



INSTITUTO
UNIVERSITÁRIO
DE LISBOA

Análise de eficiência nos Jogos Olímpicos: Avaliação do desempenho dos países participantes nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020

Tatiana Sofia Oliveira Li

Mestrado em Business Analytics

Orientadora:

Professora Doutora Ana Catarina de Carvalho Nunes, Professora Auxiliar,
Departamento de Métodos Quantitativos para Gestão e Economia, ISCTE-
IUL

Co-Orientadora:

Professora Doutora Maria Teresa de Abreu Luís Godinho, Professora
Adjunta, Departamento de Matemática e Ciências Físicas, ESTIG, IPBeja

outubro, 2023



BUSINESS
SCHOOL

Departamento de Métodos Quantitativos para Gestão e Economia

Análise de eficiência nos Jogos Olímpicos: Avaliação do desempenho dos países participantes nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020

Tatiana Sofia Oliveira Li

Mestrado em Business Analytics

Orientadora:

Professora Doutora Ana Catarina de Carvalho Nunes, Professora Auxiliar,
Departamento de Métodos Quantitativos para Gestão e Economia, ISCTE-
IUL

Co-Orientadora:

Professora Maria Teresa de Abreu Luís Godinho, Professora Adjunta,
Departamento de Matemática e Ciências Físicas, ESTIG, IPBeja

outubro, 2023

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que contribuíram de alguma forma para a conclusão desta dissertação e que, de algum modo, fizeram parte deste percurso.

Quero agradecer às minhas orientadoras, a professora Ana Catarina Nunes e a professora Teresa Godinho, pela orientação, disponibilidade e toda a ajuda que me prestaram ao longo desta investigação. A sua dedicação e paciência incansáveis foram fundamentais para o desenvolvimento e conclusão do trabalho.

Também agradeço a todos os meus amigos e familiares por me terem acompanhado durante todo o mestrado. Estarei eternamente grata por todas as palavras motivacionais e apoio moral que me deram e que foi essencial para a conclusão deste curso.

Muito obrigada a todos,

Tatiana Li

Resumo

Na presente dissertação realiza-se uma análise de eficiência aos países participantes nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020. Para além de avaliar o seu desempenho nesta edição do evento, apresenta-se também uma estratégia para determinar *benchmarks*.

Para o efeito, utilizou-se a *Data Envelopment Analysis* (DEA), que consiste numa técnica não paramétrica de Programação Linear, usada para avaliar a eficiência de um conjunto de entidades, designadas por *Decision Making Units* (DMU), que operam com múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*.

Na aplicação do caso de estudo, as DMU são os países que conquistaram pelo menos uma medalha, e foram considerados dois *inputs*, o Produto Interno Bruto per capita e a população, e três *outputs*, as medalhas de ouro, prata e bronze ganhas pelos países. Os *outputs* não são valorados todos da mesma forma, sendo incluídas restrições aos seus pesos, garantindo que uma medalha de ouro é mais valiosa do que uma de prata e esta última que uma de bronze.

Os modelos DEA, Charnes, Cooper e Rhodes (CCR) e Banker, Charnes e Rhodes (BCC), foram aplicados e foi calculada a eficiência cruzada média dos países, a partir das eficiências obtidas através desses métodos. Posteriormente, uma técnica de *clustering* foi utilizada para obter *benchmarks* que sirvam de referência a países com um pior desempenho e procedeu-se à análise de consistência dos resultados obtidos pelos diferentes métodos. Desta análise conclui-se que a escolha do modelo é relevante, pois, apesar de os resultados das eficiências apresentarem correlações fortes, obtêm-se classificações e distribuições diferentes consoante o método.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados, Jogos Olímpicos, Eficiência Cruzada, *Benchmarking*, Avaliação de Desempenho.

Classificação JEL: C61, L83.

Abstract

In this dissertation, an efficiency analysis of the countries participating in the 2020 Tokyo Olympics is conducted. In addition to assessing their performance in this edition of the event, a strategy for determining benchmarks is also presented.

To this end, Data Envelopment Analysis (DEA) was employed, which is a non-parametric linear programming technique used to evaluate the efficiency of a set of entities referred to as Decision Making Units (DMU) operating with multiple inputs and outputs.

In the case study application, the DMUs are the countries that have won at least one medal. Two inputs, Gross Domestic Product per capita and population, and three outputs, gold, silver, and bronze medals won by the countries, were considered. The outputs are not equally valued, so weight restrictions are included, ensuring that a gold medal is more valuable than a silver one, and a silver medal is more valuable than a bronze one.

The DEA models, Charnes, Cooper, and Rhodes (CCR), and Banker, Charnes, and Rhodes (BCC), were applied, and the average cross-efficiency of countries was calculated based on the efficiencies obtained through these methods. Subsequently, a clustering technique was used to obtain benchmarks for countries with poor performance, and consistency analysis of the results obtained by different methods was conducted. From this analysis, it is concluded that the choice of the model is relevant because, despite strong correlations in the efficiency results, different rankings and distributions are obtained depending on the method used.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Olympic Games, Cross Efficiency, Benchmarking, Performance Measurement.

JEL Classification System: C61, L83.

Índice

Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Acrónimos e Siglas	xv
1. Introdução	1
1.1 Questões de Investigação e Objetivos	2
1.2 Jogos Olímpicos	2
1.3 Estrutura e Organização da Dissertação	3
2. Revisão de Literatura.....	5
2.1 Análise de Eficiência	5
2.2 Modelos DEA	6
2.3 Eficiência Cruzada.....	7
2.4 Análise de Eficiência nos Jogos Olímpicos.....	9
3. Metodologia	15
3.1 Modelos DEA	15
3.2 Modelos de Eficiência Cruzada.....	17
3.3 <i>Benchmarking</i>	19
4. Caso de Estudo	21
4.1 Dados.....	21
4.2 Programas Lineares	22
5. Resultados	27
5.1 Resultados dos Modelos DEA.....	27
5.2 Análise <i>Benchmarking</i>	29
5.3 Análise de Consistência	30
6. Conclusões e Recomendações	33
6.1 Principais Conclusões e Contribuições.....	33
6.2 Limitações.....	35
6.3 Recomendações para Pesquisas Futuras	35
Referências Bibliográficas	37
Anexos	43

Índice de Figuras

Figura 1 - Clusters Resultantes da Técnica de Clustering Hierárquico.	30
Figura 2 - Distribuição das Eficiências, por Modelo.	31

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Aplicações de DEA nos JO.....	11
Tabela 2 - Estatísticas Descritivas dos Inputs e Outputs dos Modelos DEA.....	21
Tabela 3 - Estatísticas Descritivas dos Resultados dos Modelos DEA.	27
Tabela 4 - TOP 10 países, por Valores de Eficiência e por Modelo.	28
Tabela 5 - Correlações de Spearman Entre os Modelos Estudados.....	32

Lista de Acrónimos e Siglas

AR – *Assurance Region*

BCC – Modelo de Banker, Charnes e Cooper

CCR – Modelo de Charnes, Cooper e Rhodes

CEM - *Cross Efficiency Matrix*

CRS – *Constant Returns to Scale*

CSW – *Common Set of Weights*

DALY – *Disability-Adjusted Life Years*

DEA – *Data Envelopment Analysis*

DMU – *Decision Making Unit*

EQM – Modelo, orientado ao *input*, que tem como base a expressão exponencial da qualidade de *input*

FO – Função Objetivo

FSO – *Fixed-Sum Output*

IMF – *International Monetary Fund*

IPC - Índice de Percepção da Corrupção

JO – Jogos Olímpicos

LQM – Modelo, orientado ao *input*, que tem como base a expressão linear da qualidade de *input*

PEA - População Economicamente Ativa

PIB – Produto Interno Bruto

PL – Programação Linear

PNB – Produto Nacional Bruto

PPC - Paridade do Poder de Compra

SFA – *Stochastic Frontier Analysis*

VRS – *Variable Returns to Scale*

ZSG – *Zero-Sum Gains*

1. Introdução

O estudo de técnicas que permitam medir e comparar a eficiência das organizações é um tópico atual e de grande importância em *Business Analytics*. Uma das técnicas que tem atingido um maior destaque neste âmbito é a *Data Envelopment Analysis*. Com efeito, a utilização desta técnica tem vindo a crescer, verificando-se um aumento significativo da sua presença na literatura nos últimos anos¹, o que demonstra a sua crescente relevância para os investigadores.

A DEA é uma técnica não paramétrica, introduzida por Charnes *et al.* (1978), que permite a avaliação da eficiência e produtividade de um grupo de entidades, denominadas de *Decision Making Units*, no processo de transformação de um conjunto de *inputs* num conjunto de *outputs*. Em DEA define-se eficiência como sendo o rácio entre a soma ponderada dos múltiplos *outputs* e a soma ponderada dos múltiplos *inputs*. Os valores dos ponderadores são determinados para cada uma das DMU em análise, recorrendo à Programação Linear (PL). Para cada uma destas entidades, o conjunto dos ponderadores que lhe está associado será aquele que maximiza a sua eficiência. Desta forma, a comparação entre DMU tem em conta as especificidades de cada entidade, o que é uma das vantagens desta técnica. Por outro lado, o facto de existir mais de um modelo para obter os ponderadores, e de estes poderem diferir de modelo para modelo e, portanto, levar a interpretações diversas, pode representar uma limitação à aplicação da DEA.

Todavia, apesar das suas limitações, utilizando esta técnica, é possível identificar quais são as DMU que atuam eficientemente e, portanto, não precisam de efetuar qualquer mudança na sua atividade, e quais são aquelas que não atuam na sua máxima eficiência, exigindo a realização de alterações adequadas nos seus *inputs* e/ou *outputs* para a alcançarem. Nesse sentido, é uma técnica de grande utilidade em *benchmarking* e na avaliação do desempenho. O *benchmarking* é uma ferramenta estratégica, utilizada pelas organizações para avaliar o seu desempenho, que envolve uma comparação sistemática e contínua das suas práticas com as de outras organizações do setor. Repare-se que uma organização, ao poder comparar o seu comportamento com o do seu *benchmark*, consegue identificar áreas de melhoria, definir metas e evoluir no sentido da máxima eficiência.

A finalizar, refira-se que a DEA tem sido aplicada em diversas áreas de negócio, tanto no setor privado, como no setor público, relativamente a empresas, organizações governamentais, bancos, hospitais, universidades, entre outras entidades (Cooper *et al.*, 2011). A título de exemplo, refiram-se alguns estudos no setor bancário, onde Dekker & Post (2001) avaliam o desempenho de bancos holandeses; já na saúde, Md Hamzah *et al.* (2021) foca-se na análise do funcionamento do sistema de saúde na Malásia em resposta à pandemia COVID-19; no setor empresarial, em An *et al.* (2018) é

¹ A título ilustrativo, refira-se que se contabilizam, no *website* Google Scholar, 29 700 entradas referentes ao termo *Data Envelopment Analysis*, em 2018, e 35 000, em 2022 (Google Scholar, 2023).

determinada e comparada a eficiência relativa de indústrias de alta tecnologia na China; na educação, Casu & Thanassoulis (2006) medem a eficiência de custos dos serviços administrativos centrais das universidades do Reino Unido; ou no desporto, Flégl (2014) avalia o desempenho das seleções nacionais de futebol durante o período de qualificação para a Copa do Mundo FIFA 2014.

Neste trabalho, ilustramos a aplicação da DEA através da sua implementação no contexto da avaliação de desempenho e *benchmarking* dos países em Jogos Olímpicos (JO). Serão explorados quatro modelos de DEA diferentes (CCR, BCC e eficiência cruzada) e comparados os resultados por eles produzidos.

1.1 Questões de Investigação e Objetivos

O foco da investigação é impulsionado pelas seguintes questões de investigação:

Q1. Quais são as estratégias que podem ser implementadas para a avaliação de desempenho e a determinação de *benchmarks*, com foco na melhoria contínua e no estabelecimento de referências?

Q2. Como é que a utilização de diferentes modelos em DEA impacta a avaliação de eficiência das DMU?

Tendo em conta as questões de investigação que conduzem o presente estudo, são estabelecidos dois objetivos:

- 1) Definir estratégias para a determinação de *benchmarks* e avaliação de desempenho;
- 2) Comparar vários métodos em DEA, realizando uma análise de consistência aos respetivos resultados.

O cumprimento dos objetivos estabelecidos e, conseqüentemente, a obtenção das respostas às questões de investigação, podem contribuir tanto para o campo da análise de eficiência, como para o desenvolvimento de estratégias desportivas mais eficientes a nível nacional e internacional. Primeiramente, o estudo tem uma contribuição positiva para a técnica DEA, uma vez que, para além de ser realizada uma revisão literária exaustiva em relação aos modelos DEA e à sua aplicação nos JO, é efetuada uma comparação de diversos modelos DEA. Adicionalmente, o estudo engloba ainda, para os profissionais de desporto interessados, como autoridades desportivas nacionais e treinadores, uma análise de eficiência e de *benchmarking* que fornece algum auxílio de como melhorar o desempenho das nações.

1.2 Jogos Olímpicos

Os Jogos Olímpicos é o maior e mais importante evento desportivo do mundo, o qual necessita de um elevado investimento e de uma organização notável, uma vez que envolve um grande número de nações, de atletas participantes e até de espectadores. Salienta-se ainda que, por detrás de toda a

prestação dos atletas, é indispensável uma preparação específica e priorizada, tanto física como psicológica, para que se consiga obter os melhores resultados possíveis nesta competição que ocorre apenas a cada quatro anos.

É assim de realçar que este mega evento tem impacto nos países participantes a vários níveis, sendo que o desempenho de cada nação tende a relacionar-se com o enquadramento, tanto económico e demográfico, como social e político, que a envolve (Hoffmann *et al.*, 2004; Vagenas & Vlachokyriakou, 2012). É cada vez mais aceite que um país com mais população e mais desenvolvido economicamente apresenta uma maior facilidade em obter melhores resultados nos JO, uma vez que podem contribuir, positivamente, para a preparação e, conseqüentemente, para o desempenho dos seus atletas, disponibilizando-lhes mais recursos que ajudam a alcançar o sucesso (Vagenas & Vlachokyriakou, 2012).

A importância dos JO para os vários países participantes, e até mesmo para o mundo, gera interesse para a realização de diversos estudos acerca da análise de eficiência do desempenho das nações, nomeadamente utilizando a técnica DEA. Conseqüentemente, esta temática surge de forma recorrente na literatura, destacando-se os estudos de Lozano *et al.* (2002), Li *et al.* (2008) e Wu *et al.* (2009), onde a DEA foi utilizada para avaliar o desempenho dos países participantes em diferentes edições dos JO. O facto de os dados necessários para esta análise serem de fácil acesso, estando disponíveis em *websites* de acesso livre, simplifica a realização de estudos desta natureza.

Nesta dissertação, estudamos o desempenho dos países que conquistaram pelo menos uma medalha na última edição deste que é o maior evento desportivo do mundo, realizada no Japão, Tóquio em 2021. Como já foi referido, realizamos uma análise de eficiência, aplicando a técnica DEA. Adicionalmente, uma técnica de *benchmarking* é também utilizada para que, dentro de um grupo de DMU com um comportamento inerentemente semelhante, os países menos eficientes tenham uma referência para melhorarem o seu desempenho. Por fim, tenciona-se proceder a uma comparação entre diferentes modelos DEA, verificando a consistência dos seus resultados.

1.3 Estrutura e Organização da Dissertação

De modo a possibilitar a melhor compreensão possível acerca dos diferentes passos efetuados ao longo da dissertação, o presente documento encontra-se dividido em seis capítulos.

Este primeiro capítulo, de introdução, oferece uma contextualização do tema a abordar, assim como a motivação para o estudo, indicando a importância da DEA no âmbito da gestão e quais as aplicações mais comuns. Adicionalmente, são realçados os objetivos e contributos que o estudo se propõe a alcançar, indicando ainda as questões de investigação às quais se pretende responder. Por último, é referido o caso de estudo e discutida a sua pertinência.

Já no Capítulo 2, é efetuada uma revisão de literatura, obtendo o estado da arte dos principais conceitos inerentes à presente investigação, a saber: análise de eficiência, modelo CCR e BCC e métodos de eficiência cruzada, enquadrando-os no contexto da análise de eficiência nos JO.

O Capítulo 3 diz respeito à metodologia, no qual são descritos, numa abordagem mais teórica, todos os modelos que se pretende estudar, tanto o CCR e BCC, como os de eficiência cruzada, e também o procedimento a usar para identificação de *benchmarks*.

O Capítulo 4 dedica-se à descrição do caso de estudo, sendo introduzidos os dados selecionados para a sua aplicação. Apresentam-se, de forma detalhada, os programas lineares usados para determinação dos multiplicadores ótimos dos *inputs* e *outputs* para cada uma das DMU. Adicionalmente, é também referenciada a aplicação do processo de *benchmarking* a este caso em concreto.

Já no Capítulo 5 apresentam-se os resultados obtidos e procede-se à sua discussão, sendo revelados os resultados dos modelos DEA aplicados e dos diversos testes realizados, incluindo a análise de *benchmarking* e uma análise de consistência dos resultados.

No Capítulo 6 são evidenciadas as principais conclusões da investigação, assim como são descritas algumas limitações e recomendações para estudos futuros.

Por fim, são apresentados as referências bibliográficas e os anexos.

2. Revisão de Literatura

A revisão de literatura objetiva explorar as teorias e pesquisas que moldaram o campo de estudo em questão. Deste modo, é pertinente realizar uma síntese das contribuições dos diversos estudos relacionadas com alguns tópicos, nomeadamente, pretende-se obter o estado da arte da análise de eficiência, dos modelos DEA e de eficiência cruzada e da análise de eficiência nos JO.

2.1 Análise de Eficiência

A análise de eficiência é um método utilizado para avaliar o desempenho de um processo, sistema ou organização em relação à sua capacidade para usar recursos, de forma eficiente, de modo a conseguir alcançar um determinado conjunto de objetivos. Este método envolve medir os *inputs* e *outputs* de um processo ou sistema e analisar a eficiência da transformação entre eles.

A análise de eficiência pode gerar informações importantes para a tomada de decisão, uma vez que pode ser usada para identificar áreas que não estejam a funcionar de forma eficiente, assim como para sugerir outras formas de melhorar esse desempenho. Esta pode ainda ser utilizada para comparar o desempenho de diferentes sistemas ou processos, ou para fazer uma comparação entre uma organização e os padrões ou melhores práticas do respetivo setor.

Farrell (1957) foi pioneiro na apresentação de um método para medir a eficiência produtiva. Foi neste artigo que Farrell introduziu os conceitos de dois tipos de eficiência: eficiência técnica, que se refere ao valor máximo de output que pode ser produzido através de um determinado conjunto de *inputs*, e eficiência alocativa ou de preço, que consiste na capacidade de usar recursos de forma a maximizar o *output* produzido, tendo em conta os preços dos *outputs* e *inputs* no mercado.

Existem vários métodos que podem ser utilizados para a análise de eficiência. Uma das técnicas mais utilizadas é a Análise Envoltória de Dados (DEA, do inglês *Data Envelopment Analysis*), que foi proposta por Charnes *et al.* (1978) e tem como objetivo medir a eficiência relativa de unidades produtivas (como empresas, hospitais, escolas, entre outras) a partir da comparação dos seus *inputs* e *outputs*. Outra técnica bastante reconhecida é a Análise de Fronteira Estocástica (SFA, do inglês *Stochastic Frontier Analysis*), proposta por Aigner *et al.* (1977), que utiliza modelos econométricos para medir a eficiência de uma unidade em relação a uma fronteira estocástica.

Como é possível reter, estes métodos requerem a recolha e análise de dados de *inputs* e *outputs* e utilizam modelos matemáticos para medir a eficiência e identificar áreas de melhoria. Importa ainda realçar que a análise de eficiência tem sido aplicada em diversas áreas, como saúde, educação, transporte, energia, agricultura, entre outras.

2.2 Modelos DEA

A DEA é uma técnica não paramétrica que, tendo como base a Programação Linear, visa medir o desempenho relativo de um conjunto de unidades produtivas comparáveis, denominadas de Unidades de Tomada de Decisão (DMU, do inglês *Decision Making Units*), que transformam recursos (*inputs*) em produtos ou serviços (*outputs*). Esta técnica tem sido amplamente utilizada em estudos de produtividade, gestão e operações e, conseqüentemente, tem gerado diversas aplicações em diferentes setores, incluindo saúde, educação, agricultura, indústria e serviços (Sexton *et al.*, 1986).

Existem dois modelos que são os mais conhecidos e utilizados na literatura da técnica DEA: o modelo CCR (sigla em inglês para o modelo de Charnes, Cooper e Rhodes) e o modelo BCC (sigla em inglês para o modelo de Banker, Charnes e Cooper).

O modelo CCR foi um dos primeiros modelos DEA, proposto por Charnes *et al.* (1978), e considera rendimentos constantes de escala, encontrando-se assim associado ao modelo CRS (do inglês *Constant Returns to Scale*). Isto é, assume que alterações no valor dos *inputs* conduzem a alterações proporcionais no valor dos *outputs*. Este tipo de modelo mede a eficiência de cada unidade produtiva em relação a uma fronteira convexa, denominada de fronteira de eficiência.

Principalmente ao nível da gestão, o modelo CCR permite diversas aplicações que assentam em diferentes objetivos. Um dos principais propósitos é a avaliação de eficiência em empresas, que visa a comparação de níveis de eficiência entre entidades do mesmo setor, conseguindo identificar aquelas que utilizam os seus recursos de forma mais eficiente (Charnes *et al.*, 1978; Banker *et al.*, 1984). Este tipo de modelo também é utilizado para fins de *benchmarking*, com a intenção de auxiliar na identificação de áreas a melhorar e no estabelecimento de metas para aprimorar a própria eficiência, assim como para a tomada de decisão de investimento, com o intuito de ajudar na alocação de recursos financeiros de forma eficiente e na seleção de projetos com maior probabilidade de sucesso (Cooper *et al.*, 2005). Outras aplicações estão relacionadas com a análise de produtividade, que pretende identificar ineficiências no processo produtivo e sugerir orientações de como alocar os recursos de forma a maximizar a produtividade (Färe *et al.*, 1994), e com a avaliação de desempenho e remuneração, onde os resultados do modelo podem servir de base para sistemas de remuneração, de modo a premiar os colaboradores mais eficientes e que alcançam melhores resultados (Seiford & Zhu, 2002; Emrouznejad & De Witte, 2010).

Desde este primeiro modelo DEA, muitos outros foram desenvolvidos, tanto em termos teóricos, como práticos, sendo o caso do modelo BCC, proposto por Banker *et al.* (1984), este que, ao contrário do primeiro, fornece rendimentos variáveis de escala, estando assim associado ao modelo VRS (do inglês *Variable Returns to Scale*). Ou seja, este assume que o valor dos *outputs* sofrerá de alterações não proporcionais quando se verificarem variações no valor dos *inputs*. Este modelo considera a

eficiência em relação a uma fronteira que é tangente aos pontos de dados, permitindo assim que as DMU sejam comparadas num ambiente mais realista.

Tal como o anterior, o modelo BCC também tem sido usado em várias aplicações reais, nomeadamente na área da gestão. Para além da sua utilidade na avaliação de eficiência em empresas (Banker *et al.*, 1984; Seiford & Zhu, 2002), na identificação de *benchmarks* de desempenho e na tomada de decisão de investimento (Cooper *et al.*, 2005), este tipo de modelo auxilia também na análise de produtividade e eficiência técnica, ajudando na identificação de áreas a melhorar, tanto na utilização dos recursos, como na otimização dos processos de produção (Färe *et al.*, 1985). É ainda de referir que outras aplicações estão associadas à avaliação de políticas e programas, sendo que o modelo contribui para a medição de resultados e impactos de políticas governamentais, programas de desenvolvimento e iniciativas de gestão (Seiford & Zhu, 2002), e ao planeamento estratégico, onde o modelo fornece informações acerca da eficiência relativa das unidades de decisão em relação às suas metas, permitindo às organizações identificar áreas de melhoria e desenvolver estratégias para as alcançar (Emrouznejad & De Witte, 2010).

Salienta-se que, como é natural, ambos os modelos apresentados têm vantagens e desvantagens, e a escolha entre eles dependerá do contexto do problema e dos objetivos específicos da análise de eficiência em questão. Um dos principais pontos a ser considerado nesta seleção são os retornos de escala, que podem ser constantes, selecionando o modelo CCR, ou variáveis, optando pelo BCC.

Importa ainda realçar que muitos estudos têm explorado a possibilidade de extensão da DEA, utilizando técnicas como a eficiência cruzada, programação por metas (*goal programming*), análise de agrupamento (*clustering*) e análise de covariância (Sexton *et al.*, 1986), o que permite obter alguns avanços nesta técnica através da retenção de mais informações acerca da avaliação de eficiência. Estas abordagens têm mostrado ser úteis para aprimorar a precisão e a validade dos modelos DEA, assim como para tornar a DEA uma ferramenta mais ampla e desenvolvida, na perspetiva analítica.

Em resumo, a literatura sobre modelos DEA é extensa e variada, sendo que continua a crescer à medida que são desenvolvidos novos avanços e são efetuadas novas aplicações. As técnicas de DEA têm mostrado ser bastante úteis para a análise de eficiência em diversas áreas, sendo uma ferramenta importante para a avaliação de desempenho em diferentes setores.

2.3 Eficiência Cruzada

A eficiência cruzada, da autoria de Sexton *et al.* (1986), e posteriormente desenvolvida por Doyle & Green (1994), é considerada uma extensão da técnica não paramétrica de análise de eficiência DEA. A eficiência cruzada veio incorporar o desempenho de todas as DMU na avaliação da eficiência de cada DMU individual, na medida em que é uma técnica de avaliação em pares. Este método envolve calcular

um conjunto de eficiências cruzadas para cada DMU, que representa o quão bom é o desempenho de cada unidade em relação às outras.

A eficiência cruzada encontra aplicações nas áreas já referenciadas para a DEA, nomeadamente: na melhoria do desempenho, auxiliando na identificação de áreas onde uma DMU pode melhorar o seu desempenho ao competir com pares mais eficientes (Zha *et al.*, 2010); na avaliação de fornecedores, sendo utilizada na cadeia de abastecimento para avaliar e selecionar fornecedores tendo em conta o seu desempenho na entrega de bens ou serviços (Ma *et al.*, 2014); ou nos serviços financeiros, ajudando na avaliação do comportamento de instituições financeiras, como bancos, de modo a ser possível monitorizar o desenvolvimento sustentável da economia (Liu *et al.*, 2020).

Adicionalmente, a eficiência cruzada é também frequentemente utilizada como precedente a uma análise de *clusters*, que objetiva agrupar DMU semelhantes, geralmente utilizada para fins de *benchmarking*, identificando DMU que servem de referência para a melhoria do desempenho de outras com menor eficiência.

Importa notar que o *benchmarking* é caracterizado por ser um processo sistemático com base numa comparação contínua das práticas, processos ou métricas de desempenho de uma organização com as dos seus concorrentes e/ou líderes do setor. Esse processo permite às empresas identificar as melhores práticas, áreas para melhoria e lacunas relativamente ao seu desempenho. Ao examinar como os líderes da indústria operam, as empresas podem estabelecer metas de desempenho, alinhar objetivos de longo prazo e desenvolver estratégias para alcançar ou superar esses padrões.

O *benchmarking* é uma ferramenta estratégica importante no que diz respeito à procura pela excelência no contexto empresarial. Num mercado global altamente competitivo, o *benchmarking* ajuda na adaptação, inovação e otimização das operações das empresas, uma vez que é capaz de fornecer perceções valiosas acerca das áreas em que uma empresa pode não estar a atingir o melhor desempenho possível (Camp, 1996). É de realçar que já foram publicados diversos artigos relativos aplicações de *benchmarking* em diversas áreas, como bancos, aeroportos, hospitais, ou gestão da cadeia de abastecimentos (Rostamzadeh *et al.*, 2021).

A implementação bem-sucedida deste processo pode levar a melhorias a diversos níveis, como a qualidade do produto, redução de custos, satisfação do cliente e aumento da participação de mercado. Em última análise, o *benchmarking* é uma ferramenta dinâmica que pode ser personalizada para atender às necessidades únicas de qualquer empresa, tornando-a indispensável num caminho em direção ao sucesso sustentável (Wu, 2012).

Para finalizar, importa realçar que, ao nível da utilização dos modelos DEA de eficiência cruzada, também já foram efetuadas aplicações em diferentes áreas como os transportes (Wu *et al.*, 2010), o setor hospitalar (Flokou *et al.*, 2010) ou o desporto (Wu *et al.*, 2009).

2.4 Análise de Eficiência nos Jogos Olímpicos

A DEA tem sido uma técnica amplamente utilizada para analisar a eficiência de organizações em diversas áreas. No contexto dos Jogos Olímpicos, a DEA é geralmente aplicada com o objetivo de obter um *ranking* da eficiência dos países participantes em relação ao seu desempenho no evento.

Um dos primeiros estudos que utilizou DEA para avaliar a eficiência dos países nos JO foi efetuado por Lozano *et al.* (2002). Neste foram analisadas cinco edições dos JO, entre 1984 e 2000, através de um modelo BCC orientado aos *outputs*, e utilizando o Produto Nacional Bruto (PNB) e a população como *inputs* e o número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas como *outputs*. Já no estudo de Lins *et al.* (2003), foi proposto o modelo DEA ZSG (do inglês *Zero-Sum Gains*), no qual se assume que a soma dos *outputs* é constante, tendo este sido aplicado aos JO de Sydney 2000.

Posteriormente, Li *et al.* (2008) introduziram o conceito de *Assurance Region* (AR) na DEA, obtendo um modelo em que são utilizadas restrições AR para ter em consideração a importância relativa da ponderação das medalhas de ouro, prata e bronze. Este modelo foi aplicado a seis edições dos JO, entre Los Angeles 1984 e Atenas 2004, e comparado com os resultados de um modelo BCC. Para além disso, os autores dividiram os países em quatro grupos consoante o seu PIB per Capita (rendimento baixo, rendimento médio-baixo, rendimento médio-alto e rendimento alto).

Já De Mello *et al.* (2008) apresentaram uma nova abordagem, na qual foi utilizado um *input* unitário constante para todas as DMU. Para além disso, o estudo teve como base uma junção entre DEA e análise de *clustering*, sendo que foram utilizadas três formas de agrupar: primeiramente, cada modalidade olímpica foi considerada um *cluster*; em segundo, o agrupamento dos diferentes desportos foi feito consoante Wallechinsky (2004), no qual resultaram cinco *clusters*; por último, foi tido em conta um único *cluster*. Para obter resultados, dos JO de Atenas 2004, recorreram a um modelo de eficiência cruzada (*cross-efficiency*) modificado.

Wu *et al.* (2009) também utilizaram a extensão de DEA de avaliação de eficiência cruzada, e um modelo CCR orientado aos *inputs*, para avaliar a eficiência de seis edições dos JO, entre 1984 e 2004. Para além disso, ainda foi realizada uma análise de agrupamento para que seja efetuada uma análise de *benchmark*, do modo a que os países com menor desempenho possam ter algumas metas que sirvam de referência. Tendo em conta as mesmas edições dos JO em análise, Wu *et al.* (2009) propuseram um modelo de avaliação de eficiência cruzada, mas assumindo VRS.

Para avaliar a eficiência apenas de Atenas 2004, Zhang *et al.* (2009) propuseram modelos DEA com preferência lexicográfica, nos quais as nações são classificadas, primeiramente, pela eficiência relativa em conquistar apenas medalhas de ouro, sendo que, em caso de empate, é utilizada a eficiência relativa em ganhar medalhas de prata e, se necessário, de bronze.

No que diz respeito à análise de eficiência dos países participantes na edição de Pequim 2008, foram efetuados dois estudos, utilizando DEA. Jie Wu *et al.* (2009) aplicaram uma outra extensão de

DEA, que consiste numa análise de valores inteiros, através do modelo DEA inteiro (*integer-valued DEA*), que permite determinar eficiências relativas tendo em conta a existência de dados de valor inteiro. Adicionalmente, no artigo de Chiang *et al.* (2011) foi introduzida uma nova abordagem, sendo proposto um modelo linear com um vetor de separação (*separation vector model*) para obter um conjunto comum de pesos (CSW, do inglês *common set of weights*) no âmbito de um problema DEA.

Já em Yang *et al.* (2011) foram introduzidos modelos com *outputs* de soma fixa (FSO, do inglês *fixed-sum output*), assumindo retornos de escala constantes (CRS) e variáveis (VRS). Estes modelos tiveram em conta quatro *inputs*, sendo usados, além dos mais comuns, o indicador anos de vida ajustados pela incapacidade (DALY, do inglês *Disability-Adjusted Life Year*) e o Índice de Igualdade de Sobrevivência Infantil. Azizi & Wang (2013) também se basearam num tipo de modelos diferente, tendo em conta uma abordagem de intervalo de eficiências (*interval efficiency*), na qual são determinadas duas eficiências, a otimista e a pessimista, e é realizada uma melhoria de modelos *bounded* DEA já anteriormente estudados.

Por um lado, foi em Lei *et al.* (2014) que se considerou analisar os JO de Verão e de Inverno em simultâneo, e, portanto, os autores propuseram uma abordagem DEA paralela com duas fases, em que cada subsistema consiste numa versão dos JO. Esta inovação foi aplicada aos JO de Inverno de Vancouver 2010 e JO de Verão de Londres 2012. Por outro lado, em Li *et al.* (2015) também foi avaliado o desempenho dos países participantes dos JO de Londres 2012 com um modelo DEA de duas etapas, mas estas são definidas consoante o processo olímpico. A primeira etapa está relacionada com a fase de preparação dos atletas, e a segunda com o período de competição dos atletas, sendo que foi necessária uma variável intermediária no processo, correspondente ao número de atletas participantes na edição. Numa abordagem similar à anterior, Jablonsky (2018) aplicou um modelo DEA de duas etapas aos JO do Rio 2016, mas adicionando uma nova variável de *input*, o número de medalhas conquistadas na edição anterior (Londres 2012).

Flegl & Andrade (2018), por sua vez, aplicaram um modelo de eficiência cruzada, assumindo CRS, mas com algumas alterações nas variáveis de *output* e *input* consideradas. Para além do PIB, utilizaram, como *inputs*, a População Economicamente Ativa (PEA) e o Índice de Perceção da Corrupção (IPC) e, como *outputs*, em adição às medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas, também foram considerados o número de atletas que ficaram entre a 4ª e a 8ª posição. A aplicação foi efetuada para os JO do Rio 2016.

No seguimento de Li *et al.* (2015), o estudo de Li *et al.* (2021) consistiu também num modelo DEA de duas etapas, no entanto, adotando uma abordagem em que a soma dos *outputs* finais é fixa (modelo FSO), aplicando-o aos JO de Inverno de PyeongChang 2018.

Numa perspetiva distinta, Sekitani & Zhao (2021) apresentaram um modelo DEA complexo com multiplicadores restritos. Ao utilizar, no modelo convencional, uma função de regressão nas restrições

de multiplicador de *input*, este estudo permite a previsão do número de medalhas de um determinado país. Para além disso, a eficiência proveniente deste modelo pode ser desagrupada em dois componentes, designados de rácio do total substancial de medalhas e de índice de valor unitário das medalhas. Tanto a eficiência como os componentes podem servir para efeito de *benchmark*.

Chen *et al.* (2021) focaram-se na inconsistência da qualidade dos *inputs* em DMU não homogêneas. Para aplicar esta abordagem, analisaram a eficiência dos países participantes nos JO de Londres 2012. Foi através de um modelo que não tem em conta a heterogeneidade e dois modelos que já consideram esta situação, o modelo LQM e o modelo EQM (modelos orientados aos *inputs* que têm como base as expressões linear e exponencial, respetivamente, da qualidade de *input*), que foi possível a comparação de resultados. Este estudo utiliza ainda como *inputs*, para além dos mais comuns, a expectativa de vida escolar e a expectativa de vida saudável.

O trabalho mais recente de análise de eficiência utilizando DEA, realizado por Lozano & Villa (2022), segue uma abordagem DEA FSO multiobjectivo e aplica o método Tchebychef ponderado (WTM, do inglês Weighted Tchebychef Method) para resolver o problema de otimização multiobjetivo. Este modelo foi aplicado aos JO de Tóquio 2020 e comparado com outros modelos DEA FSO e não FSO.

Na Tabela 1 estão sumarizados os estudos efetuados no âmbito dos JO utilizando a DEA. Como é possível observar, esta técnica tem sido amplamente estudada por diversos investigadores, sendo que têm sido feitas aplicações com diferentes níveis de complexidade, ao adaptar os modelos às respetivas abordagens e realidades. Observe-se que os modelos mais referenciados neste levantamento da literatura são os modelos CCR e BCC. O facto de já ter sido desenvolvida uma grande diversidade de modelos, permite a sua comparação e, conseqüentemente, a escolha mais adequada tendo em conta o problema e/ou o objetivo em questão.

Tabela 1 - Aplicações de DEA nos JO.

Autor(es)	Edição(ões) JO	Modelo(s) utilizado(s)	Inputs	Outputs	Trabalho realizado
Lozano <i>et al.</i> (2002)	Los Angeles 1984 – Sydney 2000	<i>Output-oriented BCC model</i>	PNB e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Eficiência Sydney 2000; Sensibilidade aos coeficientes da ponderação de medalhas; Comparação do desempenho nas edições de 1984 a 2000; Eficiência dos países organizadores; Comparação das eficiências técnica e de escala na edição de 2000.
Lins <i>et al.</i> (2003)	Sydney 2000	<i>Zero-Sum Gains DEA (ZSG-DEA) model</i>	PIB em Paridade do Poder de Compra (PPC) e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Eficiência Sydney 2000.
Li <i>et al.</i> (2008)	Los Angeles 1984 – Atenas 2004	<i>Output-oriented BCC model + Context-dependent AR DEA (CAR-DEA) model</i>	PIB per Capita e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Divisão dos países em quatro grupos tendo como base o PIB per capita; Comparação dos resultados dos dois modelos utilizados; Comparação do desempenho nas edições de 1984 a 2004.

Autor(es)	Edição(ões) JO	Modelo(s) utilizado(s)	Inputs	Outputs	Trabalho realizado
de Mello <i>et al.</i> (2008)	Atenas 2004	<i>Input-oriented CCR model + Cross-efficiency model</i>	Constante unitária para todos os países	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Aplicação de diferentes formas de agrupamento que geram diferentes classificações; Comparação dos resultados dos modelos aplicados na edição em análise.
Wu <i>et al.</i> (2009)	Los Angeles 1984 – Atenas 2004	<i>Input-oriented CCR model + Cross-efficiency model</i>	PIB per Capita e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados na edição de 2004 dos modelos utilizados; Sensibilidade da <i>cross efficiency</i> , em 2004, aos coeficientes da ponderação de medalhas; Comparação do desempenho de 1984 a 2004; Análise de <i>clusters</i> e <i>benchmarks</i> .
Wu <i>et al.</i> (2009)	Los Angeles 1984 – Atenas 2004	<i>Input-oriented BCC model + DEA game d-cross-efficiency model + Cross-efficiency model</i>	PIB per Capita e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados na edição de 2004 dos modelos utilizados; Sensibilidade da <i>game cross efficiency</i> , em 2004, aos coeficientes da ponderação de medalhas; Comparação dos resultados do <i>game cross efficiency</i> nas edições de 1984 a 2004; Eficiência dos países organizadores; Comparação da eficiência, na edição de 2000, entre Lozano <i>et al.</i> (2003) e <i>game cross-efficiency</i> .
Zhang <i>et al.</i> (2009)	Atenas 2004	<i>Ouput-oriented BCC Model + DEA model with average preference + DEA Model with Lexicographic preferences</i>	PIB a preços correntes e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados na edição de 2004 dos modelos utilizados.
Jie Wu <i>et al.</i> (2009)	Pequim 2008	<i>Output-oriented CCR model + Integer-Valued DEA model</i>	PIB e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados na edição de 2008 dos modelos utilizados; Sensibilidade dos resultados do <i>Integer-valued</i> DEA, em 2008, aos coeficientes de ponderação de medalhas.
Chiang <i>et al.</i> (2011)	Pequim 2008	<i>Common set of weights (CSW) aplicado a um modelo DEA</i>	PIB e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Análise das eficiências, obtidas pelo modelo utilizado, na edição de 2008.
Yang <i>et al.</i> (2011)	Sydney 2000	<i>Fixed-sum output DEA (FSO-DEA) model</i>	PIB per Capita, População, DALY e Índice de Igualdade de Sobrevivência Infantil	Índice de medalhas	Análise das eficiências, obtidas pelos modelos utilizados, na edição de 2000.
Azizi & Wang (2013)	Atenas 2004	<i>Bounded DEA models: optimistic e pessimistic VRS DEA models</i>	PIB e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Análise das eficiências, obtidas pelos modelos utilizados, na edição de 2004.
Lei <i>et al.</i> (2014)	Vancouver 2010 (JO de Inverno) e Londres 2012	<i>Output-oriented BCC model + Parallel DEA model</i>	PIB per Capita e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Análise dos resultados dos modelos utilizados nas edições de 2010 e 2012; <i>Parallel DEA approach</i> , obtendo a eficiência do sistema olímpico geral; Análise de

Autor(es)	Edição(ões) JO	Modelo(s) utilizado(s)	Inputs	Outputs	Trabalho realizado
					sensibilidade aos coeficientes da ponderação de medalhas.
Li <i>et al.</i> (2015)	Londres 2012	<i>Output-oriented BCC model + Two-stage DEA model</i>	PIB per Capita e População	[Variável intermediária: Número de participantes] Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Análise comparativa dos resultados, obtidos pelos modelos utilizados, na edição de 2012; Comparação das eficiências obtidas, separadamente, nas duas fases do processo.
Jablonsky (2018)	Rio 2016	<i>Output-oriented BCC model + Two-stage DEA model</i>	PIB, População e Número de medalhas conquistadas em Londres 2012	[Variável intermediária: Número de participantes] Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Análise comparativa dos resultados, obtidos pelos modelos utilizados, na edição de 2016.
Flegl & Andrade (2018)	Rio 2016	<i>Output-oriented CCR model + Cross-efficiency model</i>	PIB, PEA e IPC	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas e Número de 4º a 8º lugares conquistados	Comparação dos resultados, na edição de 2016, dos modelos utilizados; Análises por continente; Análises comparativas dos resultados tendo em conta a divisão dos países consoante o valor do PIB per capita.
Li <i>et al.</i> (2021)	PyeongChang 2018 (JO de Inverno)	<i>Output-oriented BCC model + Two-stage fixed-sum DEA model</i>	PIB per capita e População	[Variável intermediária: Número de participantes] Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados dados pelos modelos utilizados e dos resultados oficiais de dois <i>rankings</i> do Comité Olímpico; Análise comparativa das duas fases do processo e do seu global; Comparação dos pesos dos <i>outputs</i> ; Comparação dos <i>rankings</i> dados pelos diferentes modelos, nas diferentes fases.
Sekitani & Zhao (2021)	Sydney 2000 – Rio 2016	<i>DEA model with restricted multipliers</i>	PIB, População e Número de medalhas conquistados em edições dos JO anteriores	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Análise dos resultados, obtidos pelo modelo utilizado, nas edições entre Sydney 2000 e Rio 2016; Previsão do número de medalhas conseguidas pelo Brasil no Rio 2016 e pelo Japão em Tóquio 2020.
Chen <i>et al.</i> (2021)	Londres 2012	<i>Output-oriented CCR model + LQM model + EQM model</i>	PIB per capita, População, Expetativa de vida escolar e Expetativa de vida saudável	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados dos modelos utilizados, na edição em estudo; Sensibilidade da eficiência aos coeficientes da ponderação de medalhas.
Lozano & Villa (2022)	Tóquio 2020	<i>Output-oriented BCC model + Integer-valued DEA model + Zero-Sum gains DEA models + Fixed-sum output and Weighted Tchebychef Method model</i>	PIB e População	Número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas	Comparação dos resultados, na edição de 2020, dos modelos utilizados.

É ainda de salientar que De Carlos *et al.* (2016) e Torres *et al.* (2018) realizaram estudos diferentes. Ainda que relacionados com DEA e Jogos Olímpicos, estes foram apenas aplicados a Espanha e às suas diversas federações das modalidades olímpicas, sendo estas consideradas como DMU. No primeiro estudo mencionado consideraram-se os anos do ciclo olímpico dos JO de Londres 2012 (2010, 2011 e 2012) e um sistema mais complexo composto por quatro etapas, sendo utilizados diversos *inputs*, como recursos financeiros, variáveis intermediárias, relacionadas com o número de atletas, treinadores e campeonatos, e *outputs*, correspondentes ao número de medalhas. Já no outro artigo, foram analisadas as edições de Londres 2012 e Rio 2016, através de um modelo, mais comum, BCC orientado aos *outputs*.

Por fim, é de referir que alguns estudos de análise de eficiência nos JO também já foram realizados sem recurso à técnica DEA. É o exemplo de Rathke & Woitek (2007) e Gómez-Déniz *et al.* (2021), nos quais foi utilizada a Análise de Fronteira Estocástica para avaliar o desempenho nos JO, através da obtenção da eficiência técnica. No primeiro estudo mencionado, foram consideradas as edições dos JO de 1952 a 2004, sendo que no segundo foram estudados os JO de 2008, 2012 e 2016.

3. Metodologia

Nesta secção, descrevem-se, de forma detalhada, as formulações em Programação Linear que, como já foi referido, serão utilizadas para obter os multiplicadores ótimos de cada uma das DMU, em cada um dos modelos. No seguimento, formaliza-se também o procedimento a aplicar para a obtenção dos *benchmarks*.

3.1 Modelos DEA

Como é possível reter do Capítulo 2, os modelos DEA mais referenciados na literatura são os modelos CCR e BCC. No que se segue, estuda-se, de forma mais aprofundada, cada um destes modelos.

O artigo pioneiro relativo à DEA foi desenvolvido por Charnes *et al.* (1978) e tem como principal foco o modelo CCR. Neste modelo, assumem-se retornos constantes de escala. No modelo de retornos constantes de escala assume-se a existência de proporcionalidade direta entre as variações observadas nos *outputs* e nos *inputs*, isto é, qualquer variação imposta nos *inputs* reflete-se de forma proporcional nos *outputs*. Neste modelo, a fronteira de eficiência, caracterizada como o lugar geométrico ocupado pelas DMU eficientes, é linear.

No modelo proposto por Charnes *et al.* (1978) maximiza-se o quociente entre os *outputs* ponderados e os *inputs* ponderados de uma determinada unidade de decisão, sujeito à condição que esse rácio tem de ser igual ou inferior a 1. Formalizando:

Considerem-se n DMU, em que cada DMU j ($j = 1, \dots, n$) utiliza m *inputs* x_{ij} ($i = 1, \dots, m$) para produzir s *outputs* y_{rj} ($r = 1, \dots, s$). Seja d uma DMU. A eficiência da DMU em análise (DMU d), com recurso ao modelo CCR original, é dada por (3.1):

$$E_d = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rd}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{id}} \quad (3.1)$$

onde o conjunto dos multiplicadores u_r ($r = 1, \dots, s$) e v_i ($i = 1, \dots, m$), onde u_r é o peso do *output* r e v_i é o peso do *input* i , é obtido resolvendo o programa matemático seguinte (M3.1):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rd}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{id}} & (M3.1) \\ \text{s.a.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \forall j (j = 1, \dots, n) \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall r (r = 1, \dots, s) \text{ e } \forall i (i = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

onde ε é um valor não-arquimediano (muito próximo de 0) utilizado para impor positividade estrita às variáveis de decisão, u_r e v_i .

É de notar que o modelo apresentado é um modelo fracionário, ou seja, a sua função objetivo (FO) é dada por um quociente que é função das variáveis de decisão e, portanto, é não linear, o que representa dificuldades acrescidas à sua resolução. Deste modo, segundo Cook & Seiford (2009), é através do trabalho desenvolvido por Charnes & Cooper (1962) que é possível linearizar o modelo CCR para um modelo de PL. Assim, ao modelo inicial, é acrescentada uma restrição de modo a limitar o denominador da FO, resultando no modelo seguinte (M3.2):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rd} & (M3.2) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j (j = 1, \dots, n) \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall r (r = 1, \dots, s) \text{ e } \forall i (i = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

onde ε é um valor não-arquimediano.

Os modelos DEA podem ter duas orientações: ao *input* e ao *output*. Um modelo orientado ao *input* visa minimizar o *input* para produzir um determinado nível de *output*, sendo que, por outro lado, um modelo orientado ao *output* objetiva a maximização do *output* com recurso a um dado nível de *input*. Note-se que os modelos previamente apresentados são caracterizados por serem orientados ao *input*. No entanto, é possível, pela minimização do rácio entre os *inputs* e os *outputs* ponderados, obter o modelo orientado ao *output*, o qual visa, ao invés de maximizar a eficiência da DMU em análise, minimizar o seu inverso, ou seja, o resultado final da FO é dado pelo inverso da eficiência da respetiva DMU. O modelo CCR orientado ao *output* é dado por (M3.3):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{id} & (M3.3) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rd} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j (j = 1, \dots, n) \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall r (r = 1, \dots, s) \text{ e } \forall i (i = 1, \dots, m) \end{aligned}$$

onde ε é um valor não-arquimediano.

O modelo CCR tem algumas limitações. Dentro das demais, destaca-se o facto de a maioria dos processos produtivos reais apresentar um comportamento em que a relação entre *inputs* e *outputs*

não é linear, não sendo, portanto, válida a assunção dos retornos constantes de escala. Neste seguimento, foi proposto, por Banker *et al.* (1984), o primeiro modelo que assume retornos variáveis de escala. Neste modelo, os *outputs* não variam proporcionalmente aos *inputs*, sendo que a fronteira de eficiência se torna convexa. Em adição, o modelo BCC permite comparar cada DMU apenas com as que operam numa escala semelhante à sua. Neste sentido, este modelo é mais adequado quando estamos perante um conjunto de DMU com diferentes escalas. Esta característica é conseguida através da utilização de fatores de escala que fornecem informação acerca de como o tamanho das operações afeta a eficiência das unidades de decisão.

O modelo BCC é obtido através da introdução de uma variável w , que representa o fator de escala e não tem qualquer restrição de sinal, e de uma restrição de convexidade ao modelo CCR. O modelo BCC orientado ao *input* é, então, dado por (M3.4):

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rd} - w_d & (M3.4) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - w_d \leq 0, \forall j (j = 1, \dots, n) \\
 & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall r (r = 1, \dots, s) \text{ e } \forall i (i = 1, \dots, m); w_d \text{ livre}
 \end{aligned}$$

onde ε é um valor não-arquimediano.

Numa ótica em que se pretende maximizar os resultados tendo em conta um determinado nível de recursos, é possível recorrer ao modelo BCC orientado ao *output*, dado por (M3.5):

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{id} - w_d & (M3.5) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rd} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w_d \leq 0, \forall j (j = 1, \dots, n) \\
 & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall r (r = 1, \dots, s) \text{ e } \forall i (i = 1, \dots, m); w_d \text{ livre}
 \end{aligned}$$

onde ε é um valor não-arquimediano.

3.2 Modelos de Eficiência Cruzada

Embora os modelos DEA anteriormente apresentados tenham provado produzir bons resultados na avaliação do desempenho de DMU individuais, estes, muitas vezes, ignoram as interdependências que

existem entre as unidades de decisão (Sexton *et al.*, 1986). Deste modo, este autor introduziu uma extensão das técnicas tradicionais de DEA – os modelos DEA de eficiência cruzada. Esta abordagem apresenta um novo nível de percepção e precisão à avaliação de DMU, uma vez que se trata de uma avaliação por pares ao invés de uma autoavaliação.

Os modelos de eficiência cruzada são aplicados tendo por base os resultados de cada um dos modelos originais. Concretizando:

Considere-se uma DMU d ($d = 1, \dots, n$) avaliada através do modelo CCR orientado ao *input*. Define-se como eficiência cruzada de d para todas as DMU j ($j = 1, \dots, n$), no modelo CCR, o rácio entre os *outputs* e os *inputs* ponderados, obtidos ao usar os *inputs* (x_{ij} , com $i = 1, \dots, m$) e *outputs* (y_{rj} , com $r = 1, \dots, s$) da DMU j e os pesos ótimos dos *inputs* (v_{id}^* , com $i = 1, \dots, m$) e dos *outputs* (u_{rd}^* , com $r = 1, \dots, s$) da DMU d . A expressão matemática da eficiência cruzada, no modelo CCR, é então dada por (3.2):

$$E_{dj}^{CCR} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{id}^* x_{ij}}, \text{ para } d, j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

Aplicando (3.2) a cada uma das n DMU, obtêm-se n valores de eficiência cruzada, sendo possível, então, construir uma matriz $n \times n$, denominada de Matriz de Eficiência Cruzada (CEM, do inglês *Cross Efficiency Matrix*). Com base na matriz CEM, é possível calcular a eficiência cruzada média de cada DMU j ($j = 1, \dots, n$), dada pela média das entradas na coluna j . Formalizando, a eficiência cruzada média de j é dada por (3.3):

$$\bar{E}_j^{CCR} = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj} \quad (3.3)$$

Já se se tratar do modelo BCC, o modelo de eficiência cruzada, segundo Wu *et al.* (2009) é semelhante ao apresentado anteriormente, sendo apenas adicionada a variável w obtida por este modelo.

Assim, considerando uma DMU d ($d = 1, \dots, n$), avaliada através do modelo BCC orientado ao *input*, a eficiência cruzada de d , no modelo BCC, para todas as DMU j ($j = 1, \dots, n$) é calculada a partir da seguinte expressão (3.4):

$$E_{dj}^{BCC} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rd}^* y_{rj} - w_d}{\sum_{i=1}^m v_{id}^* x_{ij}}, \text{ para } d, j = 1, \dots, n \quad (3.4)$$

A média de todas as E_{dj} ($d = 1, \dots, n$), que pode ser usada como a eficiência cruzada média da DMU j , é igualmente dada pela média das entradas na coluna j da matriz CEM (3.5):

$$\bar{E}_j^{BCC} = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj} \quad (3.5)$$

No entanto, note-se que os valores da eficiência cruzada do modelo BCC, obtidos através de (M3.4), podem ser negativos. Assim, de modo a garantir a não negatividade destes resultados, Wu *et al.* (2009) sugerem a adição de uma restrição ao modelo BCC orientado ao *input* de Banker *et al.* (1984), que passa a assumir a seguinte forma (M3.6):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rd} - w_d & (M3.6) \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - w_d \leq 0, \forall j (j = 1, \dots, n) \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - w_d \geq 0, \forall j (j = 1, \dots, n) \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall r (r = 1, \dots, s) \text{ e } \forall i (i = 1, \dots, m); w_d \text{ livre} \end{aligned}$$

3.3 Benchmarking

Neste contexto, é importante recorrer a uma análise de *benchmarking* com o intuito de oferecer referências para melhoria às entidades menos eficientes.

Com base nos resultados produzidos pelos modelos CCR e BCC é possível obter *benchmarks* para as entidades ineficientes, porém, como é defendido em Doyle & Green (1994), os *benchmarks* obtidos por esta via podem não ser os mais adequados. Os mesmos autores defendem que a análise de *benchmarking* seja feita com base nos resultados obtidos através dos métodos de eficiência cruzada. Thanassoulis (1996) propõe que, para o efeito, se realize uma análise de *clusters* para agregar as DMU com base na similaridade do seu comportamento, identificando-se, posteriormente, o *benchmark* de cada *cluster*, dado pela DMU com o melhor desempenho, dentro das que nele estão incluídas.

A técnica proposta consiste nos seguintes passos:

- i) calcular o coeficiente de correlação de Spearman entre pares de colunas da matriz CEM;
- ii) construir uma matriz de semelhança a partir dos coeficiente de correlação de Spearman calculados;
- iii) aplicar uma técnica de *clustering* sobre os valores das entradas da matriz de semelhança para obter os *clusters*.

A utilização do coeficiente de correlação de Spearman prende-se com o facto de se pretender estudar a existência de correlação, não necessariamente linear, entre cada par de DMU (um coeficiente de correlação positivo e perto de 1 sugere que as duas DMU são intrinsecamente semelhantes no que respeita aos seus *inputs* e *outputs*).

Quanto à técnica de *clustering* a usar, optou-se pelo *clustering* hierárquico (do inglês, *hierarchical clustering*), tendo em conta o método de ligação média (do inglês, *average linkage method*), dado que este é dos mais referidos na literatura. Este método define a distância entre dois *clusters* como a média das distâncias de todos os pares de pontos possíveis entre ambos, sendo que, em cada passo, dois *clusters* são agrupados caso a média de distância entre os pontos seja a menor. Este procedimento é repetido enquanto não for atingido um determinado critério de paragem.

4. Caso de Estudo

Neste capítulo, descreve-se o processo de recolha e caracterizam-se sumariamente os dados utilizados nesta dissertação que, como já foi referido, se reportam aos JO de Tóquio 2020. Apresentam-se também os programas lineares resultantes da aplicação dos modelos genéricos, descritos no Capítulo 3, ao caso em estudo.

4.1 Dados

A base de dados do presente estudo inclui os 93 países participantes nos JO de Tóquio 2020 que ganharam pelo menos uma medalha nesta edição. A seleção dos *inputs* e *outputs* foi baseada na sua frequência nos estudos analisados na revisão da literatura. Como *inputs* foram considerados o PIB per capita (em dólar americano) e a população de cada país, sendo estes os fatores que melhor caracterizam a situação económica e demográfica de um país (Lozano *et al.*, 2002). Como *outputs* considerou-se o número de medalhas de bronze, prata e ouro conquistadas por cada país.

Os dados dos *inputs* foram extraídos do *website* oficial do Banco Mundial (<https://data.worldbank.org/>), do Statista (<https://statista.com/>) e do *International Monetary Fund* (IMF) (<https://imf.org/>). A utilização de dados provenientes de três *websites* diferentes foi validada cruzando os dados relativos aos países constantes em mais de um *website*, e tendo-se verificado existir uma total coincidência entre eles. Refira-se que a necessidade de recorrer a três fontes adveio do facto de que nenhuma delas fornecia todos os dados necessários sobre todos os países estudados.

Já a recolha dos dados dos *outputs* foi efetuada, na totalidade, através do *website* oficial dos JO (<https://olympics.com//>).

Tabela 2 - Estatísticas Descritivas dos *Inputs* e *Outputs* dos Modelos DEA.

Estatística	Input		Output		
	PIB per capita (em dólar americano, \$)	População	Medalhas de Ouro	Medalhas de Prata	Medalhas de Bronze
Máximo	107 791,8864	1 411 100 000	39	41	33
Mínimo	533,3852	33 938	0	0	0
Média	20 784,0	66 511 644,2	3,6559	3,6237	4,3333
Desvio padrão	22 178,5	205 299 240,4	6,9846	6,5630	6,2015

Na Tabela 2 estão sumarizadas as estatísticas descritivas dos *inputs* e *outputs* considerados nos modelos. Como é possível observar, as variáveis de *input* variam muito entre os países em análise. O PIB per capita inclui valores entre \$533,3852 e \$107 791,8864, tendo um desvio padrão face à média de \$22 178,5. Já nos dados da população também se verifica um grande intervalo de valores, sendo estes entre 33 938 e 1 411 100 000, verificando-se assim um desvio padrão, ainda mais elevado, de

205 299 240,4. Realça-se ainda o facto de, em ambos os *inputs*, o desvio padrão ser superior à média, o que revela, mais uma vez, uma discrepância bastante elevada entre os países nestas variáveis.

4.2 Programas Lineares

Para proceder à aplicação dos modelos DEA, estudados no Capítulo 3, no âmbito dos JO, é necessário, como já foi referido, definir a AR dos *outputs* (Lozano *et al.*, 2002). Dessa necessidade, resulta a introdução no modelo de duas restrições de peso adicionais, que garantem que as medalhas de ouro são mais valorizadas do que as de prata e que estas últimas são mais valorizadas do que as de bronze.

De modo a formular os modelos que foram utilizados, é necessário introduzir alguma notação:

n	número de DMU (países) em análise
j	índice dos países
d	índice do país em análise
x_{1j}	PIB per capita do país j
x_{2j}	População do país j
y_{1j}	número de medalhas de ouro conquistadas pelo país j
y_{2j}	número de medalhas de prata conquistadas pelo país j
y_{3j}	número de medalhas de bronze conquistadas pelo país j
v_{1j}	peso atribuído pela DMU d ao <i>input</i> x_{1d}
v_{2j}	peso atribuído pela DMU d ao <i>input</i> x_{2d}
u_{1j}	peso atribuído pela DMU d ao <i>output</i> y_{1d}
u_{2j}	peso atribuído pela DMU d ao <i>output</i> y_{2d}
u_{3j}	peso atribuído pela DMU d ao <i>output</i> y_{3d}
α	número de medalhas de prata que equivale a uma medalha de ouro
β	número de medalhas de bronze que equivale a uma medalha de prata

De seguida, usando esta notação, são apresentados os programas lineares DEA aplicados no presente estudo. Note-se que foram estudados quatro modelos distintos – modelo CCR orientado ao *input*, modelo BCC orientado ao *output*, modelo de eficiência cruzada com base em CCR e modelo de eficiência cruzada com base em BCC. Como já foi referido, aos modelos genéricos, é necessário introduzir restrições de peso. No caso concreto, as restrições introduzidas são como se seguem:

$$u_1 - \alpha u_2 \geq 0$$

$$u_2 - \beta u_3 \geq 0$$

onde α e β são parâmetros, para os quais a literatura recomenda os valores seguintes:

$$\alpha = \beta = 2$$

Isto é, uma medalha de ouro equivale a duas de prata e uma de prata a duas de bronze.

O modelo CCR é o modelo mais simples a aplicar. É de notar que, os resultados produzidos quer pelo modelo CCR orientado ao *input*, quer pelo modelo CCR orientado ao *output*, são iguais, dado que a fronteira é linear (Martić *et al.*, 2009). No presente trabalho, optou-se por usar o modelo com orientação ao *input* (M4.1):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & u_1 y_{1d} + u_2 y_{2d} + u_3 y_{3d} && \text{(M4.1)} \\ \text{s.a.} \quad & v_1 x_{1d} + v_2 x_{2d} = 1 \\ & u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + u_3 y_{3j} - v_1 x_{1j} - v_2 x_{2j} \leq 0, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n \\ & u_1 - 2u_2 \geq 0 \\ & u_2 - 2u_3 \geq 0 \\ & v_i \geq \varepsilon, \text{ para } i = 1, 2 \\ & u_r \geq \varepsilon, \text{ para } r = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

onde ε é um número não-arquimediano. Este modelo inclui cinco variáveis não negativas e duas restrições que definem a AR para os pesos atribuídos aos *outputs*.

Os resultados apresentados na Tabela 2 indiciam que as DMU a analisar têm escalas diferentes, justificando-se a aplicação do modelo BCC ao caso em estudo. Para este tipo de modelo, a orientação ao *output* é a mais utilizada na literatura, uma vez que os países participantes nos JO objetivam alcançar o maior número de medalhas com um determinado nível de recursos, neste caso, de nível económico e demográfico. A aplicação do modelo genérico, apresentado no Capítulo 3, resulta no seguinte programa linear (M4.2):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & v_1 x_{1d} + v_2 x_{2d} - w_d && \text{(M4.2)} \\ \text{s.a.} \quad & u_1 y_{1d} + u_2 y_{2d} + u_3 y_{3d} = 1 \\ & u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + u_3 y_{3j} - v_1 x_{1j} - v_2 x_{2j} + w_d \leq 0, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n \\ & u_1 - 2u_2 \geq 0 \\ & u_2 - 2u_3 \geq 0 \\ & v_i \geq \varepsilon, \text{ para } i = 1, 2 \end{aligned}$$

$$u_r \geq \varepsilon, \text{ para } r = 1, 2, 3$$

$$w_d \text{ livre}$$

onde ε é um número não-arquimediano. Este modelo inclui cinco variáveis não negativas e uma livre, sendo que, do mesmo modo do modelo CCR, apresenta também as duas restrições adicionais que definem a AR para os pesos atribuídos aos *outputs*.

No que respeita ao modelo de eficiência cruzada com base em CCR, determina-se, para cada DMU d ($d = 1, \dots, n$), previamente avaliada através deste modelo, a eficiência cruzada de d , com base no modelo CCR, aplicando (3.2), sendo dada por (4.1):

$$E_{dj}^{CCR} = \frac{u_{1d}^*y_{1j} + u_{2d}^*y_{2j} + u_{3d}^*y_{3j}}{v_{1d}^*x_{1j} + v_{2d}^*x_{2j}}, \text{ para } d, j = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

Como já foi referido, a partir dos valores de E_{dj}^{CCR} determinados para cada par dj possível, com $d = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, n$, calcula-se o valor da eficiência cruzada média para cada j através de (3.3).

No que concerne ao modelo de eficiência cruzada com base no modelo BCC, o modelo a aplicar é um modelo BCC orientado ao *input*, como justificado no Capítulo 3. No caso em estudo, obtém-se o modelo seguinte (M4.3):

$$\text{Max } u_1y_{1d} + u_2y_{2d} + u_3y_{3d} - w_d \quad (M4.3)$$

$$\text{s.a. } v_1x_{1d} + v_2x_{2d} = 1$$

$$u_1y_{1j} + u_2y_{2j} + u_3y_{3j} - v_1x_{1j} - v_2x_{2j} - w_d \leq 0, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_1y_{1j} + u_2y_{2j} + u_3y_{3j} - w_d \geq 0, \text{ para } j = 1, \dots, n$$

$$u_1 - 2u_2 \geq 0$$

$$u_2 - 2u_3 \geq 0$$

$$v_i \geq \varepsilon, \text{ para } i = 1, 2$$

$$u_r \geq \varepsilon, \text{ para } r = 1, 2, 3$$

$$w_d \text{ livre}$$

onde ε é um número não-arquimediano. Este modelo inclui cinco variáveis não negativas e uma livre, sendo que, de forma equivalente aos outros modelos, apresenta também as duas restrições que definem a AR dos *outputs*. Este modelo inclui ainda uma outra restrição adicional que garante a não negatividade da eficiência cruzada.

Assim, para cada DMU d ($d = 1, \dots, n$) anteriormente avaliada com recurso a este modelo, são obtidos os pesos ótimos (v_{1d}^* , v_{2d}^* , u_{1d}^* , u_{2d}^* , u_{3d}^*), assim como o fator de escala (w_d). Usando esses valores, a eficiência cruzada de d , para o modelo BCC, para todas as DMU j ($j = 1, \dots, n$), é dada através de (3.4), obtendo-se (4.2):

$$E_{dj}^{BCC} = \frac{u_{1d}^* y_{1j} + u_{2d}^* y_{2j} + u_{3d}^* y_{3j} - w_d}{v_{1d}^* x_{1j} + v_{2d}^* x_{2j}}, \text{ para } d, j = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

Como efetuado no caso anterior, determina-se, então, a eficiência cruzada média da DMU j ($j = 1, \dots, n$), no modelo BCC, através de (3.5).

5. Resultados

Neste capítulo, apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos por aplicação dos modelos e métodos descritos nos capítulos 3 e 4.

5.1 Resultados dos Modelos DEA

Os quatro modelos DEA foram aplicados aos dados relativos aos JO de 2020 (*vd.* Capítulo 4). Os modelos foram resolvidos com recurso ao Solver e ao OpenSolver do programa Microsoft Excel™ (v. 18.2306.1061.0), doravante Excel. O valor utilizado para o parâmetro ϵ foi de $\epsilon = 10^{-12}$.

As eficiências associadas a cada uma das DMU, obtidas a partir dos modelos aplicados, encontram-se no Anexo A. De seguida, é realizada uma análise comparativa dos resultados de todos estes modelos.

Na Tabela 3 é apresentado um resumo das estatísticas descritivas relativas às eficiências calculadas para cada um dos quatro modelos em análise.

Tabela 3 - Estatísticas Descritivas dos Resultados dos Modelos DEA.

	CCR	BCC	Eficiência Cruzada CCR	Eficiência Cruzada BCC
Máximo	1,0000	1,0000	0,8518	0,7985
Mínimo	0,0211	0,0280	0,0082	0,0313
Média	0,3684	0,4690	0,1844	0,2220
Desvio padrão	0,2971	0,3500	0,1696	0,1519

Como previsto na literatura, os valores máximos das eficiências obtidas para os modelos CCR e BCC é 1, correspondendo, assim, às DMU consideradas eficientes. Já nos modelos de eficiência cruzada, os valores máximos obtidos são de 0,8518 e 0,7985, para os modelos CCR e BCC, respetivamente.

O valor da média das eficiências obtidas através do modelo BCC excede o valor da média das eficiências obtidas através do modelo CCR, o que já seria de esperar dado que, como dita a teoria, a eficiência obtida com o modelo BCC é sempre igual ou superior à obtida com o modelo CCR (Ramanathan, 2003). A diferença entre os dois valores é de, aproximadamente, 20%. Uma diferença da mesma magnitude é observável ao comparar os resultados relativos à eficiência cruzada utilizando os modelos CCR e BCC.

Os resultados relativos ao desvio padrão mostram, por outro lado, maior heterogeneidade nos valores das eficiências obtidas pelo modelo BCC face aos valores das eficiências produzidas pelo modelo CCR. Ao contrário do caso anterior, esta tendência inverte-se quando se analisam os desvios padrões das eficiências obtidas pelos modelos de eficiência cruzada.

A Tabela 4 exibe os dez países que atingiram uma melhor classificação em cada um dos modelos. No modelo BCC, listam-se os vinte e dois países que têm eficiência 1.

Tabela 4 - TOP 10 países, por Valores de Eficiência e por Modelo.

CCR	E^{CCR}	BCC	E^{BCC}	Eficiência Cruzada CCR	\bar{E}^{CCR}	Eficiência Cruzada BCC	\bar{E}^{BCC}
Jamaica	1,0000	República Árabe Síria	1,0000	Jamaica	0,8518	Jamaica	0,7985
Bahamas	1,0000	Quênia	1,0000	Geórgia	0,6995	Geórgia	0,6934
Nova Zelândia	1,0000	Uganda	1,0000	Federação Russa	0,6461	Kosovo	0,6446
São Marinho	1,0000	Quirguistão	1,0000	Cuba	0,5884	Fiji	0,5960
Bermudas	1,0000	Kosovo	1,0000	Hungria	0,5111	Quirguistão	0,5823
Geórgia	1,0000	Cuba	1,0000	Nova Zelândia	0,4894	Cuba	0,4752
Federação Russa	1,0000	Grã Bretanha	1,0000	Kosovo	0,4731	Federação Russa	0,4377
República Popular da China	1,0000	Jamaica	1,0000	Grã Bretanha	0,4480	Arménia	0,3943
Quênia	0,9584	Fiji	1,0000	Austrália	0,4072	Hungria	0,3902
Uganda	0,9374	Hungria	1,0000	Bahamas	0,4038	Granada	0,3852
		Bahamas	1,0000				
		Nova Zelândia	1,0000				
		Austrália	1,0000				
		São Marinho	1,0000				
		Bermudas	1,0000				
		Geórgia	1,0000				
		Federação Russa	1,0000				
		Japão	1,0000				
		Granada	1,0000				
		Usbequistão	1,0000				
		Estados Unidos da América	1,0000				
		República Popular da China	1,0000				

É de salientar que apenas a Jamaica, a Geórgia e a Federação Russa estão no TOP 10 de todos os modelos executados, sendo que a Jamaica é o país que obteve a classificação mais elevada em todos estes.

Note-se ainda que, à exceção da Arménia, todos os países presentes no TOP 10 do modelo CCR e nos modelos de eficiência cruzada são considerados eficientes pelo modelo BCC. A Arménia está presente unicamente no TOP 10 do modelo de eficiência cruzada BCC.

Comparando apenas os modelos de eficiência cruzada, verifica-se que existem seis países em comum no TOP 10 dos dois modelos.

Adicionalmente, ao comparar cada modelo com a sua versão de eficiência cruzada, observa-se a existência de cinco países em comum entre o TOP 10 dos modelos CCR e de eficiência cruzada CCR; e de nove países em comum comparando os modelos BCC e de eficiência cruzada BCC.

Deste modo, as análises efetuadas até ao momento não dão indicação sobre se a escolha do modelo de DEA a aplicar tem impacto na avaliação da eficiência de entidades. Com efeito, os resultados apresentados registam, na maioria dos casos, aproximadamente o mesmo número de coincidências e divergências na comparação dos países elencados nos TOP 10 dos vários modelos.

5.2 Análise *Benchmarking*

Como já foi referido, a técnica DEA permite realizar uma análise de *benchmarking* a partir das eficiências calculadas, através de uma análise de *clusters*. No que se segue descrevem-se os resultados obtidos executando o procedimento preconizado para o efeito, introduzido na Secção 3.3. Recorde-se que, de acordo com este procedimento, os *clusters* são determinados aplicando a técnica de *clustering* hierárquico às entradas da matriz de semelhança, obtida calculando o coeficiente de correlação de Spearman para cada par de colunas da matriz CEM correspondente construída com base nos modelos de eficiência cruzada.

Os *clusters* dos países foram obtidos com recurso ao SPSS Statistics™ (v. 29), doravante SPSS. Para o efeito, para ambos os modelos, foi definido o critério de interromper o agrupamento em *clusters* para uma distância de 5 da escala verificada de 0-25 (as distâncias originais entre os países são convertidas numa escala de 0-25, sendo que 0 representa uma correlação de 1).

Utilizando o modelo de eficiência cruzada CCR, o *clustering* hierárquico resultou em cinco *clusters*, contendo, cada qual, países que se comportam de forma semelhante. Já no que diz respeito ao modelo de eficiência cruzada BCC, o critério selecionado resultou na obtenção de sete *clusters* de países. Os dendrogramas – representações gráficas do processo inerente ao agrupamento dos países, incluindo o agrupamento dos países em cada passo e as distâncias entre eles, produzidas pelo SPSS – constam no anexo B.

Na Figura 1 estão apresentados os grupos de países resultantes da aplicação do método de *clustering* utilizado. Os países com um melhor desempenho, ou seja, que apresentam uma melhor eficiência cruzada média, são destacados como uma referência para melhoria dos outros países do respetivo grupo. É de realçar que, em cada grupo, o *benchmark* é o país com melhor classificação desse grupo de países, podendo suceder que este não seja eficiente quando analisado na globalidade dos países. Resulta, assim, que os países têm uma referência ao seu nível, isto é, uma referência alcançável a partir da sua situação atual. Como exemplo, no *cluster* 4 do modelo CCR, tem-se o caso de Granada, que é o país que serve de referência, mesmo não demonstrando ter um bom desempenho global.

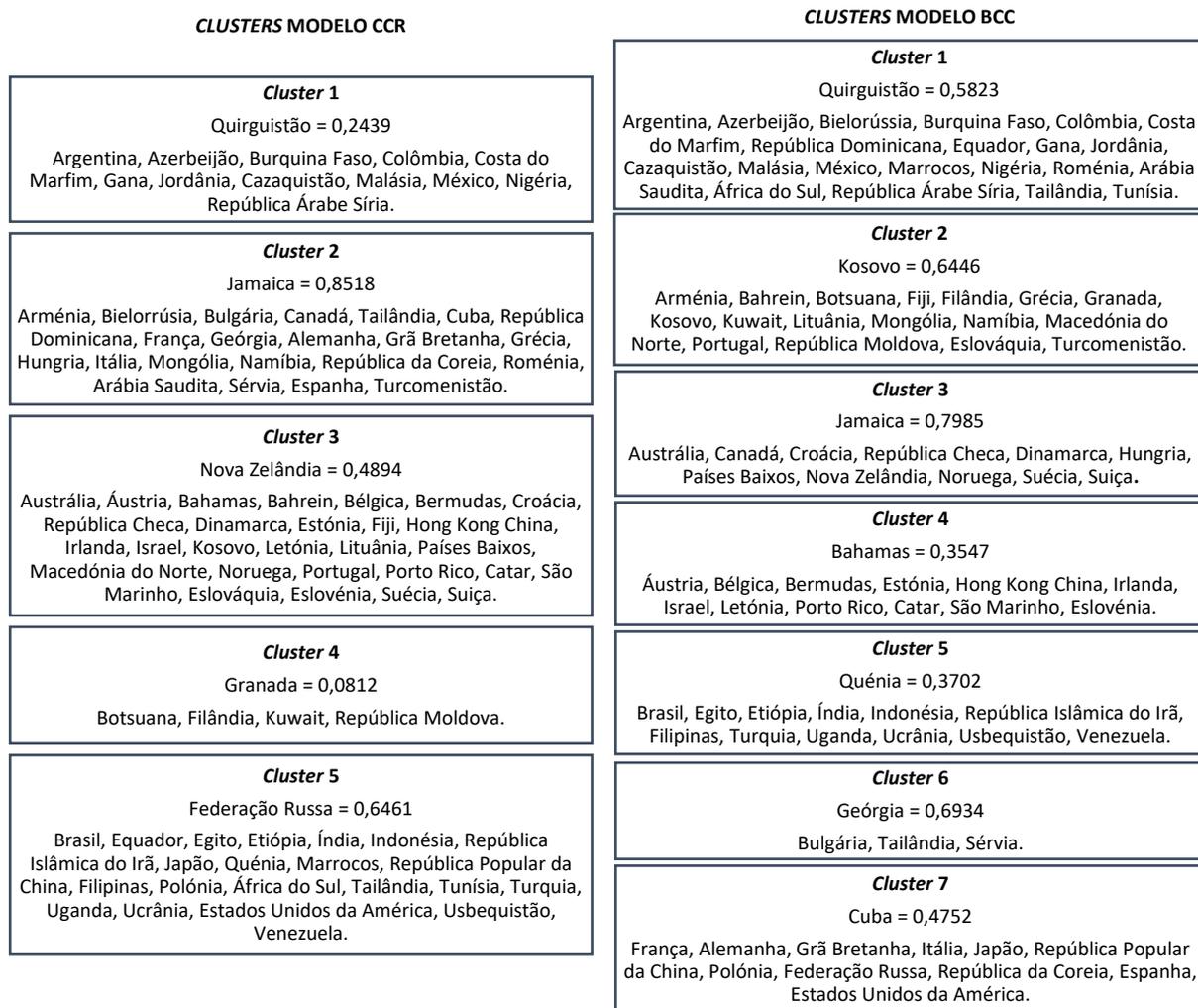


Figura 1 - *Clusters* Resultantes da Técnica de *Clustering* Hierárquico.

Fonte: Elaboração Própria.

Saliente-se que os modelos de eficiência cruzada CCR e BBC apresentam resultados distintos: nomeadamente, para o mesmo critério de paragem, o primeiro produz cinco *clusters* e o segundo sete, transmitindo a noção de que diferentes modelos poderão levar a conclusões distintas.

5.3 Análise de Consistência

A realização de uma análise de consistência permite efetuar uma comparação dos modelos estudados, avaliando a existência de discrepâncias nos resultados produzidos por cada um deles.

Na Figura 2 é possível observar as distribuições das eficiências (na forma de percentagem), obtidas por cada modelo. É evidente uma elevada discrepância no número de países que apresenta uma eficiência de 1 no modelo BCC, ou seja, é neste modelo em que se identificam mais entidades eficientes. Note-se ainda que os modelos de eficiência cruzada aparentam ter uma assimetria à direita,

sendo que uma grande parte das suas classificações estão abaixo dos 0,3 (74 no CCR e 69 no BCC, dos 93 países totais em estudo).

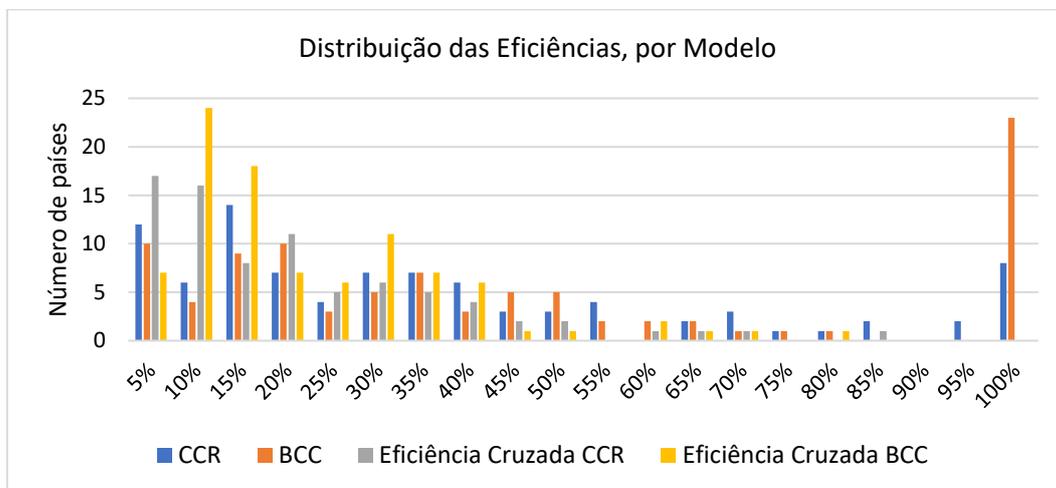


Figura 2 - Distribuição das Eficiências, por Modelo.
Fonte: Elaboração Própria, no Excel.

Após uma breve análise das distribuições das eficiências dos modelos a partir do gráfico da Figura 2, interessa perceber se estes, estatisticamente, têm a mesma distribuição. Para o efeito, há que proceder, previamente à escolha do teste a executar, à realização do Teste de Kolmogorov-Sminorv, de modo a perceber se os resultados dos modelos seguem uma distribuição normal, ou não. Este teste teve como resultado a rejeição da hipótese nula, ou seja, nenhuma das distribuições das eficiências obtidas por cada um dos modelos segue uma distribuição normal, dado que $p < 0,001$ (ver anexo C) e, assumindo $\alpha = 0,05$, $p < \alpha$ para todos os casos. Este resultado já era sugerido pela informação visual transmitida pelo gráfico da Figura 2.

Não se verificando o pressuposto de normalidade, não é possível realizar o teste da ANOVA e, por conseguinte, procede-se com o teste não paramétrico de Friedman para amostras emparelhadas, que permite realizar comparações múltiplas para averiguar se as distribuições são as mesmas. O teste de Friedman demonstrou evidência estatística de que as distribuições dos resultados de eficiência diferem entre os modelos, sendo $p < 0,001$ e, portanto, $p < \alpha$. Já o teste de comparações múltiplas rejeita a hipótese nula, visto que também se verifica $p < 0,05$, isto é, sendo que esta decisão se aplica a todos os pares de modelos, estatisticamente não há evidência de que as eficiências obtidas pelos modelos apresentam a mesma distribuição para algum dos pares de modelos em estudo. Os resultados do teste de Friedman encontram-se no anexo D.

Apesar de se ter constatado que as distribuições das eficiências não são as mesmas para qualquer par de modelos, importa perceber se existe qualquer correlação entre elas. De modo a obter a

correlação entre todos os pares de modelos, é utilizado o coeficiente de Spearman. As correlações de Spearman encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5 - Correlações de Spearman Entre os Modelos Estudados.

	CCR	BCC	Eficiência Cruzada CCR	Eficiência Cruzada BCC
CCR	1			
BCC	0,927 ($p < 0,001$)	1		
Eficiência Cruzada CCR	0,910 ($p < 0,001$)	0,863 ($p < 0,001$)	1	
Eficiência Cruzada BCC	0,601 ($p < 0,001$)	0,652 ($p < 0,001$)	0,690 ($p < 0,001$)	1

Ao interpretar os resultados obtidos, verifica-se que $p < 0,001$ e, portanto, $p < \alpha$ para todas as correlações, concluindo-se que as correlações entre todos os modelos são significativas.

Assim, é de realçar que a correlação entre o modelo CCR e o modelo BCC é forte (0,927), sendo estes os dois modelos que revelam uma correlação mais elevada. As correlações entre os modelos CCR e BCC e o modelo de eficiência cruzada CCR são semelhantes e, ainda que mais reduzidas que a anterior, também são fortes (0,910 e 0,863, respetivamente). Por outro lado, a correlação do modelo de eficiência cruzada BCC com os restantes modelos é consideravelmente mais baixa, não apresentando correlações tão fortes quanto as restantes (0,601 com o modelo CCR, 0,652 com o modelo BCC e 0,690 com o modelo de eficiência cruzada CCR).

Note-se, então, que, apesar de as distribuições das eficiências obtidas pelos diferentes modelos não apresentarem a mesma distribuição, é evidente a existência de correlações, de diferentes intensidades, mas, ainda assim, consideradas estatisticamente significativas, entre todos os pares de modelos.

A discussão anterior indicia que a escolha dos modelos DEA deve ser feita com base no contexto específico e nos objetivos da análise, sendo essencial considerar tanto as diferenças nas distribuições de eficiência, quanto as correlações entre os modelos, para tomar decisões bem fundamentadas.

6. Conclusões e Recomendações

A técnica DEA tem vindo a desempenhar um papel cada vez mais relevante nos estudos de análise de eficiência e avaliação de desempenho, sendo que a sua aplicação no âmbito dos Jogos Olímpicos tem sido bastante notável. Neste seguimento, a presente dissertação pretendeu explorar o fascinante mundo dos JO, aplicando a técnica de DEA para avaliar a eficiência dos países participantes na edição de Tóquio, em 2021.

Através da revisão de literatura foi possível identificar cerca de vinte artigos relativamente a esta temática publicados entre 2002 e 2022, nos quais são utilizados diferentes modelos de DEA e cujo principal foco é, na maioria dos casos, a análise de eficiência dos países participantes nas respetivas edições dos JO. Este capítulo é essencial para que o estudo seja fundamentado pela literatura científica acerca de alguns conceitos inerentes ao tema.

6.1 Principais Conclusões e Contribuições

O presente estudo centrou-se em dois objetivos principais. Primeiramente, pretendia-se definir uma estratégia para a determinação de *benchmarks* e, de seguida, objetivava-se comparar vários modelos de DEA, analisando a consistência dos resultados por eles obtidos. O desenvolvimento de quatro modelos DEA, nomeadamente, os modelos mais comuns – CCR e BCC – e uma extensão de DEA – eficiência cruzada, com base nos modelos CCR e BCC –, permitiram proceder com as análises necessárias ao cumprimento dos objetivos.

Após estes modelos terem sido aplicados ao conjunto de dados que engloba os 93 países que conseguiram conquistar pelo menos uma medalha nos JO de Tóquio 2020, foi efetuada a análise dos resultados obtidos.

De modo a cumprir o primeiro objetivo estabelecido definiu-se, na Secção 3.3, um procedimento que, usado, permite identificar um *benchmark* para cada um dos países em análise. Este procedimento forma *clusters* de países avaliando as distâncias entre valores obtidos para cada país a partir dos resultados dos modelos de eficiência cruzada. O *benchmark* de cada país será, então, o país com melhor *score* dentro daqueles que integram o seu *cluster*.

O procedimento foi aplicado aos resultados dos dois modelos de eficiência cruzada estudados, tendo sido aplicado o mesmo critério de paragem. O número de clusters formados em cada caso foi diferente originando clusters e referências diferentes, consoante o modelo. Enquanto que o modelo de eficiência cruzada com base em CCR gerou cinco clusters, o modelo de eficiência cruzada com base em BCC produziu sete, sugerindo que a escolha de modelos diferentes pode resultar em conclusões distintas.

Esta parte do estudo permitiu identificar grupos de países inerentemente semelhantes, para que as nações com uma menor eficiência possam ter a oportunidade de melhorar o seu desempenho desportivo, tendo como referência um país que represente uma meta alcançável. Embora já tenham sido realizadas algumas abordagens deste género no âmbito dos JO, o processo de *benchmarking* ainda não tinha sido aplicado a esta edição do evento, tendo uma contribuição positiva, e mais atualizada, para as partes interessadas no aumento de eficiência das nações. Adicionalmente, o procedimento apresentado pode ser adaptado e ser usado no contexto de outras aplicações.

O segundo objetivo foi abordado através da realização de alguns testes associados à correlação e distribuição dos resultados obtidos com os diversos modelos. Esta análise comparativa permitiu identificar que os diferentes modelos resultam em distribuições dos resultados de eficiência estatisticamente diferentes. No entanto, foi considerada estatisticamente significativa a existência de uma correlação entre todos os pares de modelos, embora variando em intensidade.

É de realçar que, na literatura, não foram identificados estudos que fizessem uma comparação destes modelos DEA, pelo que é destacada uma contribuição positiva para a área em estudo, na medida em que a pesquisa fornece uma compreensão mais profunda e crítica das diferentes abordagens, o que, por sua vez, pode ajudar na identificação dos modelos mais adequados para uma determinada aplicação.

No que diz respeito às questões de investigação, a primeira, “Quais são as estratégias que podem ser implementadas para a avaliação de desempenho e a determinação de *benchmarks*, com foco na melhoria contínua e no estabelecimento de referências?”, é respondida através da aplicação dos modelos DEA de eficiência cruzada e, seguidamente, da implementação do método de *clustering* hierárquico. Esta abordagem originou grupos de países inerentemente semelhantes, nos quais é selecionado um país de referência, constituindo uma meta atingível.

Já a segunda questão, “Como é que a utilização de diferentes modelos em DEA impacta a avaliação de eficiência das DMU?”, é respondida através da comparação das diferentes abordagens de DEA. É de destacar que, com base nos resultados dessa análise, é recomendável que a seleção do modelo DEA seja guiada pelo contexto e pelos objetivos específicos do caso em questão. É crucial considerar tanto as discrepâncias nas distribuições de eficiência, quanto as interligações entre os modelos, a fim de tomar decisões bem fundamentadas e aplicar os modelos mais adequados para a situação em questão.

De uma perspetiva geral, o presente estudo pode contribuir, tanto no campo da análise de eficiência, quanto no desenvolvimento de estratégias e políticas desportivas mais eficazes, em âmbito nacional e internacional, oferecendo uma contribuição à técnica DEA, não apenas por meio de uma revisão literária abrangente sobre os modelos DEA e a sua aplicação nos JO, mas também por meio da comparação de diversos modelos associados a esta técnica.

Além disso, a análise de eficiência e de *benchmarking* efetuadas podem ter utilidade para profissionais do desporto, tanto treinadores como dirigentes, ao oferecer algumas soluções sobre como aprimorar o desempenho das nações, contribuindo para uma gestão do desporto mais baseada em dados. Ao comparar o desempenho de diferentes países com os melhores da categoria, as autoridades desportivas e treinadores podem estabelecer metas realistas e ambiciosas para as suas equipas, o que pode ajudar a elevar o nível de competição, a motivar os atletas a atingirem o seu potencial máximo e, conseqüentemente, a ter um maior prestígio desportivo.

6.2 Limitações

No contexto desta pesquisa, é fundamental reconhecer e explorar as limitações que podem afetar a validade e a abrangência dos resultados obtidos. Embora a DEA seja uma ferramenta eficaz para avaliar o desempenho dos países participantes nos JO, há algumas considerações que devem ser levadas em conta ao interpretar os resultados.

A escolha dos *inputs* e *outputs* a utilizar nos modelos é uma das questões mais relevantes no que diz respeito à validação dos resultados dos modelos DEA. Numa análise no âmbito dos JO, a falta de consenso é mais notória nos *inputs*, dado que praticamente todos os estudos utilizam como *outputs* as medalhas conquistadas pelos países. Além de terem sido utilizados os *inputs* mais comuns na literatura, este é um fator que pode influenciar os resultados alcançados.

Uma outra limitação tem em conta a sensibilidade aos parâmetros escolhidos, nomeadamente o número não-arquimediano ϵ e os parâmetros α e β . Como fora observado em diversos estudos da literatura, a escolha destes parâmetros pode ter alguma influência nas eficiências obtidas, sendo habitualmente efetuada uma análise de sensibilidade a estes coeficientes da ponderação de medalhas.

Por fim, é de realçar que existem outros métodos para testar e implementar, pelos quais podemos analisar a eficiência. Relativamente ao desenvolvimento dos modelos de eficiência cruzada, a literatura detém modelos mais complexos, como é o caso do processo iterativo que pode ser utilizado para alcançar o equilíbrio de Nash e das abordagens de eficiência cruzada benevolente e agressiva, que são referidos e implementados em alguns textos científicos.

6.3 Recomendações para Pesquisas Futuras

A compreensão das limitações já referidas é essencial para interpretar os resultados de forma crítica e para direcionar futuras pesquisas que procuram aprimorar a análise de eficiência nos JO.

Deste modo, sugere-se, para estudos futuros, explorar a inclusão de outras variáveis que possam afetar o desempenho dos países a nível olímpico, assim como a aplicação dos modelos mais complexos

de eficiência cruzada, a fim de comparar as diferentes abordagens e analisar o impacto que têm nos resultados e conclusões.

Adicionalmente, considera-se também pertinente a inclusão de mais edições dos JO para aumentar a representatividade da análise e permitir comparações ao longo do tempo relativamente à evolução dos países, ou até mesmo a extensão do presente estudo a outros eventos desportivos de grande dimensão, como campeonatos do mundo, para avaliar a eficiência desportiva de um modo mais global.

Referências Bibliográficas

- Aigner, D., Lovell, C. A. Knox., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21–37. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(77\)90052-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90052-5)
- An, Q., Meng, F., Xiong, B., Wang, Z., & Chen, X. (2018). Assessing the relative efficiency of Chinese high-tech industries: a dynamic network data envelopment analysis approach. *Annals of Operations Research*, 290(1-2), 707–729. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-2883-2>
- Azizi, H., & Wang, Y.-M. (2013). Improved DEA models for measuring interval efficiencies of decision-making units. *Measurement*, 46(3), 1325–1332. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2012.11.050>
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092. <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- Camp, R. C. (1996). *Benchmarking dos processos de negocios descobrindo e implementando as melhores praticas.*
- Casu, B., & Thanassoulis, E. (2006). Evaluating cost efficiency in central administrative services in UK universities. *Omega*, 34(5), 417–426. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.07.020>
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). Programming with linear fractional functionals. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(3-4), 181–186. <https://doi.org/10.1002/nav.3800090303>
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Chen, M., Ang, S., Yang, F., & Jiang, L. (2021). Efficiency evaluation of non-homogeneous DMU with inconsistent input quality. *Computers & Industrial Engineering*, 158, 107418. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107418>
- Chiang, C. I., Hwang, M. J., & Liu, Y. H. (2011). Determining a common set of weights in a DEA problem using a separation vector. *Mathematical and Computer Modelling*, 54(9-10), 2464–2470. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.06.002>
- Cook, W. D., & Seiford, L. M. (2009). Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192(1), 1–17. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.01.032>
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (2005). *Handbook on data envelopment analysis.* Kluwer Academic Publishers.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (2011). *Handbook on Data Envelopment Analysis.* Springer Us.

- de Carlos, P., Alén, E., & Pérez-González, A. (2016). Measuring the efficiency of the Spanish Olympic Sports Federations. *European Sport Management Quarterly*, 17(2), 210–225. <https://doi.org/10.1080/16184742.2016.1245769>
- de Mello, J. C. C. B. S., Angulo-Meza, L., & Branco da Silva, B. P. (2008). A ranking for the Olympic Games with unitary input DEA models. *IMA Journal of Management Mathematics*, 20(2), 201–211. <https://doi.org/10.1093/imaman/dpn025>
- Dekker, D., & Post, T. (2001). A quasi-concave DEA model with an application for bank branch performance evaluation. *European Journal of Operational Research*, 132(2), 296–311. [https://doi.org/10.1016/s0377-2217\(00\)00153-3](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(00)00153-3)
- Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and Cross-efficiency in DEA: Derivations, Meanings and Uses. *Journal of the Operational Research Society*, 45(5), 567–578. <https://doi.org/10.1057/jors.1994.84>
- Emrouznejad, A., & De Witte, K. (2010). COOPER-framework: A unified process for non-parametric projects. *European Journal of Operational Research*, 207(3), 1573–1586. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.07.025>
- Färe, R., Grosskopf, S., & C.A. Knox Lovell. (1985). *The Measurement of Efficiency of Production*. Springer Science & Business Media.
- Färe, R., Grosskopf, S., Norris, M., & Zhang, Z. (1994). Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries. *The American Economic Review*, 84(1), 66–83. <http://www.jstor.org/stable/2117971>
- Farrell, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series a (General)*, 120(3), 253. <https://doi.org/10.2307/2343100>
- Flégl, M. (2014). Performance Analysis During the 2014 FIFA World Cup Qualification. *The Open Sports Sciences Journal*, 7(1), 183–197. <https://doi.org/10.2174/1875399x01407010183>
- Flegl, M., & Andrade, L. A. (2018). Measuring countries' performance at the Summer Olympic Games in Rio 2016. *OPSEARCH*, 55(3-4), 823–846. <https://doi.org/10.1007/s12597-018-0347-8>
- Flokou, A., Kontodimopoulos, N., & Niakas, D. (2010). Employing post-DEA Cross-evaluation and Cluster Analysis in a Sample of Greek NHS Hospitals. *Journal of Medical Systems*, 35(5), 1001–1014. <https://doi.org/10.1007/s10916-010-9533-9>
- Gómez-Déniz, E., Dávila-Cárdenes, N., Leiva-Arcas, A., & Martínez-Patiño, M. J. (2021). Measuring Efficiency in the Summer Olympic Games Disciplines: The Case of the Spanish Athletes. *Mathematics*, 9(21), 2688. <https://doi.org/10.3390/math9212688>
- Google Scholar. (2023). Google Scholar. Google.com. <https://scholar.google.com/>
- Hoffmann, R., Ging, L. C., & Ramasamy, B. (2004). Olympic Success and ASEAN Countries. *Journal of Sports Economics*, 5(3), 262–276. <https://doi.org/10.1177/1527002503261826>

- International Monetary Fund. (2019). *IMF -- International Monetary Fund Home Page*. Imf.org.
<https://www.imf.org/>
- IOC. (2021). *Tokyo 2020 Olympic Medal Table - Gold, Silver & Bronze*. Olympics.com.
<https://olympics.com/en/olympic-games/tokyo-2020/medals>
- Jablonsky, J. (2018). Ranking of countries in sporting events using two-stage data envelopment analysis models: a case of Summer Olympic Games 2016. *Central European Journal of Operations Research*, 26(4), 951–966. <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0537-8>
- Jie Wu, Zhixiang Zhou, & Liang Liang. (2009). Measuring the Performance of Nations at Beijing Summer Olympics Using Integer-Valued DEA Model. *Journal of Sports Economics*, 11(5), 549–566. <https://doi.org/10.1177/1527002509352619>
- Lei, X., Li, Y., Xie, Q., & Liang, L. (2014). Measuring Olympics achievements based on a parallel DEA approach. *Annals of Operations Research*, 226(1), 379–396. <https://doi.org/10.1007/s10479-014-1708-1>
- Li, Y., Lei, X., Dai, Q., & Liang, L. (2015). Performance evaluation of participating nations at the 2012 London Summer Olympics by a two-stage data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 243(3), 964–973. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.12.032>
- Li, Y., Liang, L., Chen, Y., & Morita, H. (2008). Models for measuring and benchmarking olympics achievements. *Omega*, 36(6), 933–940. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2007.05.003>
- Li, Y., Liu, J., Ang, S., & Yang, F. (2021). Performance evaluation of two-stage network structures with fixed-sum outputs: An application to the 2018winter Olympic Games. *Omega*, 102, 102342. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2020.102342>
- Lins, M. P. Estellita., Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., & Soares de Mello, A. J. R. (2003). Olympic ranking based on a zero sum gains DEA model. *European Journal of Operational Research*, 148(2), 312–322. [https://doi.org/10.1016/s0377-2217\(02\)00687-2](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(02)00687-2)
- Liu, J., Fang, M., Jin, F., WU Cheng-song, & Chen, H. (2020). Multi-Attribute Decision Making Based on Stochastic DEA Cross-Efficiency with Ordinal Variable and Its Application to Evaluation of Banks' Sustainable Development. *Sustainability*, 12(6), 2375–2375. <https://doi.org/10.3390/su12062375>
- Lozano, S., & Villa, G. (2022). Multiobjective centralized DEA approach to Tokyo 2020 Olympic Games. *Annals of Operations Research*, 322(2), 879–919. <https://doi.org/10.1007/s10479-022-05085-5>
- Lozano, S., Villa, G., Guerrero, F., & Cortés, P. (2002). Measuring the performance of nations at the Summer Olympics using data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 53(5), 501–511. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601327>

- Ma, R., Yao, L., Jin, M., & Ren, P. (2014). The DEA Game Cross-efficiency Model for Supplier Selection Problem under Competition. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8(2), 811–818. <https://doi.org/10.12785/amis/080242>
- Martić, M., Novaković, M., & Baggia, A. (2009). Data Envelopment Analysis - Basic Models and their Utilization. *Organizacija*, 42(2), 37–43. <https://doi.org/10.2478/v10051-009-0001-6>
- Md Hamzah, N., Yu, M.-M., & See, K. F. (2021). Assessing the efficiency of Malaysia health system in COVID-19 prevention and treatment response. *Health Care Management Science*. <https://doi.org/10.1007/s10729-020-09539-9>
- Ramanathan, R. (2003). *An introduction to data envelopment analysis: a tool for performance measurement*. Sage Publications.
- Rathke, A., & Woitek, U. (2007). Economics and the Summer Olympics. *Journal of Sports Economics*, 9(5), 520–537. <https://doi.org/10.1177/1527002507313743>
- Rostamzadeh, R., Akbarian, O., Banaitis, A., & Soltani, Z. (2021). APPLICATION OF DEA IN BENCHMARKING: A SYSTEMATIC LITERATURE REVIEW FROM 2003–2020. *Technological and Economic Development of Economy*, 27(1), 175–222. <https://doi.org/10.3846/tede.2021.13406>
- Seiford, L. M., & Zhu, J. (2002). Modeling undesirable factors in efficiency evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142(1), 16–20. [https://doi.org/10.1016/s0377-2217\(01\)00293-4](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(01)00293-4)
- Sekitani, K., & Zhao, Y. (2021). Performance benchmarking of achievements in the Olympics: An application of Data Envelopment Analysis with restricted multipliers. *European Journal of Operational Research*, 294(3), 1202–1212. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.02.040>
- Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New Directions for Program Evaluation*, 1986(32), 73–105. <https://doi.org/10.1002/ev.1441>
- Statista. (2022). *The statistics portal for market data, market research and market studies*. Statista.com; Statista. <https://www.statista.com/>
- Thanassoulis, E. (1996). A data envelopment analysis approach to clustering operating units for resource allocation purposes. *Omega*, 24(4), 463–476. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(96\)00013-8](https://doi.org/10.1016/0305-0483(96)00013-8)
- Torres, L., Martin, E., & Guevara, J. C. (2018). The gold rush: Analysis of the performance of the Spanish Olympic federations. *Cogent Social Sciences*, 4(1). <https://doi.org/10.1080/23311886.2018.1446689>
- Vagenas, G., & Vlachokyriakou, E. (2012). Olympic medals and demo-economic factors: Novel predictors, the ex-host effect, the exact role of team size, and the “population-GDP” model

- revisited. *Sport Management Review*, 15(2), 211–217.
<https://doi.org/10.1016/j.smr.2011.07.001>
- Wallechinsky, D. (2004). *The complete book of the Summer Olympics*. Sport Classic Books.
- World Bank. (2022). *World Bank Open Data*. Worldbank.org. <https://data.worldbank.org/>
- Wu, J., Liang, L., & Chen, Y. (2009). DEA game cross-efficiency approach to Olympic rankings. *Omega*, 37(4), 909–918. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2008.07.001>
- Wu, J., Liang, L., & Song, M. (2010). Performance Based Clustering for Benchmarking of Container Ports: An Application of Dea and Cluster Analysis Technique. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 3(6), 709–722.
<https://doi.org/10.1080/18756891.2010.9727734>
- Wu, J., Liang, L., & Yang, F. (2009). Achievement and benchmarking of countries at the Summer Olympics using cross efficiency evaluation method. *European Journal of Operational Research*, 197(2), 722–730. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.06.030>
- Wu, W.-W. (2012). An integrated solution for benchmarking using DEA, gray entropy, and Borda count. *The Service Industries Journal*, 32(2), 321–335.
<https://doi.org/10.1080/02642069.2011.517833>
- Yang, F., Wu, D. D., Liang, L., & O'Neill, L. (2011). Competition strategy and efficiency evaluation for decision making units with fixed-sum outputs. *European Journal of Operational Research*, 212(3), 560–569. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.02.029>
- Zha, Y., Liang, L., Wu, J., & Huang, Z. (2010). Performance improvement on cross-efficiencies and applications to competitive advantages of Chinese cities. 249–271.
[https://doi.org/10.1108/s0276-8976\(2010\)0000014016](https://doi.org/10.1108/s0276-8976(2010)0000014016)
- Zhang, D., Li, X., Meng, W., & Liu, W. (2009). Measuring the performance of nations at the Olympic Games using DEA models with different preferences. *Journal of the Operational Research Society*, 60(7), 983–990. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602638>

Anexos

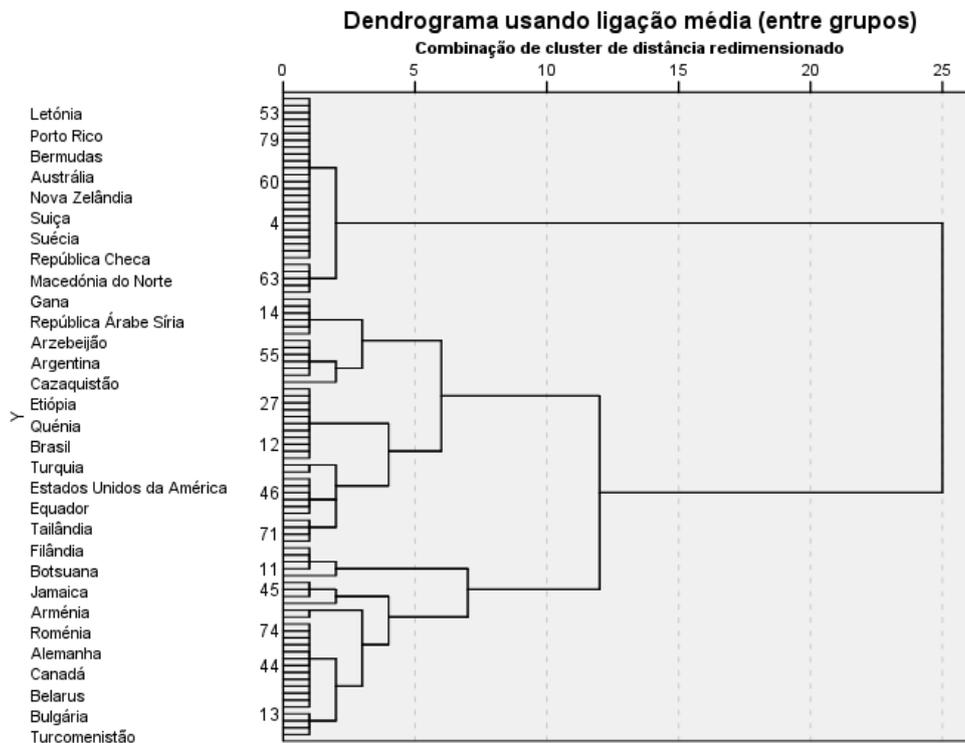
Anexo A – Resultados dos Modelos DEA

DMU	País	CCR	BCC	Eficiência Cruzada CRS	Eficiência Cruzada VRS
1	África do Sul	0,1298	0,1326	0,0715	0,1118
2	Alemanha	0,3056	0,4957	0,1882	0,1319
3	Arábia Saudita	0,0211	0,0291	0,0109	0,0527
4	Argentina	0,0562	0,0594	0,0248	0,0773
5	Arménia	0,2936	0,3381	0,1913	0,3943
6	Azerbaijão	0,3969	0,4176	0,1900	0,2903
7	Austrália	0,5376	1,0000	0,4072	0,2758
8	Áustria	0,1454	0,1910	0,0655	0,0753
9	Bahamas	1,0000	1,0000	0,4038	0,3547
10	Bahrein	0,1278	0,1288	0,0451	0,1195
11	Bélgica	0,1838	0,2961	0,1094	0,1038
12	Bermudas	1,0000	1,0000	0,0765	0,0911
13	Bielorrússia	0,3841	0,4175	0,2308	0,2851
14	Botsuana	0,0555	0,0569	0,0220	0,2680
15	Brasil	0,4674	0,4689	0,1898	0,1508
16	Bulgária	0,3684	0,5124	0,2899	0,3066
17	Burquina Faso	0,0738	0,1744	0,0214	0,2872
18	Canadá	0,2499	0,4534	0,1796	0,1355
19	Catar	0,2898	0,4303	0,1227	0,1178
20	Cazaquistão	0,1543	0,1783	0,0568	0,1228
21	Colômbia	0,1474	0,1514	0,0744	0,1155
22	Costa do Marfim	0,0325	0,0401	0,0122	0,1648
23	Croácia	0,6753	0,7270	0,3885	0,3505
24	Cuba	0,8698	1,0000	0,5884	0,4752
25	Dinamarca	0,4237	0,4893	0,1902	0,1460
26	Egito	0,1778	0,1879	0,0708	0,1034
27	Equador	0,3438	0,3472	0,1792	0,2394
28	Eslováquia	0,2219	0,2636	0,1235	0,1577
29	Eslovénia	0,7658	0,8114	0,3397	0,2885
30	Espanha	0,2319	0,3212	0,1388	0,1145
31	Estados Unidos da América	0,5330	1,0000	0,3103	0,1998
32	Estónia	0,3389	0,3449	0,1425	0,1829
33	Etiópia	0,3962	0,6307	0,1024	0,1464
34	Federação Russa	1,0000	1,0000	0,6461	0,4377
35	Fiji	0,7018	1,0000	0,3637	0,5960
36	Filândia	0,0385	0,0415	0,0105	0,0466
37	Filipinas	0,1702	0,1798	0,0688	0,1017
38	França	0,3589	0,5076	0,2249	0,1584
39	Gana	0,0294	0,0397	0,0113	0,1535
40	Geórgia	1,0000	1,0000	0,6995	0,6934
41	Grã Bretanha	0,7019	1,0000	0,4480	0,2940
42	Granada	0,4146	1,0000	0,0812	0,3852
43	Grécia	0,1540	0,2605	0,1216	0,1508
44	Hong Kong, China	0,1694	0,2052	0,0797	0,0871
45	Hungria	0,6413	1,0000	0,5111	0,3902
46	Índia	0,2781	0,3340	0,0221	0,0313

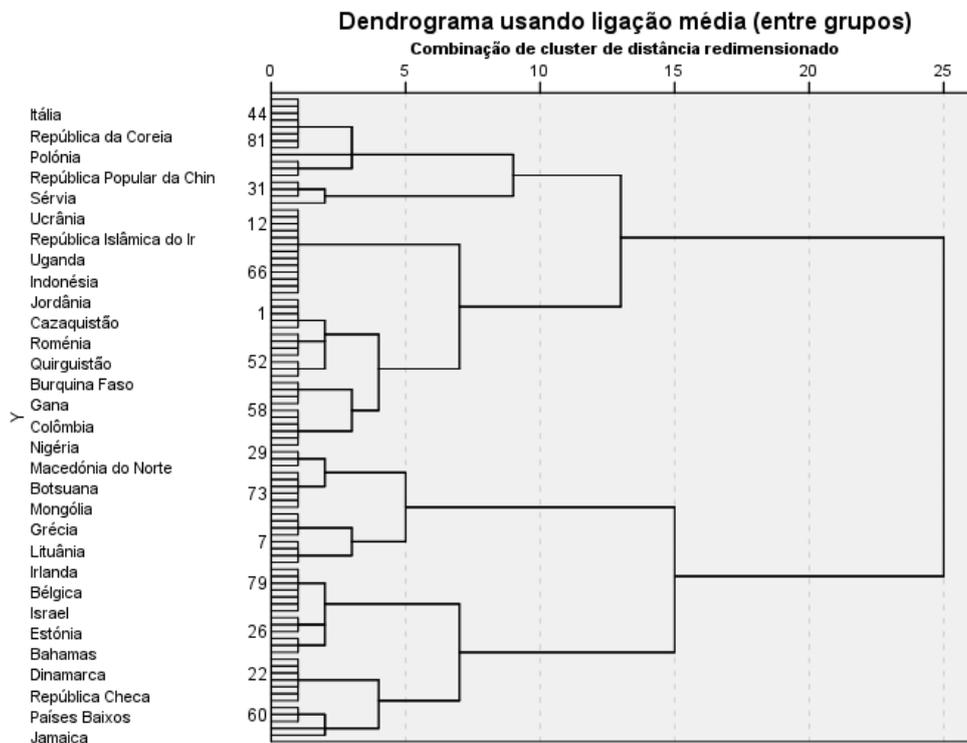
DMU	País	CCR	BCC	Eficiência Cruzada CRS	Eficiência Cruzada VRS
47	Indonésia	0,1227	0,1276	0,0360	0,0514
48	Irlanda	0,1831	0,2903	0,0774	0,0729
49	Israel	0,1397	0,2222	0,0743	0,0851
50	Itália	0,4537	0,6324	0,2725	0,1903
51	Jamaica	1,0000	1,0000	0,8518	0,7985
52	Japão	0,6543	1,0000	0,3654	0,2450
53	Jordânia	0,1223	0,1302	0,0597	0,2261
54	Kosovo	0,7989	1,0000	0,4731	0,6446
55	Kuwait	0,0274	0,0280	0,0082	0,0799
56	Letónia	0,2866	0,3017	0,1336	0,1935
57	Lituânia	0,0940	0,0949	0,0367	0,1160
58	Macedónia do Norte	0,1505	0,1613	0,0751	0,3038
59	Malásia	0,0446	0,0507	0,0214	0,0808
60	Marrocos	0,1778	0,2089	0,0691	0,1602
61	México	0,0295	0,0296	0,0111	0,0417
62	Mongólia	0,2654	0,3395	0,1437	0,3793
63	Namíbia	0,1294	0,1737	0,0807	0,3612
64	Nigéria	0,0705	0,0771	0,0149	0,0530
65	Noruega	0,4203	0,5602	0,1876	0,1442
66	Nova Zelândia	1,0000	1,0000	0,4894	0,3394
67	Países Baixos	0,5734	0,9819	0,3615	0,2467
68	Polónia	0,3297	0,4117	0,1981	0,1694
69	Porto Rico	0,1646	0,2005	0,0688	0,1077
70	Portugal	0,1026	0,1611	0,0717	0,1079
71	Quênia	0,9584	1,0000	0,3989	0,3702
72	Quirguistão	0,4935	1,0000	0,2439	0,5823
73	República Árabe Síria	0,1123	1,0000	0,0286	0,3797
74	República Checa	0,3610	0,5636	0,2507	0,2147
75	República da Coreia	0,2480	0,3520	0,1553	0,1235
76	República Dominicana	0,2130	0,2371	0,1157	0,1982
77	República Islâmica do Irã	0,4978	0,5067	0,1862	0,1957
78	República Moldova	0,0512	0,0647	0,0241	0,3137
79	República Popular da China	1,0000	1,0000	0,2781	0,1689
80	Roménia	0,1651	0,2175	0,0973	0,1327
81	São Marinho	1,0000	1,0000	0,1221	0,1472
82	Sérvia	0,5196	0,6164	0,3730	0,3803
83	Suécia	0,3302	0,4731	0,1557	0,1269
84	Suiça	0,3135	0,4577	0,1379	0,1048
85	Tailândia	0,1656	0,2859	0,1133	0,1088
86	Tailândia	0,0887	0,0897	0,0388	0,0820
87	Tunísia	0,2983	0,3363	0,1624	0,2969
88	Turcomenistão	0,0604	0,0779	0,0373	0,1707
89	Turquia	0,2029	0,2053	0,1097	0,1119
90	Ucrânia	0,5464	0,5873	0,2758	0,2484
91	Uganda	0,9374	1,0000	0,2759	0,3434
92	Usbequistão	0,8398	1,0000	0,3093	0,3637
93	Venezuela	0,4572	0,6971	0,2266	0,3169

Anexo B – Dendrogramas do *Clustering* Hierárquico

Dendrograma resultante do modelo de eficiência cruzada CCR



Dendrograma resultante do modelo de eficiência cruzada BCC



Anexo C – Teste de Kolmogorov-Sminorv

Teste de Kolmogorov-Smirnov de uma amostra							
		CCR	BCC	Eficiência Cruzada CCR	Eficiência Cruzada BCC		
N		93	93	93	93		
Parâmetros normais ^{a,b}	Média	,36836817453	,46898133330	,184357052813390	,221967209139757		
	Estatística do teste Padrão	,29713231804	,35004794883	,169626007403534	,151862034740964		
Diferenças Mais Extremas	Absoluto	,131	,176	,161	,159		
	Positivo	,131	,147	,161	,159		
	Negativo	-,121	-,176	-,150	-,107		
Estatística de teste		,131	,176	,161	,159		
Significância Sig. (2 extremidades) ^c		<,001	<,001	<,001	<,001		
Sig. Monte Carlo (2 extremidades) ^d	Sig.	<,001	<,001	<,001	<,001		
	Intervalo de Confiança 99%	Limite inferior	,000	,000	,000	,000	
		Limite superior	,001	,000	,000	,000	

a. A distribuição do teste é Normal.

b. Calculado dos dados.

c. Correção de Significância de Lilliefors.

d. Método Lilliefors baseado em 10000 amostras de Monte Carlo com valor inicial 1335104164.

Anexo D – Teste de Friedman

Estatísticas de teste^a

N	93
Qui-quadrado	179,148
df	3
Significância Sig.	<,001

a. Teste Friedman

Comparações por Método Pairwise

Sample 1-Sample 2	Estatística de teste	Erro Padrão	Estatística de Teste Padrão	Sig.	Adj. Sig. ^a
Eficiência Cruzada CCR-Eficiência Cruzada BCC	-,688	,189	-3,635	<,001	,002
Eficiência Cruzada CCR-CCR	1,441	,189	7,611	<,001	,000
Eficiência Cruzada CCR-BCC	2,409	,189	12,722	<,001	,000
Eficiência Cruzada BCC-CCR	,753	,189	3,976	<,001	,000
Eficiência Cruzada BCC-BCC	1,720	,189	9,087	<,001	,000
CCR-BCC	-,968	,189	-5,112	<,001	,000

Cada linha testa a hipótese nula em que as distribuições Amostra 1 e Amostra 2 são iguais.

São exibidas significâncias assintóticas (teste de 2 lados). O nível de significância é ,050.

a. Os valores de significância foram ajustados pela correção Bonferroni para vários testes.