - 0,36 = 0,12$$

Em termos de representação gráfica, ter-se-á:



A associação entre x_i e x_k é, portanto, devida exclusivamente à presença de uma influência indirecta resultante da dupla influência de x_i sobre x_j e de x_j sobre x_k (a interpretação teórica correspondente a esta estrutura causal será, segundo R. Boudon, a seguinte: a influência da solidariedade familiar reside exclusivamente no facto de ela exercer uma influência favorável sobre a estabilidade e racionalidade da inserção profissional).

4.3 Terceiro tipo de estrutura

Admitindo que se exclui o caso de estruturas circulares (envolvendo problemas com grau de dificuldade maior) e o caso, mais simples, no qual a estrutura de relações de influência se limitaria a uma relação de influência única (por exemplo, entre x_j e x_k), será possível imaginar outro tipo de estruturas para além dos dois já considerados?

A resposta deverá ser afirmativa.

Voltemos às nossas três variáveis e consideremos os seguintes resultados:

Terceiro tipo de relações entre três variáveis

QUADRO N.º 18

	I		Total	\bar{I}		Total
	J	\bar{J}		J	\bar{J}	
K	336	54	390	80	48	128
\bar{K}	84	126	210	80	192	272
	420	180	600	160	240	400

Voltando ao sistema de equações já utilizado (ele próprio obtido a partir de [1] por eliminação de equações redundantes), teremos:

$$\begin{array}{ll}
 [3 \text{ a}] & p_{j,i} = a_{ij} + e_j \\
 [3 \text{ b}] & p_{j,i} = e_j \\
 [3 \text{ c}] & p_{k,i,j} = a_{ik} + a_{jk} + e_k \\
 [3 \text{ d}] & p_{k,i,j} = a_{ik} + e_k \\
 [3 \text{ e}] & p_{k,i,j} = a_{jk} + e_k \\
 [3 \text{ f}] & p_{k,i,j} = e_k
 \end{array}$$

Resolvendo de forma semelhante à anterior, obter-se-á:

$$\begin{array}{l}
 a_{ij} = 0,3 \\
 a_{jk} = 0,5 \\
 a_{ik} = 0,3 \\
 e_k = 0,2
 \end{array}$$

Tal como fizemos anteriormente, e por idênticas razões, teremos de verificar se a solução proposta é compatível com o modelo. Assim,

$$\begin{array}{l}
 p_{k,i,j} = a_{ik} + a_{jk} + e_k \\
 \frac{336}{420} = 0,8 = 0,3 + 0,5 + 0,2 = 1 \text{ (incorrecto)} \\
 p_{k,i,j} = a_{ik} + e_k \\
 \frac{54}{180} = 0,3 = 0,3 + 0,2 = 0,5 \text{ (incorrecto)} \\
 p_{k,i,j} = a_{jk} + e_k \\
 \frac{80}{160} = 0,5 = 0,5 + 0,2 = 0,7 \text{ (incorrecto)}
 \end{array}$$

Demonstra-se, assim, que o sistema de equações [3 c] a [3 f] não tem solução. O modelo [3] é, pois, incompatível com os dados do quadro n.º 18, o que impõe alteração de algumas das hipóteses nele implicadas.

4.4 A noção de interação

Uma estrutura de implicação pode ser *disjuntiva* «(se I ou se J, então K)» ou *conjuntiva* («se I e se J, então K»).

Ora, todos os modelos considerados anteriormente admitem a hipótese de se poder ser *K* (ou ser-se *mais frequentemente K*) quando se é ou *I* ou *J*. Mas, como sugere a própria designação de implicação conjuntiva, é possível também ser-se *K* (ou, melhor, *mais frequentemente K*) quando simultaneamente se é *I* e *J*.

No nosso exemplo poderemos admitir então que, para além do efeito de x_1 sobre x_k ou do efeito de x_j sobre x_k , haja um efeito de conjunção, ou *interacção* de x_1 e x_j sobre x_k .

4.5 Modelo de interacção

Como considerar este efeito de interacção no modelo que temos vindo a expor?

Vamos designá-lo por a_{ijk} (a quantidade respectiva medirá o efeito de conjugação ou interacção de x_i e de x_j sobre x_k).

Sendo assim, teremos :

$$\begin{aligned}
 [4 \text{ a}] \quad & p_{j,i} = a_{ij} + e_j \\
 [4 \text{ b}] \quad & p_{j,\bar{i}} = e_j \\
 [4 \text{ c}] \quad & p_{k,i,j} = a_{ik} + a_{jk} + \boxed{a_{ijk}} + e_k \\
 [4 \text{ d}] \quad & p_{k,i,\bar{j}} = a_{ik} + e_k \\
 [4 \text{ e}] \quad & p_{k,\bar{i},j} = a_{jk} + e_k \\
 [4 \text{ f}] \quad & p_{k,\bar{i},\bar{j}} = e_k
 \end{aligned}$$

Podemos qualificar a estrutura implícita neste modelo como *disjuntiva-conjuntiva*. Em virtude de se ter considerado um parâmetro adicional, já não se põe o problema da sobre-determinação do sistema de equações [4 c] a [4 f].

Resolvendo-o, obteremos:

$$\begin{aligned}
 a_{ij} &= 0,3 \\
 a_{jk} &= p_{k,i,\bar{j}} - p_{k,\bar{i},\bar{j}} = \frac{80}{160} - \frac{48}{240} = 0,5 - 0,2 = 0,3 \\
 a_{ik} &= p_{k,i,\bar{j}} - p_{k,\bar{i},j} + a_{jk} = \frac{54}{180} - \frac{80}{160} + 0,3 = 0,3 - 0,5 + 0,3 = 0,1 \\
 a_{ijk} &= 0,2
 \end{aligned}$$

A interpretação teórica compatível com a solução encontrada e com as variáveis retidas no modelo seria, evidentemente, diversa das anteriormente consideradas.

4.6 Multiplicidade de modelos no caso de estruturas conjuntivas

As estruturas conjuntivas põem o problema de ser frequentemente possível associar-lhes modelos de decomposição distintos. Consideremos os seguintes dados:

QUADRO N.º 19

	I		\bar{I}	
	J	\bar{J}	J	\bar{J}
K	100	50	50	100
\bar{K}	50	100	100	50
	150	150	150	150

O que os caracteriza é uma inversão do sinal da associação entre x_j e x_k quando se passa de I a \bar{I} e, correlativamente, uma inversão do sinal de associação entre x_i e x_k quando se passa de J a \bar{J} (modelo de interacção pura).

Aplicando o modelo [4], obtêm-se os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= 0 \\ a_{ik} &= -0,33 \\ a_{jk} &= -0,33 \\ a_{ijk} &= 0,67 \\ e_k &= 0,67 \end{aligned}$$

O resultado não se adequa à estrutura de interacção pura, que, contudo, parece poder desprender-se do quadro; o valor de e_k , entretanto, é demasiadamente elevado.

Obtêm-se um resultado mais satisfatório supondo que a conjunção de \bar{I} e \bar{J} tem uma influência *sui generis* sobre o facto de se ser K (o efeito correspondente poderá designar-se por a_{ijk}^-). É de admitir, ainda em relação a este caso, que $a_{ik} = a_{jk} = 0$. Donde:

$$\begin{aligned} p_{k,ij} &= a_{ijk} + e_k \\ p_{k,i\bar{j}} &= e_k \\ p_{k,\bar{i}j} &= e_k \\ p_{k,\bar{i}\bar{j}} &= a_{ijk}^- + e_k \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema, ter-se-á:

$$\begin{aligned} a_{ijk} &= a_{ijk}^- = 0,33 \\ e_k &= 0,33 \end{aligned}$$

Demonstra-nos este exemplo que a utilização dos modelos de decomposição de proporções é mais delicada no caso de estruturas conjuntivas do que no de estruturas disjuntivas; *a fortiori* o será quando a organização dos dados não permite que a simples «boa intuição» possa designar o modelo mais adequado.

4.7 Tipos de estruturas causais no caso de três variáveis (resumo)

Quando se analisam as relações de influência entre três variáveis dicotómicas, a situação mais geral é a representada pelo modelo [4]. Com um número de equações igual ao número de incógnitas, tal modelo terá sempre solução e aplicar-se-á a qualquer conjunto de dados (*estrutura geral*).

A hipótese de ausência de efeitos de interacção ou conjunção ($a_{ijk} = 0$) constitui um importante caso particular deste modelo (*estrutura disjuntiva, aditiva ou linear*).

Quando a_{ik} (ou a_{jk}) for nulo, o modelo corresponderá a uma *estrutura incompleta*.

5. Uma aplicação sistemática do modelo

Um dos limites da análise das relações de causalidade entre variáveis, proposta por Paul Lazarsfeld ([12]), consiste no facto de ela não permitir a determinação de *medidas* de influência causal entre essas variáveis. O modelo formal baseado na decomposição de proporções que temos vindo a descrever inclui, precisamente, entre os seus objectivos o de tentar superar a limitação assinalada.

Seguidamente apresentam-se os resultados de uma aplicação sistemática do referido modelo aos casos e dados que, a título de ilustração, surgem no texto de Lazarsfeld: um trabalho que Boudon não fez, mas nos sugere, com o estatuto de «exercício proposto», nas «Remarques Finales» do cap. V de *Les Mathématiques en Sociologie* ([6]).

Tendo em vista expor os princípios fundamentais da chamada «análise multivariada» e codificar as estruturas de causalidade entre variáveis, Lazarsfeld recorre, como se sabe, a um conjunto de estudos sobre preferências em matéria de programas radiofónicos, procurando observar as relações entre *idade* (variável independente representada por x) e o *interesse* por três tipos de programas: *religiosos*, *políticos* e de *música clássica* (variáveis dependentes, y).

A informação estatística que para o efeito se recolheu é indicada no seguinte quadro:

QUADRO N.º 20

	Jovens (percentagem de ouvintes)	Não jovens (percentagem de ouvintes)
Programas religiosos	17 %	26 %
Programas políticos	34 %	45 %
Programas de música clássica	30 %	29 %
(Número de casos)	(1000)	(1300)

Uma «leitura horizontal» deste quadro indica-nos que os jovens têm, relativamente a programas religiosos e políticos, um interesse mais reduzido do que os não jovens, o mesmo não se verificando já quanto a programas de música clássica. Uma interpretação imediata (compatível, aliás, com os dados numéricos retidos) seria a de que existe um divórcio da «juventude» relativamente a «valores» religiosos e políticos e que o interesse por música clássica tem como única razão determinante o «gosto» dos indivíduos.

Procurando explicar a relação verificada entre as variáveis x e y (idade e interesse pelos vários tipos de emissões radiofónicas), Lazarsfeld foi levado a considerar uma variável adicional (variável-teste) — *nível de instrução* (t) —, o que lhe permitiu formular a seguinte questão: que acontece à relação originária entre x e y

quando, separadamente, se analisam as preferências dos indivíduos com grau de instrução *homogéneo* (inferior ou superior) ?

A informação numérica que possibilita uma resposta a esta questão surge nos quadros n.ºs 21 (programas religiosos), 22 (programas políticos) e 23 (programas de música clássica), os quais estão já organizados tendo em conta a seguinte conversão de notações:

- x_1 — idade (I , jovens; \bar{I} , não jovens); no texto de Lazarsfeld, $x_1 \equiv x$;
 x_2 — nível de instrução (J , superior; \bar{J} , inferior); no texto de Lazarsfeld, $x_2 \equiv t$ («variável-teste»);
 x_k — audição (K , ouvem; \bar{K} , não ouvem); no texto de Lazarsfeld, $x_k \equiv y$.

Programas religiosos

QUADRO N.º 21

	Nível de instrução superior (J)			Nível de instrução inferior (\bar{J})		
	Jovens I	Não jovens \bar{I}	Total	Jovens I	Não jovens \bar{I}	Total
Ouven (K) . . .	55	45	100	115	285	400
Não ouven (\bar{K})	545	355	900	285	615	900
	600	400	1 000	400	900	1 300

A leitura do quadro n.º 21 permite verificar que a relação entre idade e interesse por programas religiosos desapareceu quase completamente; ela era devida ao facto de o nível cultural ser mais elevado nos jovens do que nos não jovens, facto este, por seu turno, resultante da extensão progressiva do ensino. Sendo o interesse pelos programas religiosos determinado pelo nível de instrução, compreende-se que a relação primitivamente observada desapareça quando se homogeneízam os grupos em termos da variável instrução.

A estrutura causal implicada no quadro n.º 21 pode ser, portanto, representada graficamente, tendo ainda em conta as notações utilizadas por Lazarsfeld, do seguinte modo:

Idade \longrightarrow Nível de instrução \longrightarrow Preferência por programas
 (x) $(-)$ (t) $(-)$ (y) [religiosos]

Vejamus se a utilização do modelo formal proposto por Boudon, além de permitir a quantificação das influências causais entre variáveis, confirma a interpretação proposta por Lazarsfeld.

Aplicando o modelo da forma [4],

$$\begin{aligned} p_{j,i} &= a_{ij} + e_j \\ p_{j,i} &= e_j \\ p_{k,ij} &= a_{ik} + a_{jk} + a_{ijk} + e_k \\ p_{k,ij} &= a_{ik} + e_k \\ p_{k,ij} &= e_k \\ p_{k,ij} &= a_{jk} + e_k \end{aligned}$$

aos dados constantes do quadro n.º 21, teremos:

$$\begin{aligned} \frac{600}{1000} &= a_{ij} + e_j \\ \frac{400}{1300} &= e_j \\ \frac{55}{600} &= a_{ik} + a_{jk} + a_{ijk} + e_k \\ \frac{115}{400} &= a_{ik} + e_k \\ \frac{285}{900} &= e_k \\ \frac{45}{400} &= a_{jk} + e_k \end{aligned}$$

A solução do sistema será a seguinte:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= 0,292 \\ a_{ik} &= -0,029 \\ a_{jk} &= -0,204 \\ a_{ijk} &= 0,008 \\ e_j &= 0,308 \\ e_k &= 0,316 \end{aligned}$$

Os resultados obtidos sugerem-nos os seguintes comentários:

a) O valor representativo da influência de x_i sobre x_j (a_{ij}) está afectado do sinal +, o que significa que quanto *mais jovem* se é *maior* a probabilidade de se ter atingido um nível de instrução elevado.

b) A influência de x_i sobre x_k (a_{ik}) e o efeito de interacção (a_{ijk}) são representados por valores praticamente nulos; daí poder admitir-se como legítima a não consideração dessas influências.

c) O valor de a_{jk} (medida de influência de x_j sobre x_k) está afectado do sinal —, o que significa que quanto *menos* elevado o nível de instrução *maior* será a preferência por este tipo de programas.

A representação gráfica da estrutura de relações causais entre as três variáveis, compatível com a solução que se obteve aplicando o modelo de Boudon, será a seguinte:

Idade $\xrightarrow{(-)}$ Nível de instrução $\xrightarrow{(-)}$ Preferência por programas religiosos
 x_i (+) x_j (-) x_k [religiosos]

Só aparentemente a interpretação proposta por Lazarsfeld não é confirmada em absoluto (de facto, aqui considera-se *positiva* a influência de x_i sobre x_k). É, com efeito, evidente que, se tivermos em conta o significado dos valores da variável x_i (I/\bar{I}), poderemos concluir que existe uma efectiva coincidência nas interpretações; de facto, a afirmação de que «quanto mais jovem se é, maior a probabilidade de se ter atingido um nível de instrução elevado» é equivalente à considerada por Lazarsfeld («quanto menor a idade, maior o nível de instrução provável»).

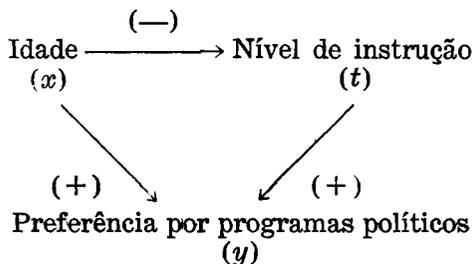
Relativamente aos chamados *programas políticos*, a homogeneização da população em termos da variável *nível de instrução* ($t \equiv x_j$) conduziu aos valores numéricos constantes do quadro n.º 22³.

Programas políticos

QUADRO N.º 22

	J			\bar{J}		
	I	\bar{I}	Total	I	\bar{I}	Total
K	240	220	460	100	360	460
\bar{K}	360	180	540	300	540	840
	600	400	1 000	400	900	1 300

Decorre da leitura deste quadro que a primitiva relação de associação entre a idade e a preferência por programas políticos se acentua quando observada em cada um dos grupos de instrução considerados, o que conduz Lazarsfeld a admitir uma estrutura de causalidade, representável graficamente do seguinte modo:



³ Os valores incluídos no quadro n.º 22 e no quadro n.º 23 resultam de uma transformação, em termos de valores absolutos, da informação numérica percentual indicada no texto de LAZARSFELD. Admite-se, portanto, uma ligeira (não significativa) descoincidência entre os valores obtidos através desta operação e os que corresponderiam aos indivíduos efectivamente observados.

Aplicando o modelo de Boudon aos dados do quadro n.º 22, teremos:

$$\frac{600}{1000} = a_{1j} + e_j$$

$$\frac{400}{1300} = e_j$$

$$\frac{240}{600} = a_{ik} + a_{jk} + a_{ijk} + e_k$$

$$\frac{100}{400} = a_{ik} + e_k$$

$$\frac{220}{400} = a_{jk} + e_k$$

$$\frac{360}{900} = e_k$$

Donde,

$$a_{1j} = 0,292$$

$$a_{ik} = -0,15$$

$$a_{jk} = 0,15$$

$$a_{ijk} = 0$$

$$e_j = 0,308$$

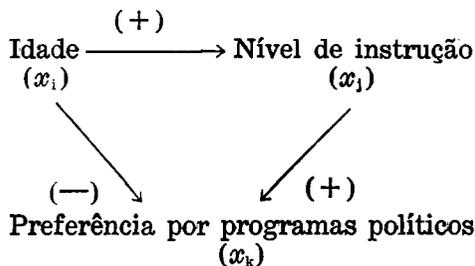
$$e_k = 0,4$$

Justificam-se, a propósito dos resultados obtidos, os seguintes comentários:

a) O facto de a_{ik} ser negativo tem o mesmo significado que no caso anterior;

b) A inexistência de um efeito de interacção traduz-se no facto de a_{ijk} assumir um valor nulo.

A estrutura das relações de causalidade entre x_i , x_j e x_k , compatível com a solução do modelo, poderá representar-se graficamente assim:



Tendo uma vez mais em conta o significado dos valores da variável x_1 , facilmente se verificará a coincidência entre a interpretação decorrente da aplicação do modelo de Boudon e a que é proposta por Lazarsfeld.

Homogeneizando a população em termos da variável *nível de instrução*, somos conduzidos, no caso de programas de música clássica, aos dados constantes do quadro n.º 23:

Programas de música clássica

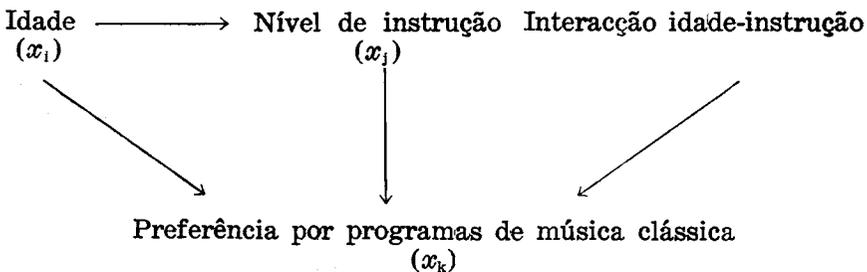
QUADRO N.º 23

	J			J̄		
	I	Ī	Total	I	Ī	Total
K	192	208	400	112	171	283
K̄	408	192	600	288	729	1 017
	600	400	1 000	400	900	1 300

A aplicação do modelo [4] conduziu aos seguintes valores:

$$\begin{aligned}
 a_{1j} &= 0,29 \\
 a_{1k} &= 0,09 \\
 a_{jk} &= 0,33 \\
 a_{1jk} &= -0,29 \\
 e_j &= 0,308 \\
 e_k &= 0,19
 \end{aligned}$$

A estrutura causal associada a estes valores deverá portanto registar a existência de um efeito de interacção entre as variáveis *idade* e *nível de instrução*, podendo ser representada graficamente do seguinte modo:



Anote-se, a concluir a coincidência entre esta interpretação e a que o próprio R. Boudon propõe em *Les Méthodes en Sociologie* e *L'Analyse Mathématique des faits sociaux*, quando comenta o texto de Lazarsfeld que motivou esta aplicação sistemática do modelo formal de decomposição de proporções empíricas.

BIBLIOGRAFIA

- [1] J. Ferreira de ALMEIDA e J. Madureira PINTO, *Significação Conotativa nos Discursos das Ciências Sociais*, Lisboa, «Cadernos G. I. S.», n.º 6, 1973.
- [2] H. M. BLALOCK, JR., *Causal Inferences in Non-Experimental Research*, Chapel Hill, University of North Carolina Press, 1964.
- [3] H. M. BLALOCK, JR., *Introduction to Social Research*, Nova Jérsea, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1970.
- [4] H. M. BLALOCK, JR., «The Measurement Problem: A Gap between the Languages of Theory and Research», in H. M. BLALOCK, JR. e A. B. BLALOCK (ed.), *Methodology in Social Research*, Nova Iorque, McGraw-Hill, 1968.
- [5] R. BOUDON, *L'analyse mathématique des faits sociaux*, Paris, Plon, 1967.
- [6] R. BOUDON, *Les Mathématiques en Sociologie*, Paris, P. U. F., 1971.
- [7] P. BOURDIEU, J.-C. PASSERON e J.-C. CHAMBOREDON, *Le Métier de Sociologue*, Paris-Haia, Mouton-Bordas, 1968.
- [8] M. CASTELLS, «As novas fronteiras da metodologia sociológica», in *Análise Social*, n.ºs 35-36, vol. IX, 1972, pp. 493-525.
- [9] A. EINSTEIN e L. INFELD, *L'évolution des idées en Physique*, Paris, Flammarion, 1948 (tradução do inglês).
- [10] P. FILMER et al., *New Directions in Sociological Theory*, Londres, Collier-Macmillan, 1972.
- [11] F. HALBWACHS, «Réflexions sur la causalité physique», in M. BUNGUE et al., *Les Théories de la Causalité*, Paris, P. U. F., 1971.
- [12] P. LAZARSFELD, «L'interprétation des relations statistiques comme procédure de recherche», in R. BOUDON e P. LAZARSFELD, *L'analyse empirique de la Causalité*, Paris, Mouton, 1966.