

iscte

INSTITUTO
UNIVERSITÁRIO
DE LISBOA



O impacto de fatores macroeconómicos no preço do ouro

Tomás Tavares Borralho

Mestrado em Matemática Financeira

Orientadora:
PhD, Diana Mendes, Professora Associada Iscte-IUL

Outubro, 2022

iscte

BUSINESS
SCHOOL



FACULDADE DE CIÊNCIAS
DA UNIVERSIDADE DE
LISBOA

Departamento de Matemática

O impacto de fatores macroeconómicos no preço do ouro

Tomás Tavares Borralho

Mestrado em Matemática Financeira

Orientadora:

PhD, Diana Mendes, Professora Associada Iscte-IUL

Outubro, 2022

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero dar-me os parabéns, porque consegui realizar a dissertação sobre um tema do qual me orgulho quando já me diziam que não tinha tempo.

Em segundo lugar agradecer aos meus pais, irmãos e avó por toda a motivação que me deram quando eu me estava a ir abaixo.

Agradecer à minha maior aliada, Marta Fernandes, que fez todo este percurso comigo, e sem o apoio dela, sem as nossas conversas e sem todos os nossos momentos nada tinha sido possível.

Aos meus grandes amigos Ivo e Pedro por por todas as gargalhadas e pelos tempos de descompressão.

Um grande OBRIGADO à minha orientadora, Professora Doutora Diana Mendes, que mostrou sempre 100% disponibilidade e me incentivou sempre com o seu *feedback* .

Resumo

O objetivo desta dissertação é compreender melhor o comportamento da variável, e conseguir perceber os fatores que influenciam o seu preço.

A presente dissertação está estruturada por capítulos. Durante o primeiro capítulo realizou-se a revisão de literatura, que se estende sobre a história do ouro e os seus grandes acontecimentos.

No segundo, explicou-se sucintamente os conceitos utilizados para estar as séries temporais e contruir os modelos econométricos.

Terceiramente, construiu-se o modelo econométrico com as variáveis que assim faziam sentido, sempre tentando explicar em cada passo as devidas razões.

Por fim, interpretaram-se os resultados obtidos, tentando desenvolver ao máximo o pensamento de acordo com os dados.

Palavras chave: Série temporal; Ouro; ARIMA; Previsão

Abstract

This dissertation aims at better understanding how the variable behaves, as well as at establishing which factors influence its price.

This dissertation is organised in different chapters. The first chapter covers the relevant literature review and was extended to provide some framework on the history of gold and its major events.

The second chapter briefly explains the concepts used to study the time series and building the econometric models.

In the third chapter, the econometric model was built with the relevant variables, and an attempt was made to explain at each step of the way the underlying reasons for the relevance of every variable included.

Lastly, the findings were interpreted, and conclusions drawn, elaborating as much as possible on the resulting data.

Keywords: Time series; Gold; ARIMA; Forecast

Índice

Agradecimento	iii
Resumo	v
Abstract	vii
INTRODUÇÃO	1
1 REVISÃO DE LITERATURA	3
1.1 Enquadramento teórico	3
1.2 Fatores que influenciam o preço do ouro	4
1.2.1 Dólar	5
1.2.2 Procura e oferta do ouro	5
1.2.3 Política monetária	6
1.2.4 Inflação	7
1.2.5 Situação económica mundial.....	8
1.2.6 Taxas de juro	8
1.2.7 Instabilidade Mundial e VIX.....	9
2 SÉRIES TEMPORAIS	11
2.1 Conceito Geral	11
2.2 Estacionariedade	12
2.3 Testes de Raiz Unitária	15
2.4 Granger causalidade	17
2.5 Modelos	18
2.5.1 Modelos auto-regressivos [AR(p)]	18
2.5.2 Modelos médias-móveis [MA(q)]	18
2.5.3 Processos auto-regressivos médias móveis – ARMA(p,q)	19
2.5.4 Processos auto-regressivos integrados médias móveis – ARIMA(p,d,q).....	20
2.5.5 Processos auto-regressivos integrados médias móveis com variáveis exógenas– ARIMAX(p,d,q).....	21
2.6 Seleção do modelo	21
2.6.1 AIC – Akaike information criterion (1974)	22
2.6.2 BIC - Bayesian Information Criterion (1978)	22
2.6.3 HQIC – Hannan-Quinn Information Criterion	22
2.7 Erros de previsão	23

2.7.1	Raiz do erro médio quadrático	23
2.7.2	Erro percentual absoluto simétrico	23
3	ANÁLISE EMPÍRICA.....	25
3.1	Análise Descritiva.....	26
3.2	Estacionariedade e Análise Gráfica.....	26
3.2.1	Ouro.....	26
3.2.2	10-YY.....	28
3.2.3	Dólar	30
3.2.4	Inflação	32
3.2.5	RIR – Real interest rates	33
3.2.6	M2 – Quantidade de dinheiro (Money Supply)	35
3.2.7	VIX.....	37
3.3	Importância de cada variável - causalidade de Granger.....	38
3.4	Construção dos modelos.....	40
3.4.1	Variável 10-YY	40
3.4.2	Variável DOL.....	41
3.4.3	Variável INF	42
3.4.4	Variável RIR.....	42
3.4.5	Modelo Total	43
3.5	Previsões	44
3.5.1	Previsão In-Sample.....	44
3.5.2	Previsão Out-of-sample.....	48
4	CONCLUSÃO	51
5	REFERÊNCIAS.....	53
6	ANEXOS	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Organograma sobre as reservas dos países.....	3
Figura 2 - Gráfico linear do preço do ouro	4
Figura 3 - Série temporal histórica do index do USD	5
Figura 4 - Retornos totais anualizados de diferentes classes de ativos	7
Figura 5 - Série temporal histórica da taxa de inflação	8
Figura 6 - Série temporal histórica do ouro vs taxa de juro real	9
Figura 7 - Séries temporais demonstrativas (variável discreta vs variável contínua)	11
Figura 8 - Exemplo de uma série temporal com 2ª ordem de diferenciação	14
Figura 9 - Exemplo de log_diferenciação de uma série temporal	14
Figura 10 - Sequência com propriedades de um ruído branco	15
Figura 11 - Série temporal histórica do ouro.....	27
Figura 12 - Série temporal do ouro após 1 diferenciação	28
Figura 13 - Série temporal histórica da 10-YY	29
Figura 14 - Série temporal da 10-yy após 1 diferenciação.....	30
Figura 15 - Série temporal histórica do dólar	30
Figura 16 - Série temporal do dólar após 1 diferenciação.....	31
Figura 17 - Série temporal histórica da inflação.....	32
Figura 18 - Série temporal da inflação após 1 diferenciação	33
Figura 19 - Série temporal histórica da taxa de juro real.....	34
Figura 20 - Série temporal RIR após 1 diferenciação	34
Figura 21 - Série temporal histórica do M2.....	35
Figura 22 - Série temporal M2 após 1 diferenciação	36
Figura 23 - Série temporal M2 após 2 diferenciações.....	37
Figura 24 - Série temporal histórica do VIX	38
Figura 25 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos.....	45
Figura 26 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos.....	45
Figura 27 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos.....	46
Figura 28 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos.....	47
Figura 29 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos.....	48
Figura 30 - Forecasts obtidos para cada modelo.....	49

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Dados descritivos das variáveis.....	26
Tabela 2 – Valores dos testes de estacionariedade para o ouro – sem diferenciação.....	27
Tabela 3 - Valores dos testes de estacionariedade para o ouro - 1ª diferenciação.....	28
Tabela 4 - Valores dos testes de estacionariedade para a 10-yy – sem diferenciação.....	29
Tabela 5 - Valores dos testes de estacionariedade para a 10-yy - 1ª diferenciação.....	30
Tabela 6 - Valores dos testes de estacionariedade para o dólar – sem diferenciação.....	31
Tabela 7 - Valores dos testes de estacionariedade para o dólar - 1ª diferenciação.....	31
Tabela 8 - Valores dos testes de estacionariedade para a inflação – sem diferenciação.....	32
Tabela 9 - Valores dos testes de estacionariedade para a inflação - 1ª diferenciação.....	33
Tabela 10 - Valores dos testes de estacionariedade para a inflação - 2ª diferenciação.....	33
Tabela 11 – Valores dos testes de estacionariedade para RIR – sem diferenciação.....	34
Tabela 12- Valores dos testes de estacionariedade para a RIR - 1ª diferenciação.....	35
Tabela 13 - Valores dos testes de estacionariedade para M2 – sem diferenciação.....	35
Tabela 14 - Valores dos testes de estacionariedade para M2- 1ª diferenciação.....	36
Tabela 15 - Valores dos testes de estacionariedade para M2- 2ª diferenciação.....	37
Tabela 16 - Valores dos testes de estacionariedade para VIX – sem diferenciação.....	38
Tabela 17 - p-values dos impactos de cada lag por variável no preço do ouro.....	39
Tabela 18 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena 10-YY.....	40
Tabela 19 - Dados sobre o modelo escolhido – 10YY.....	41
Tabela 20 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena DOL.....	41
Tabela 21 - Dados sobre o modelo escolhido - DOL.....	42
Tabela 22 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena INF.....	42
Tabela 23 - Dados sobre o modelo escolhido - INF.....	42
Tabela 24 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena RIR.....	42
Tabela 25 - Sumário do modelo ARIMAX com as variáveis 10YY, DOL, INF, RIR.....	43
Tabela 26 - Dados sobre o modelo escolhido - Total.....	43
Tabela 27 - Erros da previsão in-sample -> variável 10YY.....	45
Tabela 28 - Erros da previsão in-sample -> variável DOL.....	46
Tabela 29 - Erros da previsão in-sample -> variável INF.....	46
Tabela 30 - Erros da previsão in-sample -> variável RIR.....	47
Tabela 31 - Erros da previsão in-sample -> variável 10YY, DOL, INF e RIR.....	48
Tabela 32 - Valores obtidos por modelo por observação.....	49
Tabela 33 - Valores dos erros para cada modelo.....	49

INTRODUÇÃO

A partir de 1971, desde que o acordo de Bretton Woods terminou, o preço do ouro tem flutuado livremente no mercado.

O ouro tem propriedades únicas que o tornaram ao longo dos milhares de anos a moeda escolhida pelo mercado livre: destacam-se a durabilidade, fungibilidade, portatibilidade e divisibilidade. (Peter L. Bernstein, *The Power of Gold*, 2000).

Em cerca de 50 anos, o preço do ouro cresceu de 35 dólares para 1650 dólares, um aumento de 4614%. Ao longo destes 50 anos, o ouro já passou por “*bull markets*”, “*bear markets*”, recessões e “*black swans*” (e.g. covid-19, guerra).

Apesar de já não ser usado como moeda, os bancos centrais continuam a ter reservas de ouro. Para além do papel que desempenha aos bancos centrais, o ouro é uma matéria prima usada em joalharia, eletrónica, instrumentos médicos, entre outras. Como terceiro uso, este ativo que não gera *yield* é visto em situações de crise muitas vezes como uma bóia salva-vidas no meio de todo o caos.

Sendo um metal que usufrui não só dos atributos de uma matéria prima, mas também de atributos monetários, já tendo servido como moeda milhares de anos, o ouro torna-se assim num ativo único no nosso mundo, o que causa sempre especulação e variado interesse.

O propósito deste estudo é tentar extrapolar o máximo de informação possível presente no preço do ouro a partir de variáveis exógenas que podem ter propriedades causais sobre o ouro. Conseguindo isto, será possível compreender melhor o comportamento do ouro e perceber até que ponto o preço do ouro é influenciado por agentes exteriores.

Neste trabalho tentou-se explicar uma parte da história do ouro, de forma a melhorar a nossa interpretação sobre os comportamentos futuros do ouro, porque como se diz “a história não se repete, mas costuma rimar”. Também servirá para contextualizar sobre o propósito que o ouro serviu e continua a servir à humanidade, bem como o porquê de ter um valor para além do valor como matéria prima (“*premium value*”).

Seguidamente, escreveu-se sobre as variáveis exógenas mais importantes de acordo com a literatura, relacionando-as com fatores macroeconómicos conhecidos por impactar o preço do ouro.

Depois da justificação sobre as variáveis usadas e estudadas, explicou-se a metodologia aplicada aos modelos econométricos, bem como conceitos estatísticos usados e o porquê da escolha do modelo ARIMAX.

Com o modelo construído estudou-se a série temporal do preço do ouro, obtiveram-se os resultados de todos os modelos e interpretaram-se os mesmos.

1 REVISÃO DE LITERATURA

1.1 Enquadramento teórico

O ouro é o metal mais conhecido mundialmente, com um valor de mercado perto dos 11.000.000.000.000,00 (11 biliões), de acordo com o *World Gold Council*, podendo as estimativas variar e 20%.

Naturalmente, muitos recursos e variadas pesquisas já foram conduzidas de forma a tentar explicar o seu comportamento.

Desde o século XIX que os EUA utilizam “*fiat money*” como meio de pagamento de forma a facilitar as transações. Estas notas foram sempre emitidas com a promessa de que poderiam ser trocadas por ouro em qualquer momento. Ao longo dos anos, e principalmente por causa da 1ª guerra mundial, a impressão destas notas foi a maneira que os USA encontraram para financiar a guerra. No entanto, o *supply* do ouro não acompanhou este aumento de “*fiat money*”. Os custos económicos da guerra foram de tal forma que se teve de suspender a redenção destes créditos por ouro. Em 1932, uma onça de ouro supostamente equivalia a 20,65 dólares. Em 1933, o governo dos USA tentou reolver o problema ao fixar uma onça a 35,00 dólares, o que equivaleu a uma desvalorização de aproximadamente 70%. De forma mais explícita, qualquer indivíduo que tivesse estas notas em posse em vez do ouro que lhe tinha sido prometido, o seu poder de compra tinha acabado de ser reduzido em 70%.

Com o acordo de Bretton Woods em 1944, o USD passou a ser considerada a moeda oficial, e a reserva para os restantes países, com a promessa que o “*peg*” ao ouro se manteria nos 35 dólares (Steil, 2014).

Sucintamente, restantes currencies “*backed by*” USD, e esta seria por sua vez “*backed by*” ouro.

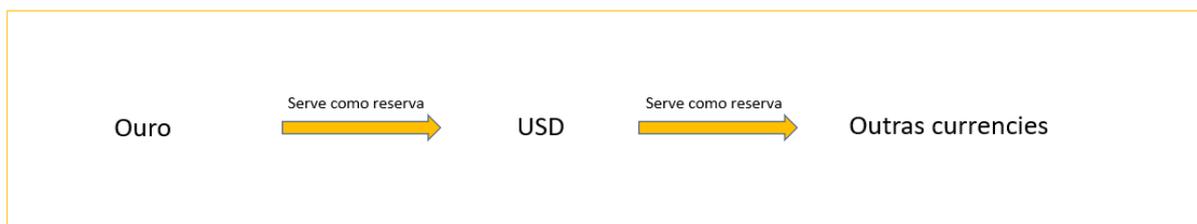


Figura 1- Organograma sobre as reservas dos países

Após três décadas de, maioritariamente, expansão monetária não cuidada, o dólar começou a ficar significativamente sobrevalorizado em relação ao ouro, o que fez com que, em 1971, o presidente Nixon acabasse com a redenção de dólares por ouro.

Desta maneira, iniciou-se um novo paradigma monetário, onde o ouro e outras currencies começaram a ter uma taxa de conversão livre, ditada pelo mercado.

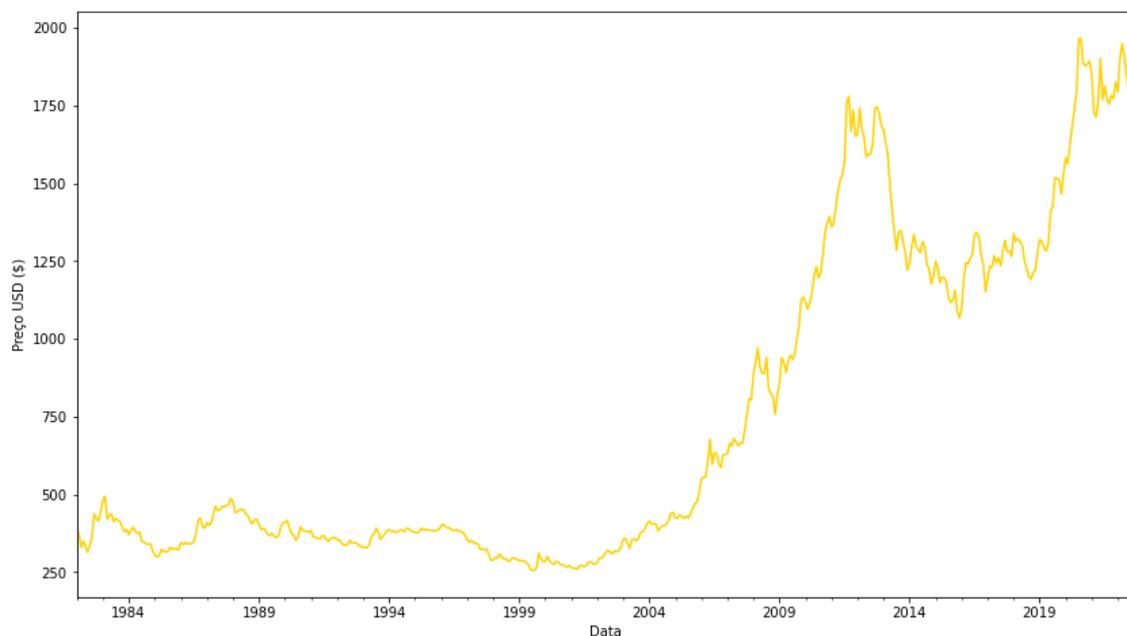


Figura 2 - Gráfico linear do preço do ouro

O preço do ouro varia consideravelmente neste período, como se pode ver na figura 1. Investigação teórica ao longo dos anos mostra que existe uma relação entre variáveis macroeconómicas, tais como, taxas de juro reais, taxa de inflação, o valor do USD, e o próprio preço do ouro (em modelos auto-regressivos).

1.2 Fatores que influenciam o preço do ouro

1.2.1 Dólar



Figura 3 - Série temporal histórica do index do USD

O Dólar é a moeda preferencialmente usada por diversos países para fazer transações, e para os restantes, funciona como moeda de reserva, tendo a moeda do país como “*underlying*” o próprio USD.

O index do Dólar (USD) foi um indicador criado com o propósito de ser um “*basket*” de comparações com outras currencies. Se o valor do index aumenta, significa que o dólar valorizou em média relativamente às outras currencies. Pensamento análogo para a situação contrária, em que o USD cai.

O ouro é negativamente correlacionado com o index (*ceteris paribus*), porque se o dólar valorizar, é lógico que custe menos dólares para comprar uma quantidade fixa de ouro.

No prisma geral, ao longo dos anos, com a política expansionista em que os países muitas vezes se envolvem, existe um “*debasement*” da moeda (oferta da moeda aumenta, logo cada dólar vale menos) e por essa razão, espera-se uma trend positiva no preço do ouro.

1.2.2 Procura e oferta do ouro

A extração de ouro historicamente tem-se mantido constante nos 2% anuais. Uma das razões pela qual o ouro foi escolhido como moeda há milhares de anos é porque a oferta é previsível e bastante constante ao longo do tempo, independentemente da procura.

No final dos anos 70, os afluente irmãos Hunt decidiram remonetizar a prata e começaram a comprar grandes quantidades desta matéria prima, o que proporcionou um

aumento constante no preço. O racional dos irmãos era que mais pessoas iriam querer ter prata ao ver o preço a aumentar, o que criaria um ciclo positivo. Ao contrário do que os irmãos pensavam, as suas riquezas nunca fizeram frente à capacidade dos mineiros de começar a minar mais prata. O preço da prata acabou por voltar ao início dos anos 70.

Esta é das principais razões para o ouro ter a procura que tem e sempre teve ao longo de milhares de anos. A oferta não aumenta significativamente quando o preço aumentar. É considerado um “*hard asset*”, que é uma das propriedades que a humanidade sempre procurou para que um material fosse usado como dinheiro.

1.2.3 Política monetária

A política monetária tem impacto na quantidade de dinheiro que circula. Aumentar a oferta de moeda (*QE – Quantitative Easing*) leva a uma redução no poder de compra da mesma (*debasement*) e conduz a um aumento esperado no preço do ouro. Em (Joyce, Lasosa, Stevens, & Tong, 2010), é estimado que o Comité de Política Monetária do Banco de Inglaterra, em 2010 com o programa de compra de ativos em larga escala, referido como *QE*, tenha cometido um decréscimo em 100 pontos base na yield das gilts (obrigações de Inglaterra). Um decréscimo na yield de uma obrigação soberana retira o apetite a certos investidores, o que os leva muitas vezes a outros caminhos (e.g.ouro, ações).

Por outro lado, diminuir a oferta da moeda (*QT – Quantitative Tightening*) pode conduzir a um aumento do poder de compra. Uma redução no oferta de moeda espera-se que impacte negativamente o preço do ouro.

O *QT* é uma ferramenta usada pelos bancos centrais para influenciar as taxas de juro. Pode-se fazer de duas maneiras: Venda direta das obrigações no mercado secundário, ou não comprar de volta as obrigações quando estas atingem a maturidade (“*roll-off*”).

Ambos os métodos conduzem a um aumento na quantidade de obrigações à venda no mercado. Este processo conduz a que os potenciais compradores de obrigações exijam yields mais altas. Este aumento na yield aumenta os custos de empréstimo para os consumidores, causando um menor apetite à dívida, o que causa menor interesse por ativos (bens e serviços).

Em situações normais, cada 2.2 biliões de dólares em “*passive roll-off*” (não comprar de novo as obrigações quando atingem a maturidade) equivalem a um aumento de 29 pontos base na taxa de juro. No entanto, em períodos de crise, com a aversão ao risco duplicada, é equivalente a um aumento de 90 pontos base. (Bin Wei, 2022)

1.2.4 Inflação

Relativamente à importância da dinâmica entre o ouro e a inflação, um argumento é que o ouro reflete expectativas futuras da inflação. (Mahdavi & Zhou, 1997).

É considerado recorrentemente como um ativo “*inflation hedge*”, pelo qual os investidores se sentem atraídos em situações de crise (“*safe haven*”) ou instabilidade, quer diplomática, quer financeira.

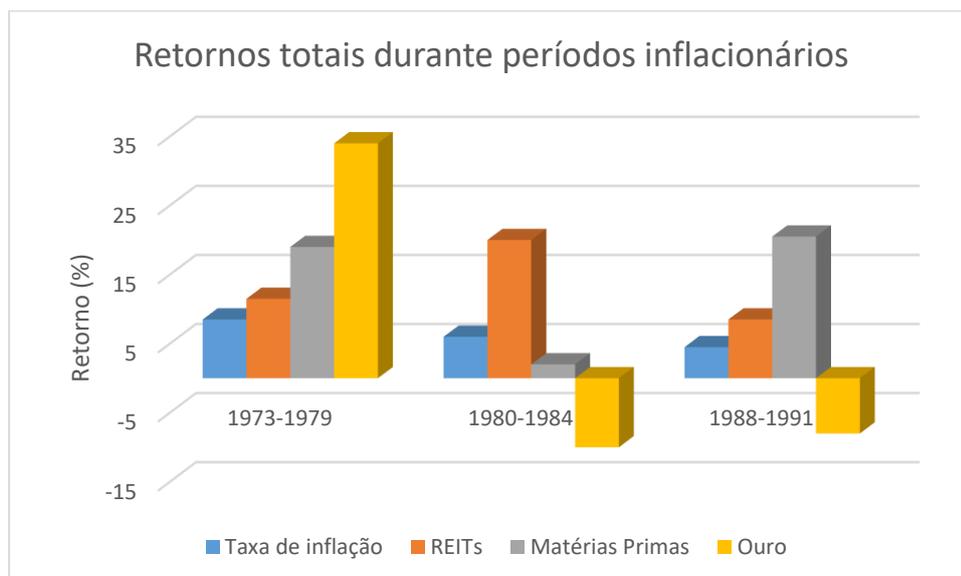


Figura 4 - Retornos totais anualizados de diferentes classes de ativos

No entanto, é importante fazer a distinção deste “*inflation hedge*”. Este argumento foi questionado por (Blöse, 2010) De acordo com a sua hipótese, “*The Carrying cost hypothesis*”, toda a valorização que o ouro vai experienciar em períodos inflacionários vai ser compensada negativamente pelo aumento das taxas de juro.

O ouro é uma *wild card* em períodos inflacionários. Depende se os períodos inflacionários são acompanhados por um aumento nas taxas de juro. Caso sejam, não é esperado que os retornos do ouro sejam muito positivos. Caso contrário, estamos no melhor cenário para os retornos do ouro serem bastante positivos.

Vários artigos publicados em jornais académicos mostram uma relação entre o preço do ouro e a taxa da inflação. Na literatura académica, Sherman (1982), Young and Khoury (in Khoury, 1984, pp. 355–358), Haubrich (1998), Jaffe (1989), e McCown & Zimmerman (2006) encontram uma relação significativa entre as duas métricas. Em contraste, Tully & Lucey (2007), com um modelo GARCH, não encontram uma relação significativa entre os dois.



Figura 5 - Série temporal histórica da taxa de inflação

1.2.5 Situação económica mundial

Em situações de normalidade, os progressos económicos conduzem a um aumento de necessidade por liquidez. Nesse sentido, o preço do ouro tende a aumentar com uma economia próspera e saudável.

Em situações de crise, o ouro pode comportar-se como um “*safe-haven*” ou não, dependendo da crise e dos motivos que se está em crise, sendo por isso o ouro uma *wildcard* nestas situações.

Em pré-guerra e muitas vezes pós-guerra, o ouro serve como uma put option do portefólio para se ter a segurança que o ouro dá nestas situações. Historicamente é um ativo com retornos muito positivos em pré-guerras (Historical Events and the Gold Price, Shubhasis Dey).

1.2.6 Taxas de juro

As taxas de juro são um dos mecanismos mais usados pelos bancos centrais para controlar a quantidade de dinheiro e crédito que existe na economia.

Quando a economia está sobreaquecida ou a inflação está a aumentar em proporções perigosas, a grande maioria dos bancos centrais aumenta as taxas de juro e/ou contrai a oferta de moeda (*QT*). De acordo com Erb & Harvey, as taxas de juro reais e o preço do ouro têm uma correlação de -0,82 (Erb & Harvey, 2013). Esta correlação explica o porquê do aumento das taxas de juro serem o pior inimigo do ouro.

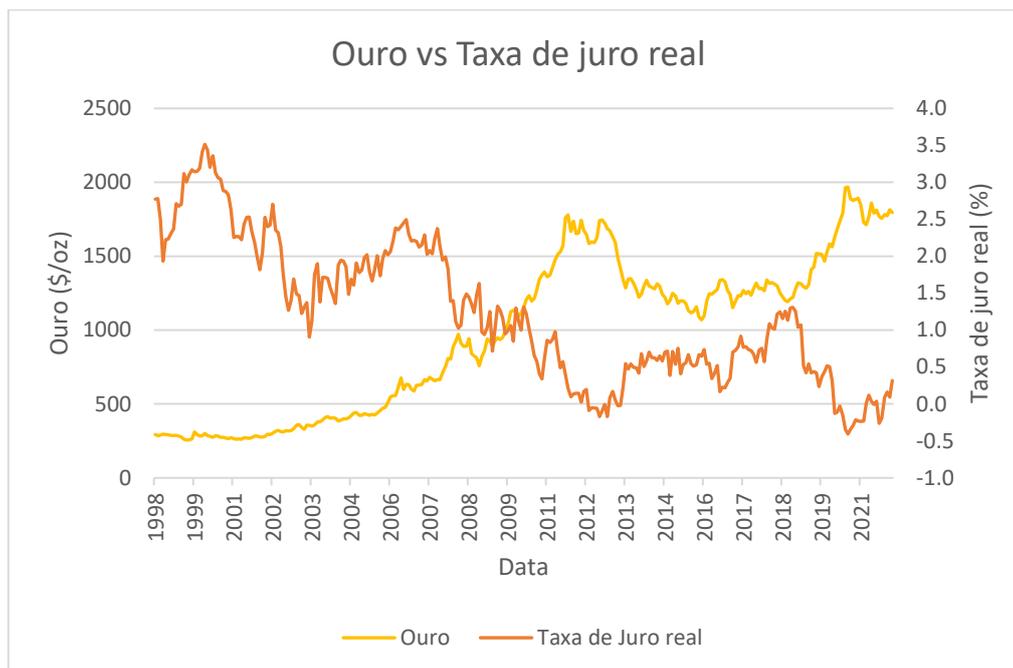


Figura 6 - Série temporal histórica do ouro vs taxa de juro real

Caso 2007-2011 (GFC):

Apesar da crise de 2008, ou como é conhecida, a *GFC – Grand Financial Crisis*, já ter sido bastante estudada, o papel do ouro durante esta época é pouco mencionado e muitas vezes subvalorizado.

Numa altura em que o medo chegou a proporções colossais, e em que o mercado imobiliário começou a descer, a Federal Reserve decidiu baixar as taxas de juro de forma a incentivar um crescimento na economia.

Medo da situação mundial mais descida na taxa de juro é a receita para o ouro prosperar, é onde funciona melhor como “*safe-haven*” e não existiu subida da taxa de juro porque o motivo da crise não foi a inflação e não foi preciso o banco central intervir nesse sentido, aliás, como se pode observar na figura 5, a taxa de inflação entre 2007 e 2011 experienciou uma trajetória descendente.

1.2.7 Instabilidade Mundial e VIX

A literatura financeira argumenta que quando os mercados financeiros sofrem um declínio, investimentos alternativos, como o ouro, experienciam uma subida nos seus preços.

A *VIX (Volatility Index)*, ou como é conhecida “index do medo”, mede a flutuação do preço que se estima que vai existir no index de opções da *S&P (Standard & Poor)* nos 30 dias seguintes. Este index é calculado pelo *CBOE (Chicago Board Options Exchange)*.

Quando o pânico é maior, a volatilidade geralmente é maior, ou seja, existe uma correlação positiva entre o valor da *VIX* e o receio que se sente. De acordo com (Cohen G. & Qadan M., 2010) a *VIX* é afetada positivamente por um acréscimo do preço do ouro no dia anterior.

2 SÉRIES TEMPORAIS

2.1 Conceito Geral

No capítulo corrente descreveram-se os conceitos estatísticos e os modelos econométricos que foram usados para o estudo empírico.

Uma série temporal é uma sequência de pontos que ocorrem em ordem sequencial durante um período de tempo, com a sequência de pontos igualmente espaçada.

O que se destaca numa série temporal é que a sua análise consegue mostrar como as variáveis (ou variável) mudam ao longo do tempo. Ou seja, o tempo é uma variável crucial porque mostra como as observações se ajustam ao longo dos dados. Providencia portanto uma fonte de informação extra e um conjunto de dependências entre os dados.

As séries podem ser:

Discretas – É obtida através de uma amostragem com intervalos de tempo iguais, Δt ;

Contínuas – Entre quaisquer 2 pontos no tempo, existe um número infinito de pontos.

A variável “tempo” pode tomar qualquer valor do conjunto dos números reais. Por essa razão, o “tempo” neste caso é visto como uma variável contínua.

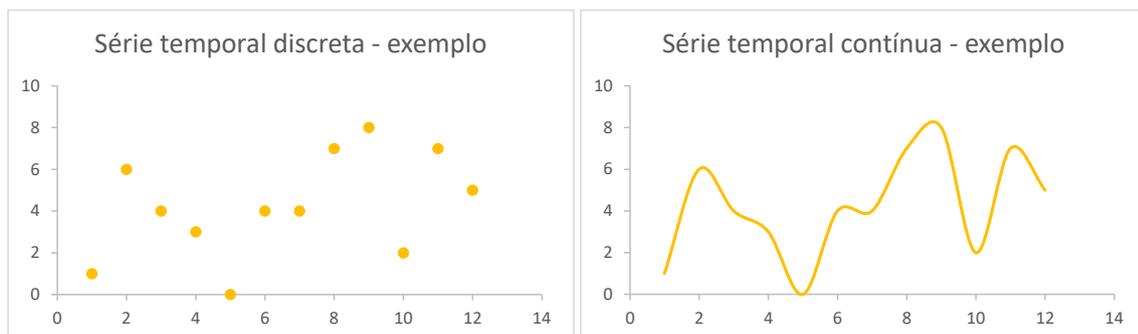


Figura 7 - Séries temporais demonstrativas (variável discreta vs variável contínua)

Os objetivos da análise de séries temporais podem ser, entre outros:

- (a) Investigar o mecanismo gerador da série temporal;
- (b) Fazer previsões de valores futuros da série. As previsões tanto podem ser de curto prazo, como podem ter objetivos com um horizonte mais longo em vista;

(c) Descrever apenas o comportamento da série; neste caso, a construção do gráfico, verificação de existência de sazonalidade na série, ciclos ou tendências, podem ser ferramentas úteis;

(d) Procurar periodicidades relevantes nos dados. A análise espectral pode ser útil para este caso. (Pedro A. Morettin & Clélia T., 2008).

2.2 Estacionariedade

Um dos conceitos fundamentais na análise de séries temporais é a estacionariedade.

De forma a definir formalmente a estacionariedade, são precisos alguns conceitos que vão ser introduzidos seguidamente.

DEFINIÇÃO 2.1:

Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família

$Z = \{Z(t), t \in T\}$, tal que para cada $t \in T$, $Z(t)$ é uma variável aleatória.

DEFINIÇÃO 2.2:

Dado o processo estocástico $Z(t)$, define-se:

1. A média, $\mu(t) = E(Z(t))$;
2. A variância, $\sigma^2(t) = Var(Z(t))$;
3. Função de covariância, $\gamma(t_1, t_2) = E[Z(t_1)Z(t_2)] - \mu(t_1)\mu(t_2)$
4. Função de correlação, $\rho(t_1, t_2) = \frac{\gamma(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)}$

Uma série temporal $Z(t_1), \dots, Z(t_n)$, observada nos instantes t_1, t_2, \dots, t_n diz-se estacionária se se desenvolver ao longo do tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo algum equilíbrio. A estacionariedade pode ser estrita ou fraca, como é explicado nas definições seguintes.

DEFINIÇÃO 2.3:

Um processo estocástico $Z = \{Z(t), t \in T\}$ diz-se *estritamente estacionário* se todas as distribuições permanecem as mesmas sob translações no tempo, ou seja, $F(z_1, \dots, z_n; t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau) = F(z_1, \dots, z_n; t_1, \dots, t_n)$, para quaisquer t_1, \dots, t_n de T .

DEFINIÇÃO 2.4:

Um processo estocástico $Z = \{Z(t), t \in T\}$ diz-se *fracamente estacionário* ou estacionário de segunda ordem se e somente se:

1. $\mu(t) = E(Z(t))$ é constante, para todo $t \in T$;
2. $E(Z^2(t)) < \infty$, para todo $t \in T$;
3. $\gamma(t_1, t_2)$ é uma função de $|t_1 - t_2|$.

As séries económicas e financeiras, em particular, apresentam frequentemente tendências (média e variância não são constantes), padrões ou ciclos, sendo o caso mais simples aquele em que a série flutua ao redor de uma reta, com um declive diferente de zero. Neste caso estamos perante uma série não-estacionária, tal como no caso de algumas das três condições da Definição 1.4 não seja satisfeita.

Muitos procedimentos estatísticos assumem a estacionariedade das série temporais, e por essa razão é necessário transformar os dados originais quando estes não o são.

Apesar de existirem várias técnicas usadas no tratamento de séries temporais, 2 delas destacam-se:

- **Diferenciação**

A transformação mais comum consiste em diferenciar os dados, isto é,

$$\Delta Z(t) = Z(t) - Z(t - 1).$$

Pode ser preciso diferenciar mais do que uma vez para os dados serem estacionários e nesse caso a 2ª diferenciação é:

$$\begin{aligned}\Delta^2 Z(t) &= \Delta Z(t) - \Delta Z(t - 1) \\ &= Z(t) - Z(t - 1) - (Z(t - 1) - Z(t - 2)) \\ &= Z(t) - 2Z(t - 1) + Z(t - 2).\end{aligned}$$

Como generalização, pode-se escrever:

$$d^{(m)}(t) = d^{(m-1)}(t) - d^{(m-1)}(t - 1).$$

A figura seguinte mostra na 1ª imagem uma série não estacionária. É possível ver a tendência positiva da série temporal. Na 2ª imagem, após a 1ª diferenciação realizada, a série já não tem uma tendência tão forte e acentuada, mas ainda existe, e por essa razão não é ainda estacionária. Apenas após 2 diferenciações, como se pode ver na 3ª imagem, é a série temporal estacionária.



Figura 8 - Exemplo de uma série temporal com 2ª ordem de diferenciação

Após cada diferenciação, a série perde uma observação das n que possuía.

- **Transformação “log-diff”**

A transformação logarítmica é um método em que se substitui a variável y por $\log(x)$. A escolha da base do logaritmo é da responsabilidade do analista e deverá depender do objetivo do modelo estatístico.

Esta transformação é uma maneira conveniente de transformar uma variável altamente “skewed” num conjunto de ponto mais normalizado.

Um exemplo prático é quando temos uma série temporal que se assemelha a uma função exponencial (1ª imagem). O método da diferenciação neste tipo de séries não é útil porque seriam precisas várias diferenciações no modelo, o que traz complexidade e diminui o número de observações. Nestes casos, uma hipótese será usar na série os logaritmos dos valores originais, como se pode ver na 2ª imagem. Neste caso foi usado o logaritmo natural, base e .

Finalmente, com apenas uma diferenciação após a transformação \log , a série é estacionária, como é possível observar na 3ª imagem.

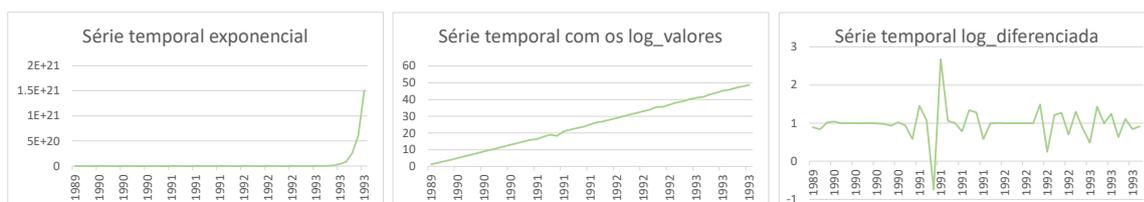


Figura 9 - Exemplo de log_diferenciação de uma série temporal

DEFINIÇÃO 2.5:

A ordem de integração de uma série temporal, denota-se $I(d)$, e representa o número mínimo de diferenças necessárias, d , em ordem a obter uma série estacionária.

Uma série $I(0)$ é uma série temporal estacionária, visto que não foi necessário aplicar o operador diferença para obter estacionariedade.

DEFINIÇÃO 2.6:

Um elemento importante nas séries temporais é o ruído branco.

Uma sequência $\{\varepsilon_t\}$ define-se como Ruído Branco, se todos os seus valores possuírem as seguintes propriedades:

- $E(\varepsilon_t) = 0$,
- $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$,
- $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, para i \neq j$.

Na Figura 10 apresenta-se um processo de ruído branco, sendo fácil de observar que possui média nula e variância constante.

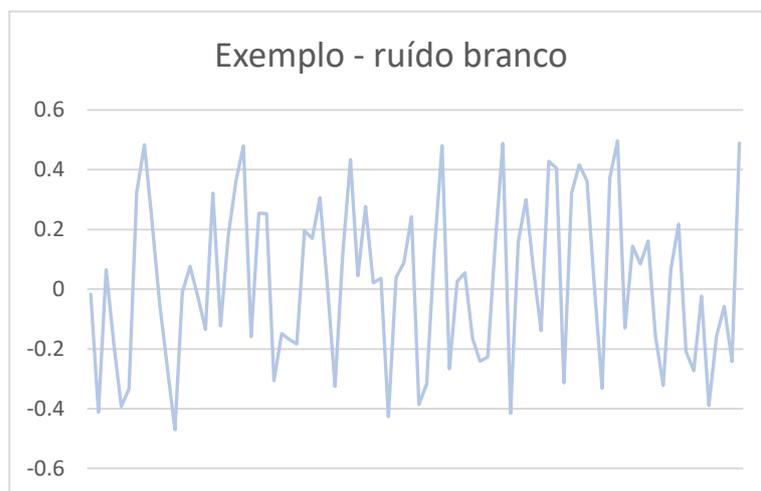


Figura 10 - Sequência com propriedades de um ruído branco

2.3 Testes de Raiz Unitária

Apesar de uma representação visual ser sempre útil e gráficos poderem servir como ajuda para a compreensão das séries temporais em estudo, muitas vezes não é uma prova suficientemente confiável, como por vezes diz-nos mesmo o contrário.

Por este motivo, existem métodos mais confiáveis, como os testes estatísticos, para comprovar a estacionariedade de uma série (ou a não estacionariedade). Estes testes são chamados “Teste de Raiz Unitária” (quando a hipótese nula é a existência de uma raiz unitária) e “Testes de estacionariedade”(quando a hipótese nula é estacionariedade).

Apresentam-se os testes de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS), porque são testes que se complementam, como se verá mais à frente.

Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

$H_0: \delta = 1$ (Não estacionária)

$H_1: \delta < 1$ (Estacionária)

A equação do teste ADF é

$$\Delta Z_t = \alpha + (\delta - 1)Z_{t-1} + \sum_{i=1}^n \beta_i * \Delta Z_{t-i} + \varepsilon_t,$$

com n o número de lags estudados, onde cada β_i e α são uma constante. O teste avalia se a variável δ da equação é 1 ou menor do que 1, sendo semelhante à equação do teste DF, mas com a inclusão de ordens de regressão mais altas.

Em relação ao número de lags estudados, a regra do polegar, principalmente em séries financeiras, é testar pelo menos 12 meses. Sendo assim em dados anuais, são precisos 1 lag, dados mensais seriam precisos 12 lags.

Utilização de módulos em software moderno (Python) permite a autoidentificação do lag ótimo a usar nos testes de raiz unitária.

Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)

$H_0: \text{Série Estacionária}$

$H_1: \text{Série não – estacionária}$

O teste KPSS é baseado em regressão linear. Decompõe-se a série em 3 partes: uma “trend” determinística (β_t), “random walk” (r_t), e o ruído branco (ε_t): $y_t = r_t + \beta_t + \varepsilon_t$.

Uma das diferenças entre o teste *KPSS* e o *ADF* é a capacidade do teste *KPSS* conseguir verificar estacionariedade na presença de uma “*trend*”. Ou seja, o teste pode não rejeitar a hipótese nula mesmo que a série temporal tenha um contínuo acréscimo/decrécimo.

Este teste é usado para testar a hipótese nula de que a série temporal é estacionária em tendência (trend-stationary) contra a hipótese alternativa da existência de uma raiz unitária.

Sejam $S_t = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$. A estatística de teste é calculada pela seguinte expressão:

$$ET_{KPSS} = \frac{\sum_{i=1}^n S_t^2}{n^2 \sigma^2}.$$

Rejeitamos a hipótese nula quando $ET_{KPSS} >$ valor crítico (para o respetivo nível de confiança).

Aqui, a ausência de evidência de existência de raiz unitária não é necessariamente prova de estacionariedade, podendo ser trend-estacionariedade. Esta distinção é importante, porque uma série pode ter raiz unitária, ser estacionária, ou ser trend-estacionária.

2.4 Granger causalidade

Causalidade Granger é um conceito estatístico de causalidade que se baseia na previsão. De acordo com a causalidade de Granger, se X_1 “causa Granger” X_2 , então os valores passados de X_1 deverão ter informação significativa para ajudar a prever X_2 com menor erro em comparação com a previsão de X_2 apenas com os seus valores passados.

Teste de Causalidade de Granger

$$H_0: \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n = 0$$

$$H_1: \exists i: \beta_i \neq 0$$

$$y_t = c + \sum_{i=1}^n \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^n \beta_i x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Portanto, rejeitando a hipótese nula estamos perante uma relação de causalidade de Granger unidirecional. De forma semelhante, pode ser estudada a causalidade das variáveis no sentido contrário e caso se verifique então temos uma relação de causalidade bidirecional.

2.5 Modelos

2.5.1 Modelos auto-regressivos [AR(p)]

Os modelos auto-regressivos foram primeiramente usados por Yule (1927), no seu clássico trabalho sobre as manchas solares.

Quando estes modelos são lineares são definidos pela seguinte expressão:

$$Z_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Z_{t-i} + \varepsilon_t ,$$

onde os α_i são coeficientes e ε_t é um processo de ruído branco (Araújo, 2011).

Estes modelos são estacionários se e só se $|\alpha_i| < 1, \forall i \in \{1, \dots, p\}$.

Denominam-se auto-regressivos lineares pelo facto de explicarem Z_t regressivamente nos valores da mesma variável, com p pontos anteriores. (Murteira, 1953)

O seu valor esperado, para AR(1), é:

$$E(Z_t) = E(\alpha_0 + \alpha_1 * Z_{t-1} + \varepsilon_t), \text{ como } E(Z_t) = E(Z_{t-1}) \text{ [assume-se estacionariedade]}$$

$$E(Z_t) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}.$$

$$\text{Logo, } \mu = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}.$$

$$\text{A sua variância, será: } \text{Var}(Z_t) = (E[(Z_t - \mu)^2]) =$$

$$E[(\mu(1 - \alpha_1) + \alpha_1 * Z_{t-1} + \varepsilon_1 - \mu)^2] =$$

$$E[(\alpha_1(Z_{t-1} - \mu) + \varepsilon_1)^2], \text{ e assumindo estacionariedade, temos finalmente:}$$

$$\text{Var}(Z_t) = \frac{\sigma^2}{1 - \alpha_1^2}.$$

Alargando o raciocínio para AR(p) e podendo o leitor encontrar as demonstrações em Time Series Analysis, James D. Hamilton, chega-se à seguinte expressão para o valor esperado:

$$E(Z_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p}.$$

2.5.2 Modelos médias-móveis [MA(q)]

Um processo Z admite uma representação média móvel de ordem q , de modo abreviado MA(q), quando

$$Z_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}, \text{ onde}$$

θ_i é um coeficiente numérico para o valor associado do termo erro com lag-i.

μ é uma constante. Usa-se esta letra pela antecipação que ela será o valor esperado da série.

ε_t é um ruído branco de variância $\sigma^2 > 0$.

O valor esperado da série, é:

$$\begin{aligned} E(Z_t) &= E\left(\mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t\right) \\ &= E(\mu) + \sum_{i=1}^q \theta_i E(\varepsilon_{t-i}) + E(\varepsilon_t) \\ &= \mu. \end{aligned}$$

A variância da série:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z_t) &= E[(Z_t - \mu)^2] \\ &= E\left[\sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t\right]^2 \\ &= E[(\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \varepsilon_t)^2] \\ &= \theta_1^2 \sigma^2 + \dots + \theta_q^2 \sigma^2 + \sigma^2 \\ &= (\theta_1^2 + \dots + \theta_q^2 + 1)\sigma^2, \end{aligned}$$

pelas propriedades já descritas sobre o ruído branco.

2.5.3 Processos auto-regressivos médias móveis – ARMA(p,q)

Um modelo ARMA(p,q) define-se como:

$$Z_t = \underbrace{\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Z_{t-i}}_{\text{AR}(p)} + \underbrace{\sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}}_{\text{MA}(q)} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{Ruído Branco}}, \text{ com } Z_t \text{ estacionária, e } \alpha_0 \text{ a incluir } \mu \text{ de MA.}$$

Como o nome diz, resulta da junção dos 2 processos anteriormente descritos. As duas ordens, p e q , podem mas não é necessário que sejam do mesmo valor. Isto é essencial porque geralmente ou o Z_{t-i} ou o ε_{t-i} perde significância mais rápido.

De notar que os processos AR(p) e MA(q) são particularidades do processo ARMA(p,q). Se $q = 0$, ARMA(p,0) é equivalente ao processo AR(p), e se $p = 0$, ARMA(0,q) é equivalente ao processo MA(q).

O processo ARMA permite portanto modelar séries mais complexas, devido às várias possibilidades que ficam abertas com a junção dos processos AR e MA.

O valor esperado do modelo ARMA(p,q) obtém-se da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 E(Z_t) &= E\left(\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Z_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t\right) \\
 &= E\left(\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Z_{t-i}\right) + E\left(\sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}\right) + E(\varepsilon_t) \\
 &= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p} + 0 + 0 \\
 &= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p},
 \end{aligned}$$

Porque α_0 passou a incluir a constante do processo MA(q) e portanto o valor esperado deste termo é 0.

2.5.4 Processos auto-regressivos integrados médias móveis – ARIMA(p,d,q)

O modelo ARIMA, cria essencialmente uma equação linear que descreve e prevê os dados da série temporal. Esta equação é composta por 3 partes separadas que já foram referidas e pode ser descrita como:

- **AR** — auto-regressão: termos de equação criados com base em pontos anteriores;
- **I** — integração ou diferenciação: o número de diferenciações mínimas até a série temporal ser estacionária;
- **MA** — média móvel: termos da equação construídos a partir dos erros dos pontos anteriores.

Com a componente de diferenciação, temos agora a possibilidade de usar estes modelos em séries temporais que não são $I(0)$.

2.5.5 Processos auto-regressivos integrados médias móveis com variáveis exógenas– ARIMAX(p,d,q)

Quando criamos estes tipos de modelos (AR, MA, ARMA, ARIMA), estamos a trabalhar apenas com os pontos de um ativo (variável endógena), e por isso, uma única série temporal.

Um modelo ARIMAX(p,d,q) é um modelo ARIMA(p,d,q) que é afetado por uma ou várias variáveis exógenas.

Define-se como:

$$Z_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Z_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \beta X + \varepsilon_t,$$

onde a introdução nesta equação é o X , o valor da variável exógena (X será um vetor de dimensão $n \times 1$ consoante as n variáveis exógenas que compõem o modelo).

O coeficiente β , é o coeficiente ligado à variável X . β será um vetor com dimensão $1 \times n$ consoante as n variáveis exógenas.

Como exemplo, mostremos a equação de um modelo ARIMAX(1,1,1) com uma variável exógena X_1 . Será dado por:

$$\Delta Z_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta Z_{t-1} + \theta_1 \Delta \varepsilon_{t-1} + \beta_1 \Delta X_t + \varepsilon_t,$$

pois Z_t e X_t são $I(1)$, visto que o segundo parâmetro do modelo ARIMAX é a ordem de diferenciação das variáveis.

2.6 Seleção do modelo

Na fase de seleção de modelo, é importante ter estimadores que nos possam auxiliar a tomar uma decisão sobre o melhor modelo, ou pelo menos, o que nos oferece um erro percentual menor.

Para nos ajudar com esta decisão existem 3 estimadores de informação que se destacam:

2.6.1 AIC – Akaike information criterion (1974)

O critério de informação de Akaike é um método matemático para avaliar quão bem um modelo se ajusta aos dados sobre os quais foi gerado. Em estatística, o *AIC* é usado para comparar diferentes modelos possíveis e determinar qual é o melhor modelo para os dados analisados. O *AIC* é calculado a partir de:

- Número de variáveis independentes usadas para a construção do modelo;
- O estimador de máxima verosimilhança do modelo.

De acordo com AIC, o modelo que melhor se ajusta é o que explica a maior quantidade de informação, usando o mínimo de variáveis independentes possíveis. Matematicamente,

$$AIC = 2K - 2\ln(\hat{L}),$$

onde $K = 1 + p + q$ e \hat{L} a verosimilhança do modelo. p e q dizem respeito aos parâmetros dos modelos descritos acima.

Quanto menor for o valor do critério, melhor será o modelo.

2.6.2 BIC - Bayesian Information Criterion (1978)

BIC é um *index* usado em estatística de Bayes para escolher entre 2 ou mais modelos.

É definido como:

$$BIC = K\ln(n) - 2\ln(\hat{L}),$$

onde n é o número de observações.

O critério de Bayes geralmente penaliza mais fortemente o número de parâmetros K . (Stoica & Selen, 2004).

2.6.3 HQIC – Hannan-Quinn Information Criterion

Este critério é uma alternativa a *AIC* e *BIC*. É dado por:

$$HQIC = -2\hat{L} + 2K\ln(\ln(n)), \text{ (Hannah \& Quinn, 1979).}$$

Também introduz uma penalização pelo aumento de parâmetros usados no modelo, e tal como *BIC*, penaliza de forma mais forte do que *AIC*.

2.7 Erros de previsão

Para se conseguir avaliar a qualidade da previsão de um modelo, um gráfico pode ser útil, mas frequentemente é necessário um método mais robusto e consistente.

Existem várias métricas para a avaliação de erros de um modelo, sendo que nesta dissertação foram destacadas as seguintes duas medidas:

- Raiz do erro médio quadrático (Root Mean Squared Error)
- Erro percentual absoluto simétrico (Symmetric mean absolute percentage error)

2.7.1 Raiz do erro médio quadrático

A raiz do erro médio quadrático é uma maneira standardizada para medir o erro de um modelo na previsão de dados futuros. Define-se por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}},$$

onde \hat{y}_i é a previsão da variável dependente no momento i ; y_i é o valor de variável dependente no instante i ; e n é o número de observações que foram incluídas na previsão.

O *RMSE* agrega as magnitudes dos erros nas previsões de vários pontos numa única medida de poder preditivo. O efeito de cada erro é proporcional ao tamanho do erro quadrado; logo maiores erros têm um impacto desproporcional no valor final. Consequentemente, esta medida é sensível aos “*outliers*”.

2.7.2 Erro percentual absoluto simétrico

O erro percentual absoluto simétrico é a outra medida a considerar para avaliar a *performance* dos modelos de previsão, sendo esta medida uma percentagem.

É dada por:

$$SMAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{(|y_i| + |\hat{y}_i|)}, \text{ varia entre 0 e 100\%}.$$

3 ANÁLISE EMPÍRICA

Este capítulo é onde os resultados do estudo são apresentados. Existem dois objetivos principais neste capítulo. O primeiro, será perceber que variáveis são realmente importantes para a nossa variável endógena – ouro.

O segundo, é conseguir compreender quão importantes são e se é possível desenvolver um modelo à volta do ouro e dessa variável (ou variáveis em conjunto) que nos permita compreender pelo menos a trajetória do ouro.

O objetivo não é de modo nenhum criar um modelo que nos diga o valor do ouro no futuro, tal modelo é altamente improvável não só em qualquer ativo, mas especialmente no ouro, que é uma matéria com uma ação no preço mais instável do que a maioria (Cooper, 1982).

Os dados de todas as variáveis, quer endógena quer as exógenas, foram recolhidos com uma periodicidade mensal.

Para esta dissertação, foram usados os seguintes dados:

Dados históricos do preço do ouro desde 1 de Janeiro de 1982 até 1 de Janeiro de 2022, ficando assim com 40 anos para o estudo. Estes valores foram retirados do *index kitco*.

Os valores do *Real Interest Rate*, *Dólar*, *10-year bond yields*, *inflação*, *VIX* e *money supply* (M2), foram retirados da *FRED (Federal Reserve Economic Data)*, também com a periodicidade mensal e no mesmo período histórico que o ouro.

Todo o modelo foi desenvolvido em Python 3.8 . todos os códigos e excel estão disponíveis no repositório do git-hub colocado na bibliografia.

3.1 Análise Descritiva

Primeiramente analisou-se os dados do ponto de vista das métricas básicas de estatística descritiva. Na Tabela 1 podem ser observados os resultados obtidos para cada variável estudada:

Dados	Variáveis						
	OURO (\$)	10-YY (%)	DOL (\$)	INF (%)	RIR (%)	M2 (\$)	VIX (\$)
Observações	481	481	481	481	481	481	397
Média	724.71	5.45	95.97	2.89	2.49	6958.62	19.48
Desvio Padrão	497.65	3.08	15.55	1.37	1.88	4670.18	8.01
Mínimo	256.20	0.62	71.80	0.60	-0.41	1765.30	9.14
Q1	353.26	2.83	85.54	2.00	0.80	3384.80	13.77
Q2 - Mediana	415.11	4.97	93.35	2.40	2.31	5465.00	17.56
Q3	1212.88	7.37	99.81	3.90	3.73	9774.45	22.81
Máximo	1967.60	14.59	160.41	9.30	7.66	21660.40	82.69

Tabela 1 - Dados descritivos das variáveis

Em relação à VIX, não foi possível obter dados confiáveis com data inferior a 1989, o que reduziu o número de observações de 481 para 397.

3.2 Estacionariedade e Análise Gráfica

3.2.1 Ouro

A Figura 11 ilustra o gráfico da série temporal dos preços de ouro. A partir de 2002, o preço do ouro subiu de forma considerável durante cerca 10 anos, sendo depois observável uma queda nos preços. O período Covid também impactou os preços de ouro, observando-se um segundo troço crescente. Não existe uma tendência linear global.



Figura 11 - Série temporal histórica do ouro

Como foi explicado na metodologia, apesar de se usarem testes para verificar a estacionariedade de uma série, muitas vezes pela simples análise visual consegue-se obter alguma informação significativa. Neste caso, nota-se que existe uma tendência estocástica no preço do ouro ao longo dos anos.

Como confirmação, foram feitos os 2 testes: *ADF* e *KPSS*.

Teste	teste-valor	$\alpha = 10\%$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$	p-value
ADF	0.15	-2.57	-2.87	-3.44	0.97
KPSS	2.88	0.35	0.46	0.74	<0.01

Tabela 2 – Valores dos testes de estacionariedade para o ouro – sem diferenciação

Os resultados do teste de *ADF* não nos permitem rejeitar a hipótese nula, que lembrando, era de que a série não era estacionária. O valor de teste foi 0.15 que é superior a qualquer valor crítico para os respectivos níveis de significância. Com este valor, apenas rejeitaríamos a hipótese nula se afirmássemos com apenas “3% de confiança” ($1 - p\text{-value}(0.97) = 0.03$). Conclui-se pelos resultados dos testes, a série temporal do ouro não é estacionária e terá que ser diferenciada pelo menos uma vez, logo não é $I(0)$.

Em relação ao teste de *KPSS*, como foi visto, a hipótese nula é “a série é estacionária”. No entanto, neste caso note-se que o nosso valor, 2.88 é superior a qualquer valor referente aos níveis de confiança habituais, logo vamos rejeitar a hipótese nula com um nível de confiança superior a 99%.

Os 2 testes conduzem ao mesmo resultado apesar de terem hipóteses e metodologias diferentes, e portanto, a série terá de ser diferenciada.

O gráfico da série temporal do ouro diferenciada é o seguinte:

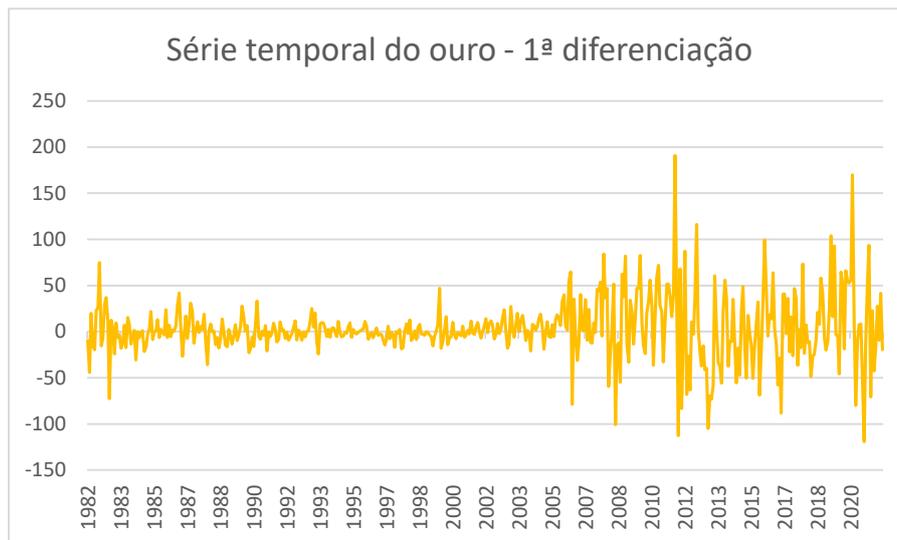


Figura 12 - Série temporal do ouro após 1 diferenciação

Após uma diferenciação, visualmente já não foi possível observar qualquer tendência, mas confirmou-se com os testes de novo, tendo os resultados sido:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-5.46	-2.57	-2.87	-3.44	0.000002
KPSS	0.35	0.35	0.46	0.74	0.099

Tabela 3 - Valores dos testes de estacionariedade para o ouro - 1ª diferenciação

Após uma diferenciação, para o teste de *ADF* rejeitamos a hipótese nula, visto que o valor do teste que recolhemos é consideravelmente inferior que o valor de teste para $\alpha = 1\%$ ($-5.46 < -3.44$).

No caso do teste de *KPSS*, já não rejeitamos a hipótese para os níveis de confiança 1 e 5%, sendo que para 10% o valor é o mesmo arredondando às centésimas.

Concluimos portanto que a série temporal do ouro uma vez diferenciada é estacionária, e por essa razão, $I(1)$.

3.2.2 10-YY

Analisando o gráfico da *yield* de uma obrigação soberana com maturidade de 10 anos:

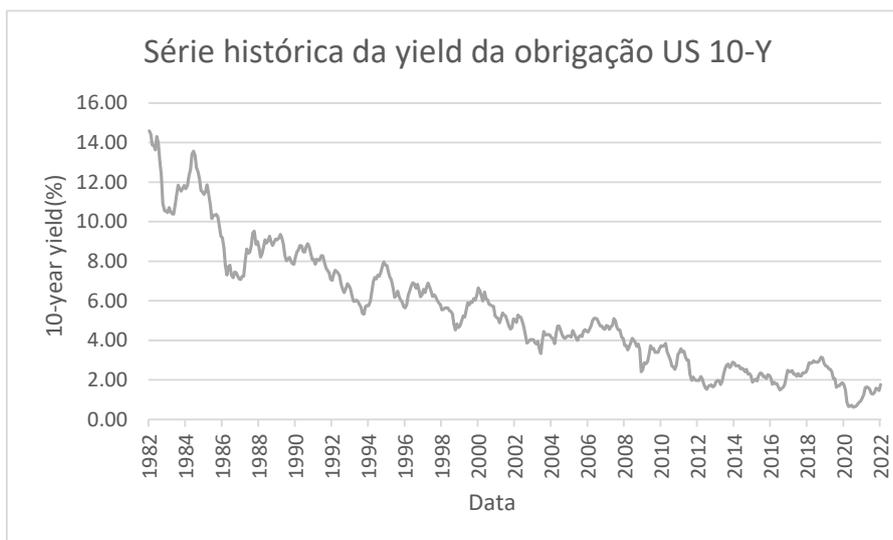


Figura 13 - Série temporal histórica da 10-YY

Tal como na série do ouro, nota-se claramente uma trajetória, mas neste caso, ao contrário do ouro, é descendente. Confirmamos com os testes:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-2.60	-2.57	-2.87	-3.44	0.09
KPSS	3.48	0.35	0.46	0.74	0.01

Tabela 4 - Valores dos testes de estacionariedade para a 10-yy – sem diferenciação

As interpretações que se fizeram dos dois testes, foram algo ambíguas. Para $\alpha = 10\%$, o teste ADF rejeita a não estacionariedade ($-2.6 < -2.57$) e o teste de KPSS rejeita a hipótese de estacionariedade ($3.48 > 0.35$)

Para o nível de confiança de 95%, o teste de ADF já não rejeita a hipótese nula, logo a série não é estacionária, mas o teste de KPSS rejeita a hipótese nula de que a série é estacionária ($3.48 > 0.46$).

Como para $\alpha = 1\%$, o teste de KPSS continua a rejeitar a hipótese de que a série seja estacionária, concluímos que é necessário diferenciar a série temporal, mesmo com o teste de ADF a ter um resultado oposto ao escolhido.

Após uma diferenciação o gráfico das diferenças é:

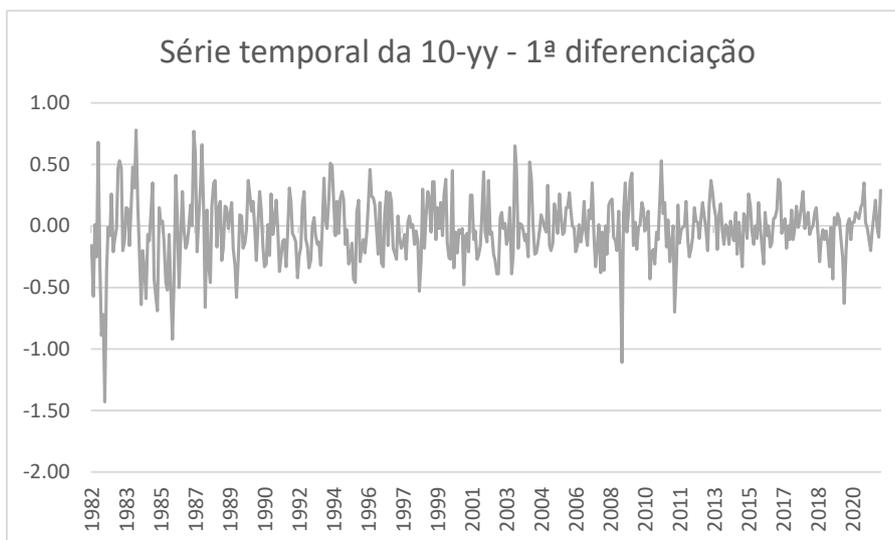


Figura 14 - Série temporal da 10-yy após 1 diferenciação

A série já não possui nenhuma trajetória descendente e como os testes nos mostram:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-11.12	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.18	0.35	0.46	0.74	>0.1

Tabela 5 - Valores dos testes de estacionariedade para a 10-yy - 1ª diferenciação

Tal como se previu, os testes indicam-nos que a série após ser diferenciada uma vez já é estacionária. O teste *ADF* rejeita a não estacionariedade com um nível de confiança superior a 99% e o teste de *KPSS* não permite rejeitar a hipótese nula (série estacionária). A nossa variável 10-YY é portanto $I(1)$.

3.2.3 Dólar

Em relação à variável Dólar, o gráfico da sua série temporal é o seguinte:



Figura 15 - Série temporal histórica do dólar

A série não parece possuir estacionariedade, possuindo uma tendência aleatória.

Os resultados dos testes em relação à hipótese de estacionariedade foram:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-2.08	-2.57	-2.87	-3.44	0.25
KPSS	1.16	0.35	0.46	0.74	0.01

Tabela 6 - Valores dos testes de estacionariedade para o dólar – sem diferenciação

Com os resultados do teste de *ADF* não podemos rejeitar a hipótese nula (série não estacionária) para nenhum nível de confiança usual. Apenas a partir de <75% de confiança poderíamos rejeitar a hipótese nula (devido ao p-value ser 0.25).

Com o teste de *KPSS* conclui-se o mesmo, $1.16 > 0.74$, portanto com >99% de confiança conclui-se que a série não é estacionária, rejeitando-se a hipótese nula.

É preciso portanto diferenciar a série temporal.

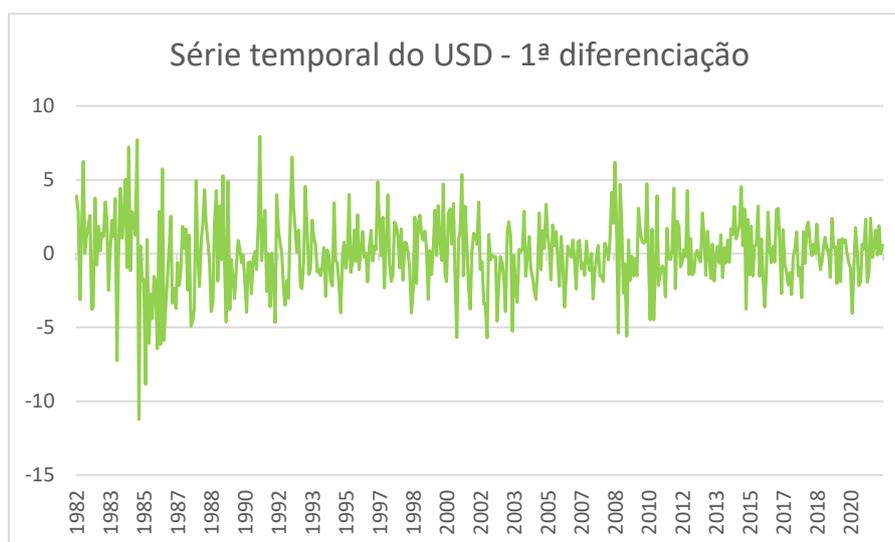


Figura 16 - Série temporal do dólar após 1 diferenciação

Com a diferenciação a série já perdeu a tendência, e os resultados confirmam o que se previa:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-14.24	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.07	0.35	0.46	0.74	>0.1

Tabela 7 - Valores dos testes de estacionariedade para o dólar - 1ª diferenciação

O valor do teste de *ADF* é $-14.24 < -3.44$ e portanto rejeitamos a hipótese nula de não estacionariedade, para todos os níveis de confiança usuais.

Em relação ao teste de *KPSS*, não rejeitamos a hipótese nula para um nível de confiança de 90% e conseqüentemente, para nenhum nível de confiança habitual.

Podemos então concluir que a variável dólar é $I(1)$, pois a sua série torna-se estacionária usando uma vez o método das diferenças.

3.2.4 Inflação

A inflação, que está a ser um tema central nos dias que correm, apresenta a série temporal:



Figura 17 - Série temporal histórica da inflação

Como nas duas séries temporais anteriores, parece demonstrar uma tendência estocástica. Os resultados dos testes de estacionariedades foram:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-1.55	-2.57	-2.87	-3.44	0.50
KPSS	2.53	0.35	0.46	0.74	<0.01

Tabela 8 - Valores dos testes de estacionariedade para a inflação – sem diferenciação

Para a inflação, ambos os testes apontam à não estacionariedade da série, sendo que *ADF* não rejeita a hipótese nula para nenhum nível de confiança usual ($-1.55 > -2.57$), como o teste *KPSS* rejeita a estacionariedade ($2.53 > 0.74$).

A série não é portanto $I(0)$ e foi diferenciada, apresentando-se a sua série na figura abaixo:

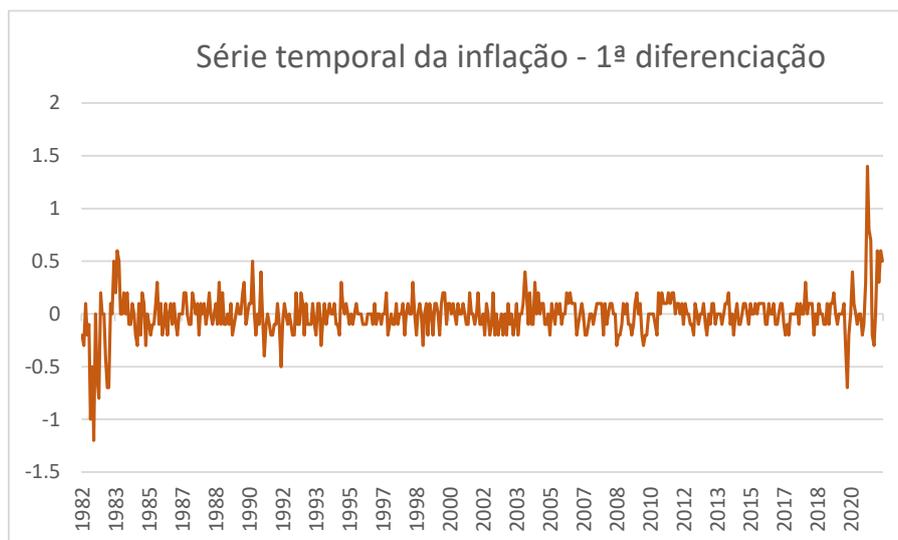


Figura 18 - Série temporal da inflação após 1 diferenciação

E os respectivos resultados dos testes:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-8.52	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.60	0.35	0.46	0.74	0.02

Tabela 9 - Valores dos testes de estacionariedade para a inflação - 1ª diferenciação

Depois de se diferenciar uma vez, os testes não são conclusivos como têm sido as primeiras variáveis. O primeiro teste, *ADF*, rejeita a hipótese nula para qualquer nível de confiança, concluindo que a série é estacionária.

No entanto, o segundo teste, *KPSS*, só não rejeita a estacionariedade para o nível de confiança de 99% ($\alpha = 1\%$). Para $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 10\%$, rejeitamos a hipótese nula e por essa razão, a série foi diferenciada pela segunda vez, podendo encontrar-se os resultados na tabela seguinte:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-8.40	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.14	0.35	0.46	0.74	>0.1

Tabela 10 - Valores dos testes de estacionariedade para a inflação - 2ª diferenciação

Após as duas diferenciações, o *output* dos testes já é similar. Concluimos que esta série é estacionária e portanto a taxa de inflação é $I(2)$.

3.2.5 RIR – Real interest rates

A taxa de juro real, ou *RIR*, apresenta de forma semelhante à *yield* da obrigação soberana, uma trajetória descendente ao longo dos anos, como se pode observar na figura 19:



Figura 19 - Série temporal histórica da taxa de juro real

Pela trajetória descendente e parecença com a *10-year yield* espera-se a necessidade de diferenciar a série pelo menos uma vez.

Os resultados foram os seguintes:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-2.43	-2.57	-2.87	-3.44	0.13
KPSS	3.47	0.35	0.46	0.74	<0.01

Tabela 11 – Valores dos testes de estacionariedade para RIR – sem diferenciação

Semelhante à série temporal 10YY, o teste *ADF* não rejeita a sua hipótese nula, mas neste caso, para todos os níveis de confiança habituais. No entanto, o teste de *KPSS* rejeita a sua hipótese de estacionariedade para todos os níveis de estacionariedade.

Decidiu-se então diferenciar uma vez a série.

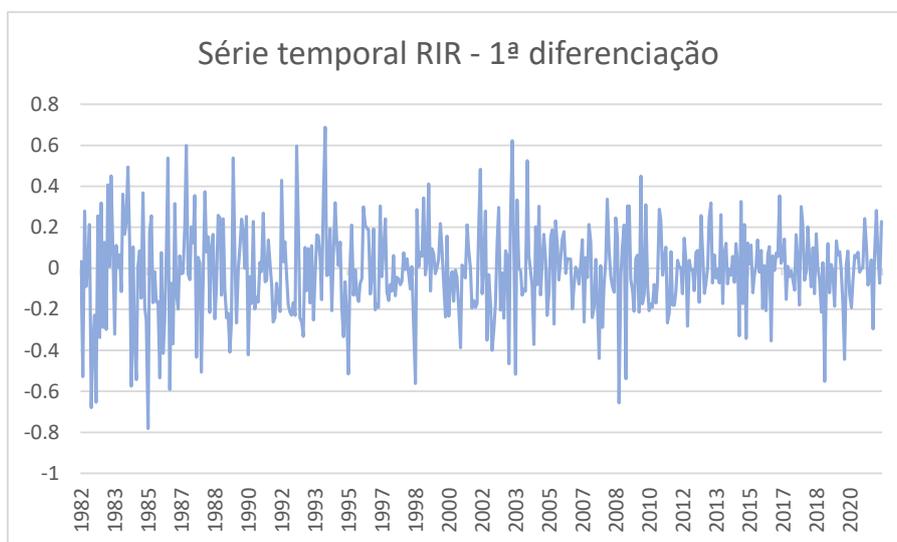


Figura 20 - Série temporal RIR após 1 diferenciação

Onde os resultados foram os seguintes:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-10.93	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.13	0.35	0.46	0.74	>0.1

Tabela 12- Valores dos testes de estacionariedade para a RIR - 1ª diferenciação

Mais uma vez, após o uso do método das diferenças, conseguimos tornar a série estacionária, visto que o valor do teste *ADF* é $-10.93 < -3.44$ e o valor do teste *KPSS* é $0.13 < 0.35$, e portanto a série temporal RIR é $I(1)$.

3.2.6 M2 – Quantidade de dinheiro (Money Supply)

M2 é representado pela série temporal:

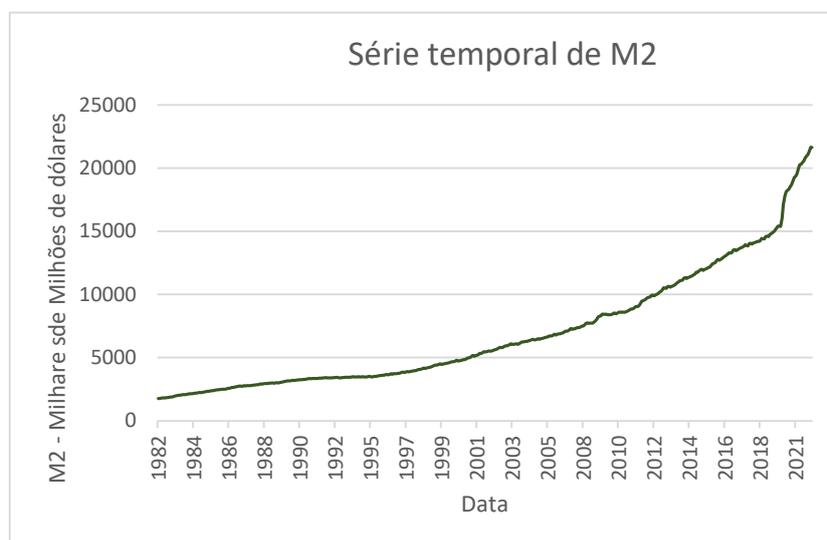


Figura 21 - Série temporal histórica do M2

Como se observa, a série é sempre crescente e é a série com um declive mais acentuado, tendo os valores da tabela seguinte como confirmação desta afirmação:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	3.31	-2.57	-2.87	-3.44	1.00
KPSS	2.77	0.35	0.46	0.74	<0.01

Tabela 13 - Valores dos testes de estacionariedade para M2 – sem diferenciação

Para além do teste *ADF* não rejeitar a não estacionariedade e do *KPSS* rejeitar a estacionariedade, destaque-se o p-value do teste *ADF*, que é 1.0 . Ou seja, não podemos rejeitar com nenhum nível de confiança a sua hipótese nula. Mostra o quão forte é a tendência da série.

Passou-se portanto à diferenciação da série:

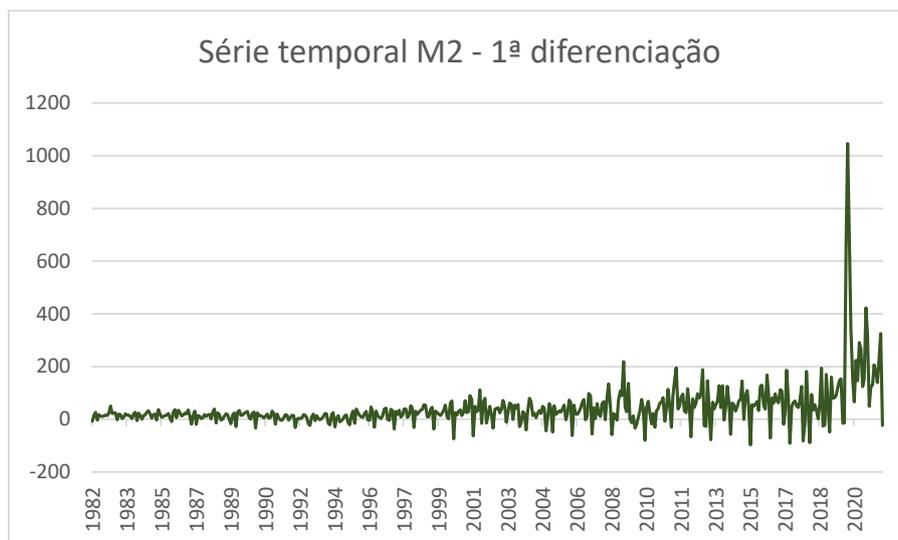


Figura 22 - Série temporal M2 após 1 diferenciação

Apesar da tendência ter sido corrigida em grande parte pela primeira diferenciação, a partir do ano 2000 nota-se que a média da série, que até aqui parecia ser 0, começa a aumentar ligeiramente. Olhando para o gráfico, observa-se sazonalidade. Esta sazonalidade induz a não-estacionariedade.

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-2.27	-2.57	-2.87	-3.44	0.18
KPSS	1.78	0.35	0.46	0.74	<0.01

Tabela 14 - Valores dos testes de estacionariedade para M2- 1ª diferenciação

Mesmo com a série temporal diferenciada, o teste de *ADF* não rejeita a hipótese nula (série não é estacionária) para o nível de confiança 90% e o teste de *KPSS* rejeita a hipótese de que a série seja estacionária para todos os níveis de confiança habituais, visto que obteve um p-value menor a 0.01 .

Tal como no caso da série da inflação, é necessária uma segunda diferenciação. O gráfico resultante é:

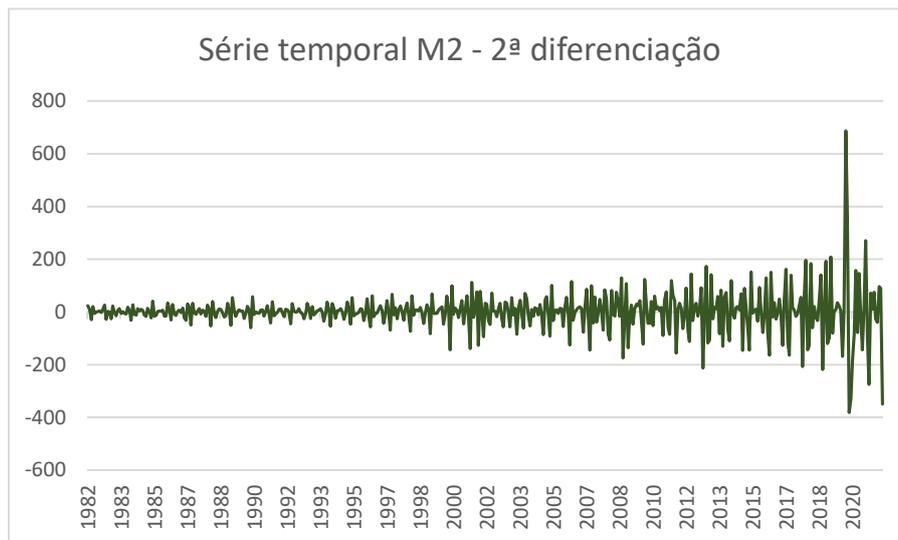


Figura 23 - Série temporal M2 após 2 diferenciações

Apesar de ainda parecer existir uma ligiera componente sazonal, ao contrário da série após uma diferenciação, quando se diferencia uma segunda vez já não se vê uma série com tendência, o que se confirmou na tabela seguinte:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-7.25	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.36	0.35	0.46	0.74	0.094

Tabela 15 - Valores dos testes de estacionariedade para M2- 2ª diferenciação

Com a segunda diferenciação, visualmente dava a entender e os testes confirmaram. O teste de *ADF* rejeita a não estacionariedade para $\alpha = 1\%$, 5% e 10% . O teste de *KPSS* rejeita a estacionariedade quando $\alpha = 10\%$ ($0.36 > 0.35$), mas para os valores de confiança a 5% e 10% a hipótese não é rejeitada e portanto concluímos que a série é estacionária.

A quantidade de dinheiro, ou M2, é então uma série $I(2)$.

3.2.7 VIX

O index de volatilidade VIX apresenta um gráfico algo irregular porque em períodos de pânico e instabilidade, pode fazer múltiplos do seu preço normal numa questão de dias.



Figura 24 - Série temporal histórica do VIX

Esta série obteve os seguintes resultados nos testes:

Teste	teste-valor	10%	5%	1%	p-value
ADF	-6.64	-2.57	-2.87	-3.44	0.00
KPSS	0.42	0.35	0.46	0.74	0.07

Tabela 16 - Valores dos testes de estacionariedade para VIX – sem diferenciação

Esta série temporal é o exemplo primário de como o visual pode dar aso a erros. Ao observarem-se todos os “picos explosivos” no preço em curtos espaços temporais, e todas as oscilações, seria de esperar que não fosse estacionária.

No entanto, pelo que dizem os testes estatísticos, é. O teste de *ADF* rejeita a não estacionariedade com um nível de confiança superior a 99% ($p\text{-value} < 0.01$) e o teste de *KPSS* apenas rejeita a estacionariedade quando $\alpha = 10\%$. Para $\alpha = 1\%$ e 5% , o valor não é suficientemente alto para rejeitar com um nível de confiança tão elevado.

A série temporal é portanto $I(0)$.

3.3 Importância de cada variável - causalidade de Granger

Após o trabalho feito sobre cada série temporal, as quais agora sendo estacionárias, foi necessário avaliar se realmente impactam o preço do ouro ou se são variáveis que com alguma confiança podemos dizer que não oferecem um complemento ao modelo.

Para esse fim, foi usado o teste de causalidade de *Granger*.

A estacionariedade é precisa para o teste de *Granger* e por essa razão, mesmo que as variáveis não influenciem Granger o ouro, a transformação teve de ser feita em relação a todas as séries.

O teste foi realizado com a ajuda da importação da biblioteca *statsmodels*.

Variáveis	p-values			
	lag1	lag2	lag3	lag4
10-YY	0.070	0.201	0.172	0.278
DOL	0.015	0.073	0.103	0.169
INF	0.802	0.190	0.127	0.126
RIR	0.090	0.203	0.247	0.246
M2	0.279	0.500	0.548	0.987
VIX	0.402	0.338	0.251	0.272

Tabela 17 - p-values dos impactos de cada lag por variável no preço do ouro

Como o ouro é um ativo em que parte da volatilidade vem da procura e oferta concreta pelo ouro, foi estabelecido um nível para o p-value de 0.15 (85% de confiança) em vez de um dos níveis de confiança habituais. É um p-value não tão rígido e oferece alguma flexibilidade.

A decisão de se incluir no estudo final foi portanto, “tem pelo menos 1 lag que causa por granger com grau de confiança superior ou igual a 85%”.

A variável 10-YY (10-year yield) tem o lag1 igual a $0.07 < 0.15$ e portanto fez parte do estudo.

A variável DOL (dólar) tem os primeiros 3 lags com valores inferiores a 0.15 (0.015, 0.073 e 0.103) e por essas razões entrou no estudo.

A variável INF (taxa de inflação) obteve dois valores menores do que 0.15, logo entrou no estudo.

A taxa de juro real, ou RIR, entrou no estudo visto que o lag1 é $0.09 < 0.15$.

As duas últimas variáveis (M2 e VIX) não demonstraram impacto suficiente no preço do ouro, e por essa razão não entraram no estudo.

Das seis variáveis ficámos com quatro, sobre as quais nos vamos debruçar para o resto do estudo.

3.4 Construção dos modelos

Após a decisão sobre as variáveis que iriam integrar os modelos, foi feita a construção destes mesmos, primeiro separadamente, ou seja, um modelo para cada variável exógena e de seguida foi criado um modelo com as quatro variáveis exógenas integradas nele.

Os modelos foram construídos em Python, e foram usadas as bibliotecas *pandas*, e importou-se *pmdarima*.

A função auto-arima do pacote *pmdarima* permite automatizar o processo de verificação de melhor modelo ao testar vários modelos dentro das restrições impostas. O melhor modelo foi escolhido com base no valor *AIC*.

As restrições impostas nos modelos foram as diferenciações encontradas anteriormente, ou seja, o parâmetro *d* foi pré-estabelecido ao correr a auto-arima.

Nos anexos foram colocados todos os modelos experimentados pelo programa até encontrar o que tinha menor perda de informação (*AIC*)

Os modelos foram treinados com o auxílio de 478 observações, 3 a menos que o conjunto de dados. A razão pela qual esta separação foi feita é para se terem 3 observações que serviram de comparação ao *forecast* realizado mais à frente.

3.4.1 Variável 10-YY

Para o primeiro modelo, com a variável exógena 10-YY, o modelo eleito foi o seguinte:

	ARIMAX (0,1,1)				
Modelo	coef	z	P > z	[0.025	0.975]
Intercept	2.45	1.34	0.18	-1.13	6.02
10-YY	-18.19	-3.28	0.00	-29.05	-7.34
ma.L1	0.19	5.55	0.00	0.12	0.26

Tabela 18 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena 10-YY

É um modelo ARIMAX (0,1,1), ou seja, sem termos regressivos, uma ordem de diferenciação $I(1)$ e o primeiro lag para a média móvel.

O intercept é uma constante que vem da regressão linear e o valor de ΔG_t quando todos termos são nulos. O modelo eleito traz ainda o coeficiente para a 10-YY (-18.19), sendo esta a variável exógena.

Colocando os valores na equação já conhecida, tem-se:

$$\Delta G_t = 2.45 - 18.19\Delta 10YY_t + 0.19\varepsilon_{t-1}.$$

A coluna “z” representa o valor da estatística de teste feito para analisar se a variável tem significância no modelo.

A coluna “P > |z|” mostra o p-value para o valor dado na coluna “z”. As últimas duas colunas fornecem informação sobre os valores da estatística de teste para um p-value de 0.025 e 0.975, respetivamente.

Neste modelo, a variável 10-YY tem um *p-value* aproximadamente igual a 0, o que indica uma importância estatística significativa.

O coeficiente da variável 10-YY ser negativo (-18.19) vai de encontro ao esperado e lido na literatura que aponta à correlação negativa existente entre as duas variáveis.

Dados	valor	p-value
Observações	478	n.a.
AIC	4650.13	n.a.
BIC	4666.80	n.a.
HQIC	4656.68	n.a.
Ljung-Box	0.02	0.89

Tabela 19 - Dados sobre o modelo escolhido – 10YY

3.4.2 Variável DOL

Para a variável dólar, o modelo eleito foi o apresentado na tabela seguinte:

Modelo	ARIMAX (0,1,1)				
	coef	z	P > z	[0.025	0.975]
Intercept	2.87	1.66	0.10	-0.52	6.27
DOL	-2.35	-3.63	0.00	-3.63	-1.08
ma.L1	0.18	5.15	0.00	0.11	0.24

Tabela 20 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena DOL

O modelo escolhido foi o ARIMAX (0,1,1). Em forma de equação, tem-se:

$$\Delta G_t = 2.87 - 2.35\Delta DOL_t + 0.18\varepsilon_{t-1}.$$

O coeficiente negativo do dólar vai de encontro ao que se esperava, sabendo que existe uma correlação negativa entre o ouro e o dólar.

Na tabela seguinte são mostrados os dados do modelo eleito:

Dados	valor	p-value
Observações	478	n.a.

AIC	4643.28	n.a.
BIC	4659.95	n.a.
HQIC	4649.84	n.a.
Ljung-Box	0.01	0.92

Tabela 21 - Dados sobre o modelo escolhido - DOL

3.4.3 Variável INF

O modelo eleito quando era a inflação a variável exógena foi o seguinte:

	ARIMAX (1,2,2)				
Modelo	coef	z	P > z	[0.025	0.975]
INF	7.17	1.13	0.26	-5.24	19.57
ar.L1	-0.77	-10.77	0.00	-0.91	-0.63
ma.L1	-0.11	0.05	0.05	-0.21	0.00
ma.L2	-0.87	-16.49	0.00	-0.98	-0.77

Tabela 22 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena INF

A equação do modelo é:

$$\Delta^{(2)}G_t = 7.17\Delta^{(2)}INF_t - 0.77\Delta^{(2)}G_{t-1} - 0.11\varepsilon_{t-1} - 0.87\varepsilon_{t-2}.$$

O modelo foi duas vezes diferenciado, o que vai de encontro ao esperado visto que vimos que a série temporal da inflação era $I(2)$. No entanto, o p -value (0.26) mostra que a variável não tem importância significativa para o modelo se usarmos um p -value de 0.15 como “barreira” estatística de significância.

Os dados do modelo encontram-se na tabela 22:

Dados	valor	p-value
Observações	478	n.a.
AIC	4658.29	n.a.
BIC	4679.12	n.a.
HQIC	4666.48	n.a.
Ljung-Box	2.52	0.11

Tabela 23 - Dados sobre o modelo escolhido - INF

3.4.4 Variável RIR

Para a variável taxa de juro real, ou *real interest rate*, o modelo eleito foi:

	ARIMAX (0,1,1)				
Modelo	coef	z	P > z	[0.025	0.975]
Intercept	2.82	1.56	0.12	-0.72	6.35
RIR	-7.97	-0.96	0.34	-24.28	8.34
ma.L1	0.18	5.30	0.00	0.11	0.25

Tabela 24 - Sumário do modelo ARIMAX com variável exógena RIR

Com a equação a ser, portanto:

$$\Delta G_t = 2.82 - 7.97\Delta RIR_t + 0.18\varepsilon_{t-1}.$$

A estatística de teste da variável *RIR* (-0.96) não nos permite concluir que a variável foi estatisticamente significativa (*p-value* = 0.34). No entanto a correlação negativa é encontrada na equação, o que vai de encontro à literatura sobre a existência de uma correlação negativa entre a taxa de juro real e o preço do ouro.

3.4.5 Modelo Total

O último modelo realizado foi o modelo em que se colocaram as quatro variáveis na equação, tendo resultado em:

	ARIMAX (1,1,2)				
Modelo	coef	z	P > z	[0.025	0.975]
Intercept	3.95	1.20	0.23	-2.53	10.44
10-YY	-19.80	-3.00	0.00	-32.75	-6.84
DOL	-2.11	-3.26	0.00	-3.39	-0.84
INF	7.41	1.15	0.25	-5.23	20.05
RIR	5.95	0.63	0.53	-12.56	24.45
ar.L1	-0.87	-12.47	0.00	-1.00	-0.73
ma.L1	1.05	13.49	0.00	0.90	1.20
ma.L2	0.11	2.39	0.02	0.02	0.20

Tabela 25 - Sumário do modelo ARIMAX com as variáveis 10YY, DOL, INF, RIR

O modelo eleito foi encontrado quando o termo de auto-regressão foi 1 e o número de termos para as médias móveis foi 2, tendo a série sido diferenciada uma vez.

A equação do modelo, seguindo a tabela, é:

$$\Delta G_t = 3.95 - 19.8\Delta 10YY_t - 2.11\Delta DOL_t + 7.41\Delta INF_t + 5.95\Delta RIR_t - 0.87\Delta G_{t-1} + 1.05\varepsilon_{t-1} + 0.11\varepsilon_{t-2}.$$

E os dados sobre o modelo encontram-se na tabela seguinte:

Dados	valor	p-value
Observações	478	n.a.
AIC	4638.51	n.a.
BIC	4676.02	n.a.
HQIC	4653.26	n.a.
Ljung-Box	0.00	0.99

Tabela 26 - Dados sobre o modelo escolhido - Total

O modelo total foi o modelo cujo *AIC* foi o menor de todos os modelos, o que era esperado, por ter as quatro variáveis a influenciar o preço do ouro, variáveis essas que

sabemos pelo teste de *Granger* que eram significativas. Uma variação significativa numa variável, neste modelo será sempre pelo menos parcialmente captada, enquanto nos modelos individuais, apenas o modelo com a variável vai sentir o impacto.

Neste modelo a inflação e a taxa de juro real não foram estatisticamente significativas, com *p-values* de 0.25 e 0.53, respetivamente.

3.5 Previsões

Após a construção dos modelos, foram feitos dois tipos de previsões:

- Previsão *In-Sample*
- Previsão *Out-of-Sample*

A previsão *in-sample* significa que se está a realizar uma previsão para um conjunto de pontos que fizeram parte do treino na criação do modelo.

A previsão *out-of-sample* é uma previsão a períodos temporais que não foram usados no treino do modelo e na parametrização dos coeficientes.

Neste capítulo vão ser mostradas a previsão *in-sample* e a previsão *out-of-sample* para cada modelo.

Para cada previsão *in-sample* vão ser mostradas duas imagens. A 1ª contém a previsão total dos 40 anos. Pode existir alguma dificuldade em visualizar a comparação entre o preço do ouro e a previsão e por essa razão, a 2ª figura mostra uma aproximação de 50 observações (cerca de 4 anos) para se ter uma melhor noção visual do comportamento do modelo. Os períodos de 4 anos foram escolhidos aleatoriamente, com a ajuda da função *random*.

As observações do conjunto de dados *in-sample* terminam a 01-10-2021 e começam na 1ª observação, em 1982.

As previsões *out-of-sample* foram realizadas com um horizonte temporal de 3 meses. A primeira observação da previsão foi realizada para 01-11-2021 e a última para 01-01-2022, totalizando em 3 observações.

3.5.1 Previsão In-Sample

Para o modelo 10-YY a previsão *in-sample* encontra-se na figura em baixo:

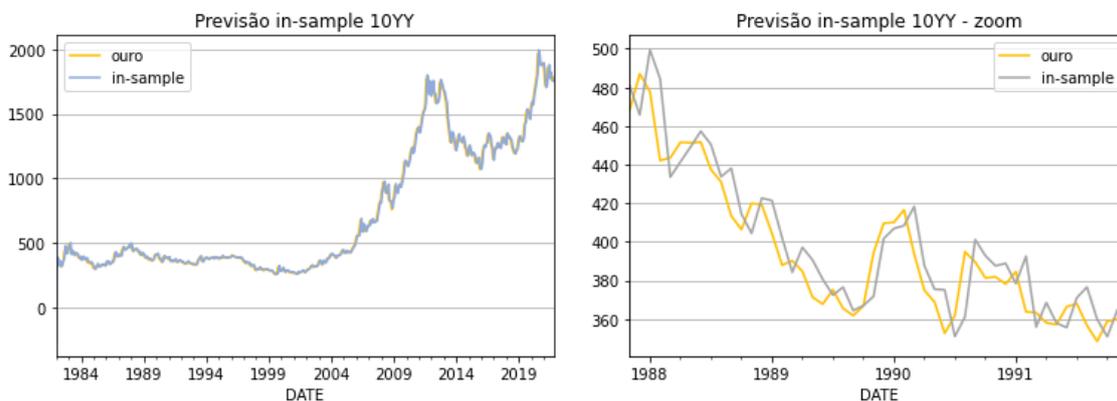


Figura 25 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos

Visualmente, nota-se uma forte correlação entre as duas séries, como era esperado.

Erros	In-Sample 10YY
RMSE	1860.50
SMAPE (%)	3.36
R^2	0.992

Tabela 27 - Erros da previsão in-sample -> variável 10YY

A raiz do erro médio quadrático foi 1860.5, enquanto o erro percentual absoluto simétrico foi 3.36%. O R^2 mostra que existe uma correlação muito significativa entre as duas séries temporais (a série do ouro e a série prevista), tal como se esperava, visto que o modelo foi treinado tendo como base o preço do ouro.

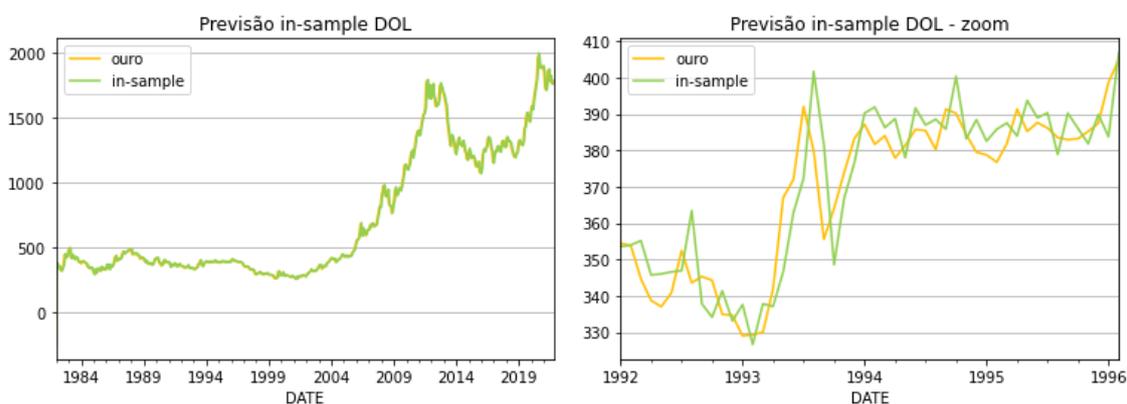


Figura 26 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos

A previsão com a variável do dólar também se encontrou dentro do esperado, tal como no 1º modelo nota-se a uma correlação semelhante entre as duas séries temporais. A tabela seguinte mostra os erros resultados da previsão:

Erros	In-Sample DOL
RMSE	1815.23
SMAPE (%)	3.27
R^2	0.992

Tabela 28 - Erros da previsão in-sample -> variável DOL

A previsão obteve um erro médio quadrático ligeiramente menor (1815.23) em comparação com o 1º modelo em que a variável era a 10YY. Obteve um erro percentual no valor de 3.27%. O valor de R^2 foi bastante semelhante ao do modelo anterior, que vai de encontro ao esperado, porque o dólar e a *yield* de uma obrigação soberana estão correlacionados entre si.

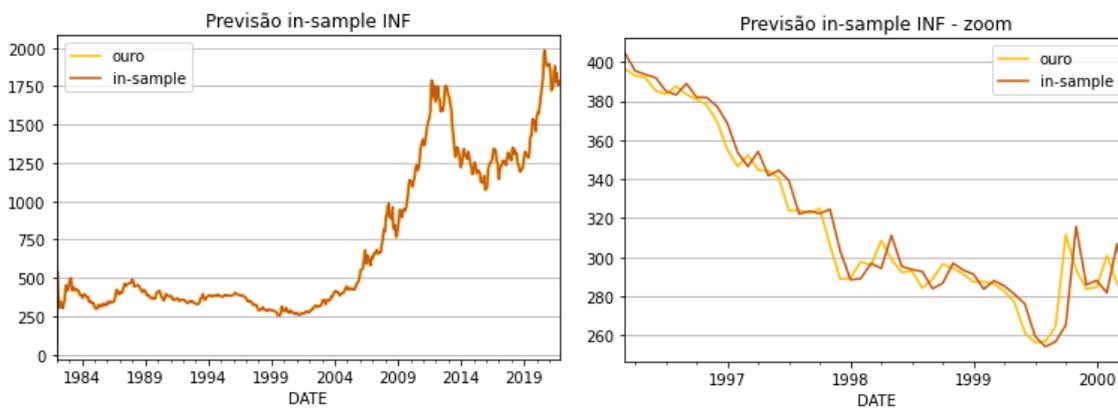


Figura 27 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos

A previsão *in-sample* do modelo em que a variável exógena foi a inflação, demonstrou uma superioridade comparativamente a qualquer outro modelo.

A tabela seguinte mostra os erros do modelo:

Erros	In-Sample INF
RMSE	1283.61
SMAPE (%)	3.14
R^2	0.995

Tabela 29 - Erros da previsão in-sample -> variável INF

O erro quadrático foi 1283.61, resultando numa melhoria em cerca de 33% relativamente aos dois modelos anteriores. O erro percentual foi 3.14% e a correlação foi superior ao encontrado em modelos anteriores, com 0.995 .

Foi surpreendente este resultado, porque no modelo a própria variável inflação não foi estatisticamente significativa. Uma razão para tal, foi a ordem de integração ser mais alta bem como toda a regressão linear ter tido mais termos.

O erro menor é acompanhado pela figura que sugere que o modelo seguiu o preço do ouro com uma aproximação sempre maior.

Seguindo para a variável da taxa de juro real, a figura 29 mostra a série temporal da previsão *in-sample*.

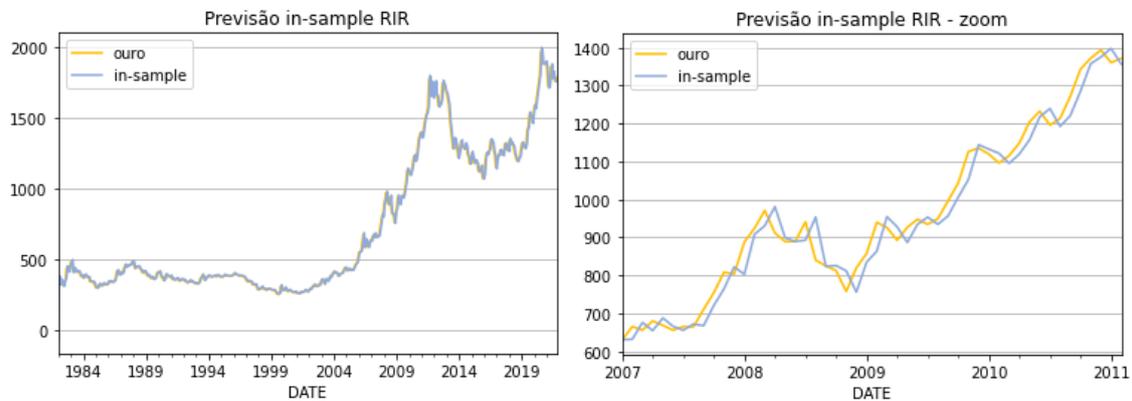


Figura 28 - Previsão *in-sample* e previsão *in-sample* com zoom de 5 anos

O modelo com a variável exógena RIR não permitiu rejeitar a hipótese de que não tivesse sido estatisticamente significativa no modelo (p-value 0.34). Posto isto, esta previsão obteve resultados melhores que os esperados, tal como o modelo que continha a taxa de inflação como variável exógena.

Os erros foram:

Erros	<i>In-Sample</i> RIR
RMSE	1410.12
SMAPE (%)	3.26
R^2	0.994

Tabela 30 - Erros da previsão *in-sample* -> variável RIR

O erro médio quadrático foi o 2º menor erro de todos os modelos. Os resultados foram bastante positivos para a variável RIR, o que se esperava pela correlação forte e negativa existente entre a taxa de juro real e o preço do ouro.

Ambas as previsões *in-sample* dos modelos RIR e INF obtiveram uma *performance* consideravelmente melhor em relação às previsões realizadas com os modelos das variáveis DOL e 10YY.

Por último mostram-se os resultados obtidos pelo modelo total, que contém as 4 variáveis estudadas como variáveis exógenas.

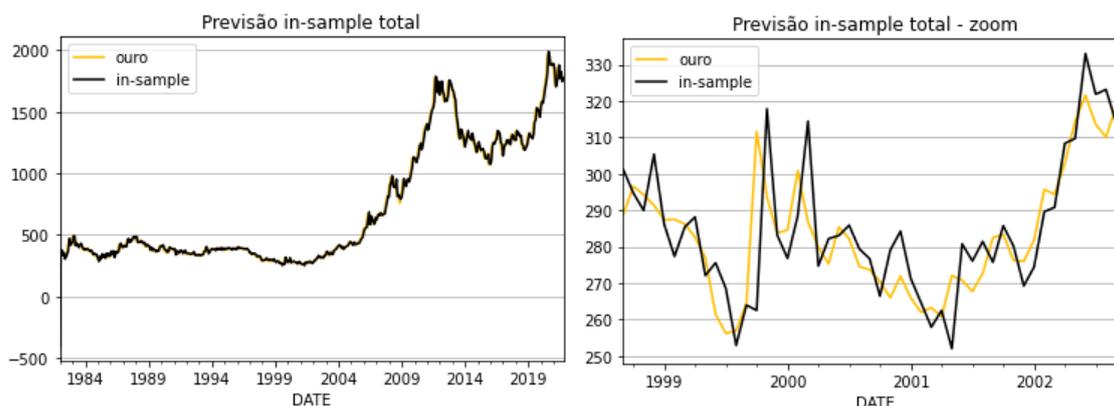


Figura 29 - Previsão in-sample e previsão in-sample com zoom de 5 anos

A previsão *in-sample* para o modelo total foi a que obteve um erro quadrático e um erro percentual mais elevado, como se pode ver na tabela abaixo:

Erros	In-Sample Total
RMSE	2229.70
SMAPE (%)	3.41
R^2	0.991

Tabela 31 - Erros da previsão in-sample -> variável 10YY, DOL, INF e RIR

A discrepância na magnitude do erro deste modelo foi surpreendente porque tinha sido o melhor modelo no critério *AIC*, ou seja, foi o modelo que captou uma maior quantidade de informação.

Uma possível razão é a maneira como os erros são calculados. Existem tipos de critérios e erros que penalizam complexidades no modelo ou outros de maneira diferente.

No entanto, o mau desempenho deste modelo é confirmado pelo R^2 , que apesar de ter sido elevado (0.991) foi o menor de todos os modelos.

3.5.2 Previsão Out-of-sample

Após a previsão *in-sample*, seguiu-se para a previsão *out-of-sample*.

Na previsão *out-of-sample* foi dada maior importância do que na *in-sample* porque qualquer modelo quer-se que funcione para o futuro. Nesta secção foi isso que se fez, ao realizar-se um *forecast* de 3 meses, sendo que o modelo não foi treinado com estes dados.

O *forecast* foi realizado com recurso à função *predict* pertencente ao pacote da *auto_arima*. Para cada modelo foi realizado o *forecast* com um período temporal de 3 meses, começando em Novembro de 2021 e terminando a Janeiro de 2022. A razão para termos separado o conjuntos de dados entre treino e teste, foi para podermos treinar os modelos com o conjunto teste e testar o poder do *forecast* de cada modelo, comparando com o preço do ouro.

Como o horizonte temporal do *forecast* é curto, decidiu-se colocar todas as previsões obtidas na mesma figura, de forma a que a comparação entre cada modelo fosse mais acessível.

A figura abaixo mostra os gráficos de todas as séries temporais, e parte do preço do ouro anterior ao forecast para efeitos de contextualização.

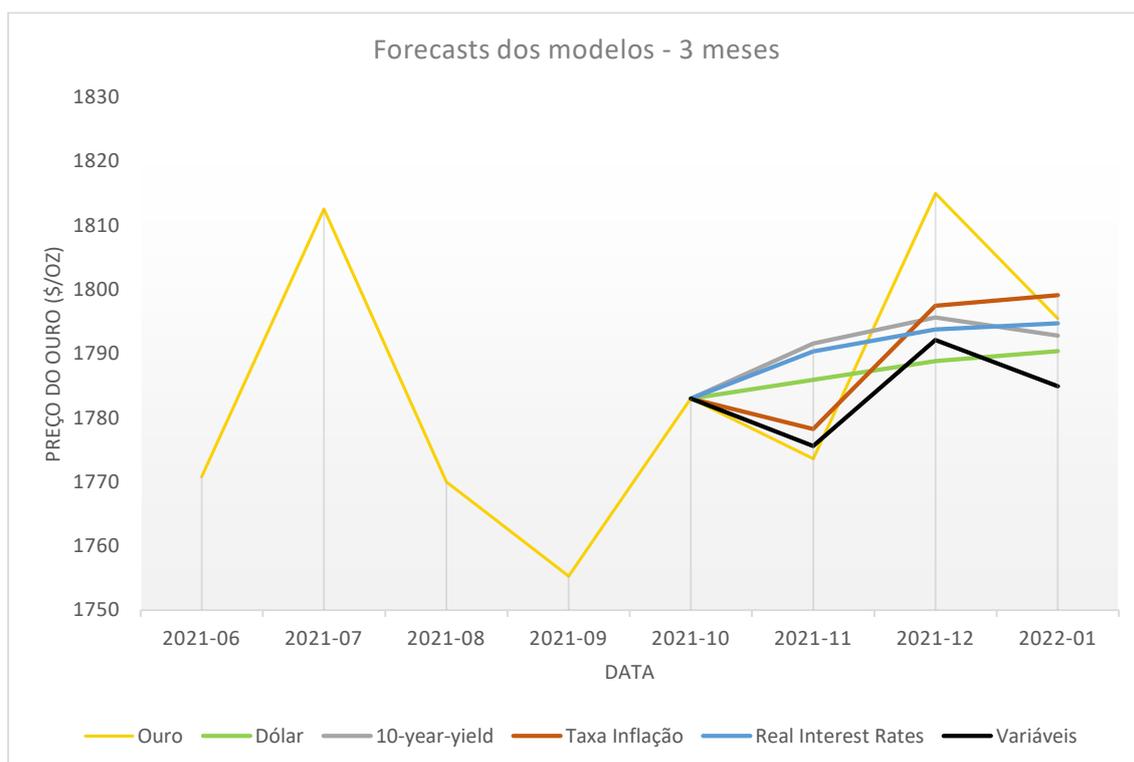


Figura 30 - Forecasts obtidos para cada modelo

A tabela seguinte serve para se obter os valores exatos de cada modelo para cada observação:

Data	Ouro	10YY	Dol	Inf	Rir	Total
01/11/2021	1773.60	1791.57	1785.93	1778.25	1790.36	1775.59
01/12/2021	1815.50	1795.65	1788.86	1797.47	1793.75	1792.13
01/01/2022	1795.00	1792.82	1790.39	1799.11	1794.75	1784.92

Tabela 32 - Valores obtidos por modelo por observação

E os erros:

Erros	10YY	Dol	Inf	Rir	Total
RMSE	234.74	287.20	114.09	244.29	212.76
SMAPE (%)	0.74	0.81	0.48	0.72	0.66

Tabela 33 - Valores dos erros para cada modelo

O modelo 10YY teve um RMSE de 234.74 e um SMAPE de 0.74%. Não conseguiu prever com eficácia a 1ª observação. Os valores de Outubro e Novembro para a variável 10-

YY foram 1.58 e 1.56, respetivamente. É possível que devido à falta de volatilidade da variável neste período, o movimento do ouro não tenha conseguido ser bem captado.

No 2º e 3º período de previsão já existiu uma relação maior, sendo que nunca atingiu a volatilidade do ouro.

Para o modelo DOL, em que a variável exógena foi o dólar, obteve-se um RMSE de 287.2 e SMAPE de 0.81%. Foi o modelo que obteve menor poder de previsão, sendo que o dólar durante os 3 meses teve os valores [95.99; 95.97; 96.54], ou seja pontos que tiveram historicamente pouca volatilidade, o que pode explicar a baixa reação e o menor dinamismo do modelo, parecendo uma reta afim com declive positivo.

O modelo INF surpreendeu pela positiva, com um RMSE de 114.08 e SMAPE de 0.48%.

Conseguiu acompanhar o movimento volátil do ouro, principalmente na 2ª observação, com a inflação a subir de 5.5 para 6.

O modelo RIR obteve uma previsão abaixo da prevista, visto que existe uma correlação de -0.82 entre a taxa de juro real e o preço do ouro. Com um RMSE de 244.29 e SMAPE de 0.72%, foi o 3º melhor modelo no *forecast* de valores.

Apesar do modelo mensalmente não ter tido a performance esperada, destaque para o valor final após os 3 meses de teste. O preço do ouro foi 1795 e o preço do modelo RIR 1794.75. A previsão deste modelo pode ser menos dinâmica e reagir menos à volatilidade do preço, mas no horizonte mais longo, foi o modelo que teve a melhor performance.

Por último, o modelo total, que na previsão *in-sample* tinha sido o pior modelo com uma margem significativa, no *forecast* foi de encontro ao que se esperava, sendo o modelo teoricamente mais completo. Foi o modelo com melhor performance após 1 mês, com um valor previsto de 1775.59 para um valor real de 1773.6. Após os 3 meses, foi o modelo que terminou com um valor mais distanciado do preço do ouro (1784.92 para 1795, um erro percentual de -0.61%).

4 CONCLUSÃO

O objetivo desta dissertação foi estudar o preço do ouro, que é uma das, se não a matéria prima com maior importância.

Com esse objetivo, foram escolhidas 6 variáveis que, quer pela literatura, quer pelo contexto histórico, pudessem impactar a variável ouro.

A partir da escolha das variáveis, o python foi sempre o software utilizado para toda a criação, estudo e análise dos modelos, bem como das variáveis que os compunham.

Das 6 séries temporais estudadas, apenas 4 permaneceram no estudo, devido às séries temporais M2 e VIX não causarem impacto nos preços do ouro pelo teste de causalidade de *Granger*. Para o teste de *Granger* usaram-se 4 lags, e escolheram-se as variáveis que obtiveram pelo menos um p-value menor do que 0.15 .

Com as 4 variáveis foram criados 5 modelos ARIMAX, em que no 5º modelo se usaram as 4 variáveis exógenas. Para cada modelo foram experimentadas várias combinações com termos auto regressivos (AR) e termos de médias móveis (MA), e escolheu-se o modelo a partir do critério de informação de Akaike (AIC).

Com o modelo criado para cada variável foram realizadas duas previsões: a previsão *in-sample*, que foi uma previsão num período temporal que foi usado para construir o modelo, e a previsão *out-of-sample*, que é uma previsão para horizontes temporais que não foram usados no treino do modelo.

Importa referir algumas limitações do estudo. Os dados usados para este estudo foram retirados com períodos mensais porque é o horizonte temporal mais curto que ainda consegue ter dados com uma grande profundidade histórica. Apesar de serem dados mensais, não fornecem informação sobre os movimentos do preço do ouro ao longo do mês, apenas o valor que obteve no 1ª dia de cada mês. Esta limitação não permite ao modelo aprofundar da melhor maneira os efeitos das variáveis. Uma opção futura é, obter acesso a dados diários. Se o obstáculo para esta decisão for o número grande de observações que se iriam recolher, sugere-se uma aproximação ao valor mensal pela média dos valores diários ao longo do mês, ou usar o PoC (Point of Control) do ouro para cada mês.

Outra limitação do estudo foi não se ter conseguido encontrar um index “probabilidade guerra”, um indicador que medisse a instabilidade e o receio que se sente de uma potencial

guerra. Apenas 1 index foi encontrado e tinha uma série temporal com pouca profundidade histórica (2 anos).

Concluindo, espera-se que esta dissertação seja mais um passo em frente e que contribua para o avanço do estudo do ouro.

5 REFERÊNCIAS

- Baur, D. G. (2016). A melting pot - gold price forecasts under model and parameter uncertainty. *International Review of*, 282-291.
- Bernstein, P. L. (2000). *The Power of Gold*.
- Bisgaard, S., & Kulahci, M. (2011). *Time Series Analysis and Forecasting by Example* .
- Blose, L. E. (2010). Gold prices, cost of carry, and expected inflation.
- Boscaljon, B., & Clark, J. (2013). Do Large Shocks in VIX Signal a Flight-to-Safety in the Gold Market? *Journal of Applied Finance*, 120-131.
- Box, G. J. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*.
- Claeskens, G., & Hjort, N. (2008). *Model Selection and Model Averaging* . Cambridge University Press.
- Cohen, G., & Qadan, M. (2010). Is gold still a shelter to fear?
- Erb, C. B., & R., C. H. (2013). The Golden Dilemma. *Financial Analysts Journal*, 10-42.
- Eric. (2021). Introduction to Granger Causality.
- Fabozzi, F. R., & Arshanapalli. (s.d.). *The Basics of Financial Econometrics: Tools, Concepts, and Asset Management Applications*.
- G, D. G. (2012). Forecasting Price And Analysing Factors. *International Journal of Research in Management*,, 548-563.
- Gonçalves, E., & Lopes, N. M. (2008). *Modelações lineares e não lineares*.
- Granger, C. W. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Econometrica*.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*.
- Haubrich, J. G. (1998). Gold prices. Economic Commentary.
- Jaffe, J. F. (1989). Gold and gold stocks as investments for institutional portfolios. *Financial Analysts Journal*.
- Joyce, M., Lasoosa, A., Stevens, I., & Tong, M. (2010). The Financial Market Impact of Quantitative Easing.
- Khoury, S. J. (1984). Speculative markets.
- McCown, J. R., & Zimmerman, J. R. (2006). Is gold a zero-beta asset? analysis of the investment potential of precious metals.
- Murteira, B. J. (s.d.). *Algumas Propriedades Dos Processos Auto-Regressivos*.
- Nkwatoh, L. (2012). *Forecasting Unemployment Rates in Nigeria Using Univariate time series models*.
- Pung, Y. N. (2013). *Forecasting Malaysian gold using*.

Sharma, R. (2016). Forecasting Gold price with Box Jenkins Autoregressive Integrated Moving Average Method. *Journal of International Economics*, 32-61.

Sherman, E. J. (1982). New Gold Model Explains Variations. *Commodity Journal*, 16-20.

Stoica, P., & Selen, Y. (2004). Model-order selection: a review of information criterion rules.

Tully, E., & Lucey, B. M. (2007). A power GARCH examination of the gold market.

Wei, B. (2022). Quantifying 'Quantitative Tightening' (QT): How Many Rate Hikes Is QT Equivalent To?

<https://github.com/tomas98/Tese---arimax>

6 ANEXOS

10-YY	Intercept	AIC	BIC
ARIMA(2,1,2)	✓	4655.03	4684.21
ARIMA(0,1,0)	✓	4664.02	4676.53
ARIMA(1,1,0)	✓	4651.86	4668.53
ARIMA(0,1,1)	✓	4650.12	4666.79
ARIMA(0,1,0)		4664.80	4673.14
ARIMA(1,1,1)	✓	4651.52	4672.36
ARIMA(0,1,2)	✓	4651.46	4672.29
ARIMA(1,1,2)	✓	4653.42	4678.42
ARIMA(0,1,1)		4650.15	4662.64

DOL	Intercept	AIC	BIC
ARIMA(2,1,2)	✓	4645.49	4674.66
ARIMA(0,1,0)	✓	4654.77	4667.28
ARIMA(1,1,0)	✓	4644.44	4661.11
ARIMA(0,1,1)	✓	4643.28	4659.95
ARIMA(0,1,0)		4656.66	4664.99
ARIMA(1,1,1)	✓	4644.86	4665.70
ARIMA(0,1,2)	✓	4644.88	4665.71
ARIMA(1,1,2)	✓	4646.88	4671.88
ARIMA(0,1,1)		4644.19	4656.69

INF	Intercept	AIC	BIC
ARIMA(2,2,2)		inf	inf
ARIMA(0,2,0)		4900.33	4908.66
ARIMA(1,2,0)		4823.47	4835.97
ARIMA(0,2,1)		4667.62	4680.12
ARIMA(1,2,1)		inf	inf
ARIMA(0,2,2)		inf	inf
ARIMA(1,2,2)		4658.28	4679.11
ARIMA(1,2,3)		inf	inf
ARIMA(0,2,3)		inf	inf
ARIMA(2,2,1)		inf	inf
ARIMA(2,2,3)		inf	inf
ARIMA(1,2,2)	✓	inf	inf

RIR	Intercept	AIC	BIC
ARIMA(2,1,2)	✓	4660.75	4689.92
ARIMA(0,1,0)	✓	4670.84	4683.33
ARIMA(1,1,0)	✓	4659.37	4676.04
ARIMA(0,1,1)	✓	4658.26	4674.92
ARIMA(0,1,0)		4672.30	4680.64
ARIMA(1,1,1)	✓	4660.06	4680.89
ARIMA(0,1,2)	✓	4660.04	4680.88
ARIMA(1,1,2)	✓	4662.01	4687.02
ARIMA(0,1,1)		4658.93	4671.43

TOTAL	Intercept	AIC	BIC
ARIMA(2,1,2)	✓	4641.02	4682.69
ARIMA(0,1,0)	✓	4651.32	4676.33
ARIMA(1,1,0)	✓	4641.62	4670.78
ARIMA(0,1,1)	✓	4640.16	4669.33
ARIMA(0,1,0)		4652.46	4673.30
ARIMA(1,1,1)	✓	4641.27	4674.61
ARIMA(0,1,2)	✓	4641.30	4674.64
ARIMA(1,1,2)	✓	4638.50	4676.01
ARIMA(1,1,3)	✓	4643.01	n.a.
ARIMA(0,1,3)	✓	4643.29	n.a.
ARIMA(2,1,1)	✓	4638.81	n.a.
ARIMA(2,1,3)	✓	4639.06	n.a.
ARIMA(1,1,2)		4638.68	n.a.