

Departamento de Ciências e Tecnologias da Informação

**Low Complexity Receivers for Single Carrier Large-Scale
Spatial Modulation Systems**

Pedro Miguel Carvalho Cristóvão

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de

Mestre em Engenharia de Telecomunicações e Informática

Orientador:

Doutor Nuno Manuel Branco Souto,

Professor Auxiliar, ISCTE - IUL

Co-orientador:

Doutor Américo Manuel Carapeto Correia,

Professor Catedrático, ISCTE-IUL

30 de Setembro, 2018

**Low Complexity Receivers for Single Carrier Large-Scale
Spatial Modulation Systems**

Pedro Miguel Carvalho Cristóvão

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Doutor Nuno Manuel Branco Souto, agradeço toda a sua orientação e ajuda no desenvolvimento da tese.

À família, e em especial aos meus pais, Maria Helena Luís Carvalho Cristóvão e Rui Marcelo Barata Alves Cristóvão pelo apoio e a oportunidade que me deram de modo a realizar o curso.

Ao Instituto de Telecomunicações, pelos equipamentos disponibilizados.

Aos colegas e amigos que me foram apoiando e pressionando acerca do estado da tese.

A todos os que enumerei o meu sincero “Obrigado”.

Resumo

A dissertação visa estudar os receptores de baixa complexidade para sistemas *Single Carrier* (SC) e modulações espaciais generalizadas (GSM) de modo a reduzir o número de cadeias rádio frequência (RF) utilizadas no emissor e tornando o sistema mais eficiente energeticamente. Em primeira instância o estudo apresentado abordou a utilização de esquemas *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO) em conjunto com o GSM em sistemas SC de forma a aumentar o *throughput* de uma rede de telecomunicações sem que a eficiência energética diminua. De seguida foi realizado o estudo de um algoritmo baseado no método *Alternating Direction Method of Multipliers* (ADMM) como um receptor de baixa complexidade, pretendendo-se obter desempenhos próximos do receptor ótimo *Maximum Likelihood Detector* (MLD).

O estudo do receptor ADMM foi feito em duas etapas. A primeira etapa consistiu no estudo exclusivo do receptor ADMM onde foram testados os parâmetros principais do receptor. A segunda etapa consistiu em comparar o receptor ADMM com outros receptores, nomeadamente o MMSE e o Zero Forcing em ambiente altamente dispersivo no tempo.

A realização das diversas simulações com vários receptores e cenários, permitiu demonstrar que o ADMM pode ser uma alternativa bastante eficiente e robusta. As tecnologias referidas promovem a diminuição da pegada ecológica e o desenvolvimento das mesmas.

Palavras-Chave: SC, MIMO, SM, RF e MLD

Abstract

The dissertation aims to study the low-complexity receivers for *Single Carrier* (SC) systems and generalized spatial modulation (GSM) in order to reduce the number of radio frequency (RF) chains used in the emitter and making the system more efficient energetically. In the first instance, the study addressed the use of multiple-Input multiple-Output (MIMO) schemes in conjunction with GSM in SC systems in order to increase the throughput of a telecommunications network without diminishing energy efficiency. This study was followed by the development of an algorithm based on the alternating Direction method of Multipliers (ADMM) as a low-complexity receiver intending to achieve performances close to the optimal Maximum Likelihood Detector (MLD).

The study of the ADMM receptor was done in two stages, the first step consists of the exclusive study of the ADMM receptor in SC systems where the main parameters of the receiver are tested. The second step compared the ADMM receiver with other receivers, namely the MMSE and the Zero Forcing in severe time dispersive environments.

The realization of the various simulations with various receivers and scenarios allows to demonstrate that the ADMM can be an efficient and robust alternative. The referred technologies promote the reduction of the ecological footprint and the development of the technologies.

Keywords: SC, MIMO, SM, RF e MLD.

Índice

Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Abstract	v
Índice	vi
Índice de Tabelas	viii
Índice de Figuras	ix
Lista de Abreviaturas e Siglas	x
Lista de Símbolos	xii
Capítulo 1 – Introdução	1
1.1. Enquadramento do tema	1
1.2. Motivação e relevância do tema	3
1.3. Estrutura e organização da dissertação	4
Capítulo 2 – Técnicas Convencionais para Comunicações Rádio	5
2.1. Aspectos básicos de propagação em canal rádio	5
2.1.1. Ondas Rádio	5
2.1.2. Mecanismos de propagação.....	6
2.2. OFDM.....	10
2.3. SC-FDE.....	12
2.4. Esquemas com Múltiplas Antenas	14
Capítulo 3 – Modulações Espaciais para LS-MIMO	16
3.1. Modulações Espaciais.....	16
3.2. Modelo de um sistema SC-GSM-MIMO multiutilizador.....	20
3.3. Receptores existentes	20
3.3.1. MLD	20
3.3.2. BPDN	21

3.3.3. MMSE	21
3.3.4. PIC-R-SIC	22
3.4. Sistemas SC-GSM-MIMO.....	23
Capítulo 4 – Receptor Iterativo para SC-GSM-MIMO.....	27
4.1. Receptor baseado em ADMM	27
4.2. Avaliação do receptor	32
4.2.1 Parâmetro de penalidade (ρ).....	32
4.2.2 Cardinalidade.....	36
4.2.3 Variação do número de Iterações e Inicializações.....	39
Capítulo 5 – Resultados para sistemas SC-GSM-MIMO	44
5.1. Resultados das simulações	44
Capítulo 6 – Conclusões	49
6.1. Conclusões.....	49
6.2. Propostas de investigação futura	50
Referências	51

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Canal multipercurso, Extended Vehicular A.....	33
Tabela 2 - Variáveis utilizadas no estudo do parâmetro ρ	33
Tabela 3 - Variáveis utilizadas no estudo da cardinalidade.....	36
Tabela 4 - Variáveis utilizadas no estudo do número de iterações e inicializações	39
Tabela 5 - Variáveis utilizadas na comparação entre os receptores.	44

Índice de Figuras

Figura 1 - MIMO: (a) Multiplexagem espacial, (b) Diversidade de transmissão, (c) Modulação espacial [5].....	2
Figura 2 - Onda electromagnética [11].....	5
Figura 3 - Reflexão.....	6
Figura 4 - Difração.....	7
Figura 5 - Perfil de atraso de potência [12].....	8
Figura 6 - Prefixo cíclico [6].....	11
Figura 7 - Diagrama de blocos de um sistema OFDM.....	11
Figura 8 - Diagrama de blocos de um sistema SC-FDE.....	12
Figura 9 - Receptor SC-FDE sem diversidade espacial [17].....	14
Figura 10 - SISO 1x1, SIMO 1x2, MISO 2x1 e MIMO 2x2 [22].....	15
Figura 11 - Modulação Espacial [23].....	16
Figura 12 - Exemplo de sistema SC-GSM-MIMO [6].....	17
Figura 13 - Canceladores de Interferência Subtrativos [35].....	22
Figura 14 - Variação do parâmetro ρ , modulação QPSK.....	34
Figura 15 - Variação do parâmetro ρ , modulação 64QAM.....	35
Figura 16 - Variação da cardinalidade, modulação QPSK.....	37
Figura 17 - Variação da cardinalidade, modulação 64QAM.....	38
Figura 18 - Variação das inicializações com 5 iterações, modulação QPSK.....	40
Figura 19 - Variação das iterações com 5 inicializações, modulação QPSK.....	41
Figura 20 - Variação das inicializações com 5 iterações, modulação 64QAM.....	42
Figura 21 - Variação das iterações com 5 inicializações, modulação 64QAM.....	43
Figura 22 - Variação das antenas receptoras com 1 antena ativa, modulação QPSK. ...	45
Figura 23 - Variação das antenas receptoras com 2 antena ativa, modulação QPSK. ...	46
Figura 24 - Variação das antenas receptoras com 1 antena ativa, modulação 64QAM. ...	47
Figura 25 - Variação das antenas receptoras com 2 antena ativa, modulação 64QAM. ...	48

Lista de Abreviaturas e Siglas

- ADMM – Alternating Direction Method of Multipliers
- AE – Elementos de antenas Ativas
- ALF – Função Langrangian aumentada
- APM – Modulação de amplitude e fase
- BER – Taxa de Bits Errados
- BPDN – Basis Pursuit De-Noising
- C-FD-ADMM – Cardinality-Frequency Domain-Alternating Direction Method of Multipliers
- CP – Prefixo cíclico
- DFT – Transformada Discreta de Fourier
- EE – Eficiência Energética
- FD – Domínio da Frequência
- FDD – Frequency Division Duplex
- FDE – Equalizador no Domínio da Frequência
- FFT – Transformada rápida de Fourier
- GSM – Modulação Espacial Generalizada
- IBI – Interferência entre Blocos
- ICT – Tecnologia de Informação e Comunicação
- IFFT – Inversa da Transformada rápida de Fourier
- IMA – Estimativa do Sinal Interferente
- ISI – Interferência entre Símbolos
- LS – Larga Escala
- LS-MIMO – Large-Scale Multiple-Input and Multiple-Output
- MC – Multi Carrier
- MIMO – Multiple-Input and Multiple-Output
- MISO – Multiple-Input and Single-Output
- ML – Maximum Likelihood
- M-MIMO – Massive-MIMO
- MMSE – Minimum Mean Square Error
- MU – Multi User
- MUI – Multi User Interference

Na – Número de antenas activas
Nrx – Número de antenas receptoras
Ntx – Número de antenas transmissoras
Nu – Número de utilizadores
OFDM – Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OMP – Orthogonal Matching Pursuit
PAPR – Peak-to-Average-Power Ratio
PIC – Parallel Interference Canceller
PIC-R-SIC – Parallel Interference Canceller Receiver with Successive Interference
Cancellation
QAM – Modulação de Amplitude em Quadratura
QPSK – Quadrature Phase Shift Keying
RF – Rádio Frequência
RFC – Radio Frequency Carrier
Rx – Antena receptora
SC – Single Carrier
SC-FDE – Single-Carrier Frequency Domain Equalization
SC-GSM-MIMO – Single Carrier-Spatial Modulation-Multiple Input and Multiple
Output
SC-SM – Single Carrier - Spatial Modulation
SE – Eficiência Espectral
SER – Taxa de Símbolos Errados
SIC – Successive Interference Cancellation
SIMO – Single-Input and Multiple-Output
SM – Modulação Espacial
SM-MIMO – Spatial Modulation with Multiple-Input and Multiple-Output
SNR – Relação sinal/ruído
TAC – Combinação de antenas transmissoras
TD – Domínio do Tempo
TDD – Time Division Duplex
Tx – Antena transmissora
VTAC-FD-ADMM – Valid transmit Antenna Combination-Frequency Domain-
Alternating Direction Method of Multipliers

Lista de Símbolos

$\bar{\tau}$ – Atraso médio de potência

τ – Atraso de potência

σ – Desvio padrão

I_p – Intervalo de atraso de potência

W_q – Largura da janela de atraso de potência

N – Número de subportadoras

k – Índice das subportadoras

\mathbf{Y} – Vector sinal recebido no domínio da frequência

\mathbf{y} – Vector sinal recebido no domínio do tempo

\mathbf{H} – Matriz com os coeficientes do canal no domínio da frequência

h – Valor complexo do ganho do canal

\hat{S}_k – Componente estimada do sinal na subportadora k

$\hat{\mathbf{S}}$ – Vector com símbolos estimados pelo algoritmo

N_{rx} – Número de antenas de recepção

N_{tx} – Número de antenas de transmissão

N_u – Número de utilizadores

N_a – Número de antenas activas

\mathcal{A} – Conjunto de símbolos complexos da constelação de tamanho M

$s_{t,j}^p$ – Símbolo transmitido pelo utilizador p , na antena activa j no instante t

\mathbb{S} – Conjunto com as combinações de antenas transmissoras válidas

\mathbf{y}_t – Vector do sinal recebido contaminado por ruído no instante t

\mathbf{Y}_k – Vector com amostras do sinal recebido no domínio da frequência (subportadora k)

\mathbf{n}_t – Vector com amostras de ruído Gaussianas no instante t

$\mathbf{\Omega}$ – Matriz com coeficientes do canal no domínio do tempo

$\mathbf{\Omega}^i$ – Matriz com coeficientes do canal no i -gésimo *tap* para todos os utilizadores

$h_{r,u}^{i,p}$ – Coeficiente de canal entre antena

u – Índice da antena transmissora.

p – Índice do utilizador

r – Índice da antena receptora

\mathbf{F} – Matriz unitária da transformada discreta de Fourier

$\mathbf{I}_{N_u N_{tx}}$ – Matriz identidade de dimensão $N_u N_{tx} \times N_u N_{tx}$

ω – N -ésima raiz primitiva da unidade

ρ_i – Coeficientes de penalidade

$\prod_{\mathbb{S}}(\cdot)$ – Projecção em \mathbb{S}

$\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}$ – Variáveis duais

\mathbf{U}, \mathbf{W} – Variáveis duais escaladas

Q – Número máximo de iterações

I – Suporte do vector \mathbf{s}

Capítulo 1 – Introdução

1.1. Enquadramento do tema

Desde os primórdios que surgiu o interesse em desenvolver e maximizar o potencial das redes de telecomunicações de modo a que a utilização do espectro e o consumo de energia seja menor. Este factor permite com um menor custo de utilização obter resultados razoáveis e fazer com que se torne numa tecnologia verde [1].

A transmissão pode ser realizada através de modulação *Single Carrier* (SC) ou modulação *Multi Carrier* (MC), por exemplo, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) [2]. A modulação com uma portadora, devido ao baixo *peak-to-average power ratio* (PAPR), é utilizada preferencialmente em sistema de ligação ascendente [2]. A SM encontra-se inserida no contexto das *Green Communications*, que é uma área em desenvolvimento nas comunicações wireless [3]. A SM tem como propósito obter eficiência energética nas comunicações wireless, sem que o desempenho sofra alteração. Isso permite a redução de custos numa rede wireless, uma melhor eficiência espectral (SE) e a diminuição da pegada ecológica [3].

A interligação entre modulação espacial e a tecnologia MIMO como se pretende explorar no presente trabalho, permite aumentar a eficiência energética das redes de telecomunicações. Os resultados favoráveis são obtidos através de dois grandes pilares: se as limitações forem no desempenho, minimiza-se o número de antenas ativas (N_a) de modo a aumentar a eficiência de energia através da redução do consumo de energia do circuito no transmissor; no caso de restrições de implementação e tamanho, maximiza-se o número de antenas de modo a aumentar a eficiência energética (EE) e SE, reduzindo o consumo de transmissão (larga escala (LS), princípio MIMO) [4]. O *Large-Scale Multiple-Input and Multiple-Output* (LS-MIMO) baseia-se na utilização de um número elevado de antenas, sendo por isso ideal para combinar com as SM. A Figura 1 demonstra a grande vantagem do *Spatial Modulation with Multiple-Input and Multiple-Output* (SM-MIMO) em relação à EE, isto deve-se ao facto da modulação espacial utilizar unicamente uma cadeia RF [5].

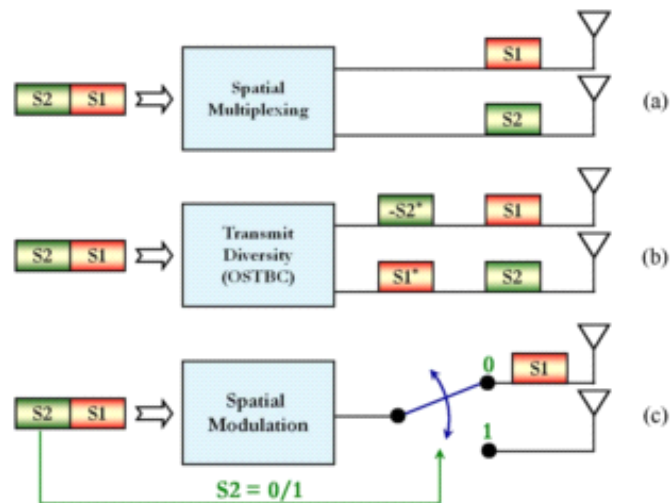


Figura 1 - MIMO: (a) Multiplexagem espacial, (b) Diversidade de transmissão, (c) Modulação espacial [5].

Os sinais que são transmitidos da *Single-Carrier Spatial Modulation* têm características de pico e elevada robustez a deficiências de hardware Radio-Frequência, tais como o ruído de fase e o deslocamento de frequência *Radio Frequency Carrier* (RFC) [6]. Por outro lado, a interligação entre a Modulação Espacial e o modelo MIMO, tem vindo a criar novos algoritmos para o receptor, com o objetivo de se obter o receptor próximo do ideal teórico nomeadamente o receptor MLD [7]. Os objetivos base da implementação de novos algoritmos no receptor são a melhoria da capacidade de deteção de um sinal, a baixa complexidade e a possibilidade de implementação [7].

O presente trabalho visa a realização de um estudo acerca dos esquemas de modulação espacial para a tecnologia MIMO com uma única portadora. De seguida a implementação de algoritmos de baixa complexidade com desempenho próximos do receptor ótimo denominado de *maximum likelihood* para os esquemas de modulação propostos. Para se atingir este objetivo serão exploradas técnicas de otimização convexa e *compressive sensing* [6].

1.2. Motivação e relevância do tema

A revolução tecnológica que presenciamos faz com que a tecnologia se desenvolva muito rapidamente, o que leva ao crescimento do sector das Tecnologias de Informação e das Comunicações (ICT). Torna-se, portanto, necessário otimizar os recursos e obter resultados cada vez mais favoráveis.

A modulação espacial encontra-se inserida no contexto das *Green Communications* que é uma área em desenvolvimento nas comunicações *wireless*, que têm como propósito obter a EE nas comunicações sem que o desempenho sofra alteração. Permite ainda reduzir os custos numa rede *wireless*, a SE e a diminuição da pegada ecológica [1].

Os receptores projetados nos esquemas MIMOs convencionais e na arquitetura de modulação espacial, não podem ser transpostos diretamente para o *Single-Carrier Spatial Modulation* (SC-SM). Estes receptores concentram-se na deteção de antenas transmissoras e no símbolo de modulação de amplitude e fase[3], [6]. Muitas vezes ignoram a interferência inter-símbolo causada pela dispersão do canal [3], [6]. Inúmeros receptores MIMO concebidos para o desvanecimento em multi percurso, assumem que o vector sinal transmitido corresponde a uma coluna completa, sendo o número de antenas receptoras superior ao número de antenas emissoras [3], [6].

A modulação espacial permite comunicação em cenários com assimetria (diferente número de antenas transmissoras e receptoras) [8]. Uma das principais dificuldades dos sistemas baseados em modulações espaciais reside na implementação de receptores de baixa complexidade, com desempenhos próximos do ótimo [3], [6].

1.3. Estrutura e organização da dissertação

O presente estudo está organizado em cinco capítulos que pretendem refletir as diferentes fases até à sua conclusão.

O primeiro capítulo introduz o tema da investigação e objetivos da mesma, bem como uma breve descrição da estrutura do trabalho.

O segundo capítulo contém as técnicas convencionais para as comunicações rádio, nomeadamente os aspectos básicos de propagação em canal rádio, o OFDM, o SC e esquemas com múltiplas Antenas.

O terceiro capítulo é dedicado às Modulações Espaciais para LS-MIMO, onde se pode visualizar os aspectos genéricos destas modulações, o modelo de um sistema *Single Carrier-Generalized Spatial Modulation- Multiple Input and Multiple Output* (SC-GSM-MIMO) e os receptores existentes.

O quarto capítulo aborda o receptor iterativo para SC-GSM-MIMO apresentando o receptor baseado em ADMM e os seus respectivos resultados, sendo estes obtidos através das variações dos vários parâmetros.

O quinto capítulo apresenta a análise dos resultados obtidos para sistemas SC-GSM-MIMO, sendo estes a comparação entre o receptor ADMM e outros receptores em diferentes cenários.

No sexto e último capítulo apresentam-se as conclusões deste estudo e trabalhos futuros.

Capítulo 2 – Técnicas Convencionais para Comunicações Rádio

2.1. Aspectos básicos de propagação em canal rádio

2.1.1. Ondas Rádio

As ondas rádio encontram-se inseridas na família da radiação electromagnética que inclui o infravermelho, luz visível, ultravioleta, raios X, raios gamas e cósmicos. A zona rádio contém as frequências compreendidas entre 30kHz e 300GHz, sendo esta a mais baixa e o comprimento de onda mais alto em relação ao grupo [9].

As ondas electromagnéticas são obtidas através da interacção entre um campo magnético H e um campo eléctrico E, que fazem entre si um ângulo de 90° segundo a direcção de propagação. A onda electromagnética obtida propagar-se-á no espaço. A Figura 2 contém a azul o campo eléctrico e a vermelho o campo magnético [10].

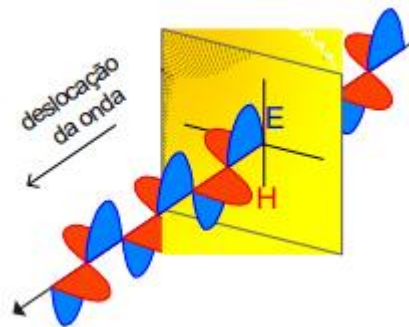


Figura 2 - Onda electromagnética [11]

2.1.2. Mecanismos de propagação

Os ambientes de propagação dominantes englobam pessoas e edifícios, o que torna impossível a comunicação direta entre o transmissor e receptor. O cenário referido proporciona ao receptor uma deteção de várias combinações do sinal proveniente de diversos mecanismos de propagação, tais como, reflexão e difração, refração e espalhamento nas estruturas existentes, caracterizando um cenário de multipercurso, isto é, deteção da energia do sinal resultante de diversas direcções com atrasos temporais distintos [11].

A reflexão ocorre quando uma onda rádio atinge uma estrutura sólida que contém um comprimento de onda muito superior, o que provoca uma atenuação da potência do sinal ocorrendo a reflexão da onda em diversas direcções [11]. A Figura 3 demonstra o efeito da reflexão.

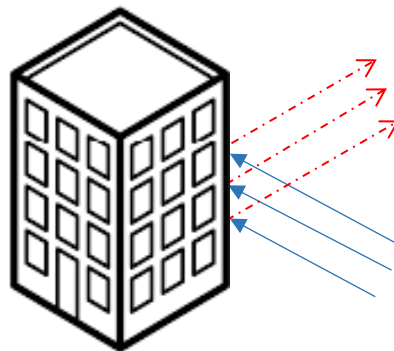


Figura 3 - Reflexão.

A difração consiste na alteração do percurso do sinal, isto é, a onda electromagnética ao incidir na esquina de um obstáculo ou numa superfície irregular, altera a sua direcção inicial. O fenómeno difração depende da frequência da onda transmitida devido à obstrução do elipsoide de Fresnel [11]. A Figura 4 ilustra o fenómeno de difração.

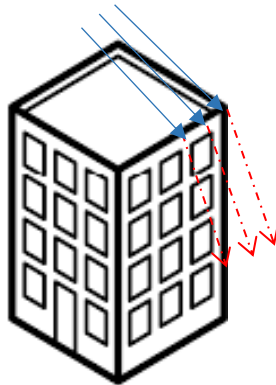


Figura 4 - Difração.

2.1.3. Efeitos de Multipercurso

Os efeitos do multipercurso são provocados na antena receptora devido à propagação das ondas rádio em percursos distintos, o que provoca alterações de fase e amplitude. É importante referir que se os sinais estiverem em fase somam-se positivamente, ou seja, amplificam o sinal recebido enquanto que os sinais em oposição de fase provocam o efeito contrário prejudicando a recepção do sinal [12].

O desvanecimento lento ou *slow fading* surge quando o tempo de coerência do canal é grande em relação ao requisito de atraso da aplicação. Neste regime a amplitude e a mudança de fase impostas pelo canal são consideradas aproximadamente constantes durante o período de utilização. O desvanecimento lento pode ser causado por sombreamento, onde uma estrutura grande como por exemplo um monte ou um edifício, obstrui o trajeto principal do sinal entre o emissor e o receptor [12].

O desvanecimento rápido proveniente do termo em inglês *fast fading* corresponde às variações rápidas de intensidade que o sinal sofre ao chegar à antena receptora.

Estas variações são nítidas e provocam um efeito forte na qualidade da comunicação, em específico na comunicação de dados onde afeta a taxa de erro do canal [12].

O perfil de atraso de potência proveniente do termo em inglês *power delay profile*, fornece a intensidade de um sinal recebido através de um canal com multipercurso em função do tempo de atraso. Este atraso temporal é a diferença no tempo de viagem entre as chegadas dos sinais provenientes de diferentes caminhos. Os sinais obtidos no receptor, provenientes do multipercurso do sinal transmitido, são visualizados pelo perfil de atraso de potência, onde é possível verificar a potência e o instante de chegada dos diferentes sinais [11]. A observação do perfil de atraso de potência permite analisar diversos parâmetros, nomeadamente o atraso de potência médio ($\bar{\tau}$), espalhamento de atraso de potência (σ_{τ}), intervalo de atraso de potência (I_p) e janela de atraso de potência (W_q) [11]. Os parâmetros abordados utilizam o segundo como unidade de medida [11]. A Figura 5 ilustra um perfil de atraso de potência.

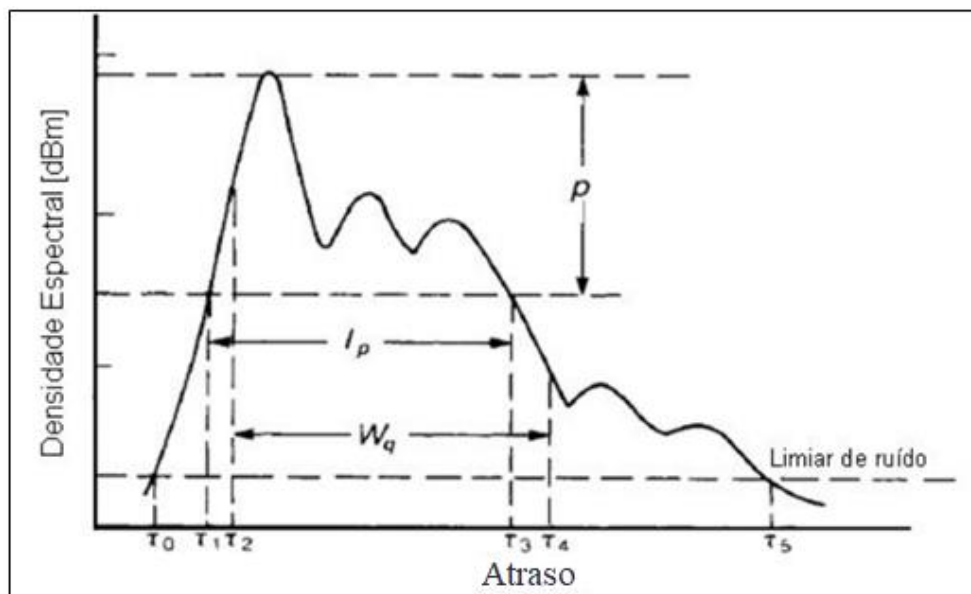


Figura 5 - Perfil de atraso de potência [12].

O atraso médio de potência é a média ponderada dos atraso de potências, dado pela equação matemática que se segue [11]

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{i=0}^n \tau_i P(\tau_i)}{\sum_{i=0}^N P(\tau_i)}. \quad (1)$$

O *delay spread* caracteriza o desvio desvio padrão dos atraso de potências, obtido através da seguinte equação matemática [11]

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n (\tau_i - \bar{\tau})^2 P(\tau_i)}{\sum_{i=0}^N P(\tau_i)}}. \quad (2)$$

O intervalo de atraso de potência é o tempo em que o atraso de potência atravessa pela primeira vez um determinado ponto anterior ao valor máximo, e o momento em que atravessa o mesmo valor após o valor máximo [11]. O intervalo de atraso de potência pode ser calculado através da equação que se segue segundo a observação da Figura 6

$$I_p = (\tau_3 - \tau_1)_p. \quad (3)$$

A janela de atraso de potência define-se pela duração do tempo em que a porção central do perfil de atraso de potência inclua $x\%$ do total da energia. O resultado $\frac{100\% - x\%}{2}$ encontra-se no início e no final do perfil de atraso de potência [11]. Com base na Figura 6 obtem-se a seguinte equação para a janela de atraso de potência

$$W_q = (\tau_4 - \tau_2). \quad (4)$$

2.2. OFDM

A técnica de transmissão *Orthogonal frequency-division multiplexing* (OFDM) é uma modulação que recorre a várias portadoras com diferentes frequências sendo a informação repartida pelas várias portadoras. O objetivo desta técnica é melhorar a eficiência espectral e combater os efeitos provenientes dos multipercursos [12]. O princípio desta técnica rege-se pela ortogonalidade das sub-portadoras, contando que os sinais das portadoras são senos e cosenos em que a área é igual.

A área do produto é representada por $\sin mwt \times \sin nwt$, através da utilização da trigonometria é possível afirmar que o produto anterior corresponde à soma da frequência de duas sinusoides $(n - m)$ e $(n + m)$, logo a área da sinusoide é dada pela seguinte expressão:

$$\int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} \cos(m - n) wt \right] - \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} \cos(m + n) wt \right] = 0. \quad (5)$$

O primeiro passo para a realização da técnica OFDM é modular todas as subportadoras separadamente. De seguida é aplicada a transformada inversa rápida de Fourier (IFFT) para a obtenção do sinal OFDM. A IFFT tem como finalidade converter o sinal do domínio da frequência para o domínio do tempo, através de sucessivas multiplicações por uma gama de sinusoides e é possível descrever o processo como $\sum_{n=1}^N m_n(t) \sin(2\pi nt)$, onde N corresponde ao número de subportadoras, o n corresponde à subportadora actual e $m_n(t)$ é o sinal da subportadora [13]. A equação que descreve a IFFT é

$$X(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - j \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right). \quad (6)$$

Onde k é o índice das frequências sobre N frequências e n é o índice de tempo, $x(k)$ é o valor do espectro para o índice das frequências (k) [13].

No receptor é necessário extrair as subportadoras e para tal é aplicado a transformada rápida de Fourier (FFT) que tem a finalidade de converter o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência [13]. A equação que descreve a FFT é

$$x(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) + j \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \quad (7)$$

Onde $x(n)$ são os coeficientes dos senos e cosenos da frequência $\left(\frac{2\pi kn}{N}\right)$, o k corresponde ao índice das frequências sobre N frequências e n é o índice de tempo [13].

Em seguida ao bloco da IFFT é adicionado um prefixo cíclico (CP), isto é, a repetição dos últimos símbolos do bloco de modo a evitar a interferência entre blocos (IBI) e permite transformar a convolução do sinal com o canal numa convolução circular [6]. A Figura 7 ilustra a utilização do prefixo cíclico. Como alternativa podem-se intercalar os blocos com sequência de zeros (Zero Padded).

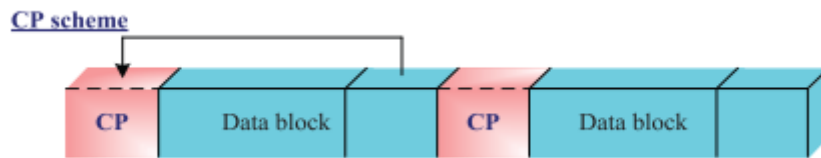


Figura 6 - Prefixo cíclico [6].

Após a inserção do prefixo cíclico (CPI) o sinal é enviado para o canal, quando o sinal chega ao receptor ocorre a remoção do prefixo cíclico (CPR), de seguida é realizada a FFT de modo a obter-se os símbolos de cada portadora. A Figura 8 ilustra um diagrama de blocos do emissor e receptor OFDM com os blocos abordados.

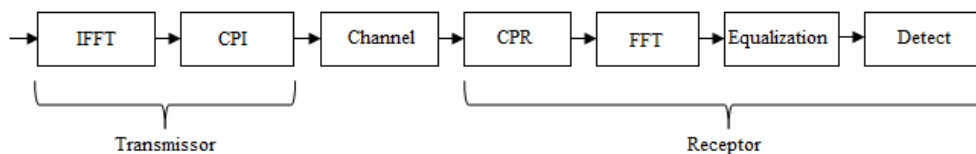


Figura 7 - Diagrama de blocos de um sistema OFDM.

A grande vantagem da técnica OFDM é a ortogonalidade que permite realizar diversas transmissões em simultâneo em diferentes subportadoras num espaço de frequência curto e sem que ocorra interferência entre as subportadoras [13]. A desvantagem da OFDM encontra-se no seu alto PAPR que surge devido ao sinal OFDM transmitido, que é uma soma de diversas subportadoras moduladas. Isto significa que o amplificador de potência utilizado num sistema OFDM deve receacresc um suporte de alguns dB de modo a obter uma gama de picos do sinal linear [14].

2.3. SC-FDE

O esquema *Single-Carrier Frequency Domain Equalization* (SC-FDE) foi investigado inicialmente por Walzman e Schwartz em 1973 [15]. Os autores mostraram que a equalização adaptativa do canal no domínio da frequência (FD) leva a uma menor complexidade computacional e oferece melhores propriedades de convergência em relação ao domínio do tempo (TD) [15], [16]. O SC trabalha com blocos separados entre eles por um prefixo cíclico ou por zeros de forma a evitar a IBI. O SC-FDE consegue evitar o alto PAPR que é uma medida de desempenho indicadora da eficiência de potência do transmissor, através da transferência do módulo FFT do transmissor para o receptor [14]. O sistema SC-FDE possui os mesmos blocos que o sistema OFDM, mas estão colocados de forma diferente. A Figura 9 ilustra o diagrama de blocos de um sistema SC-FDE.

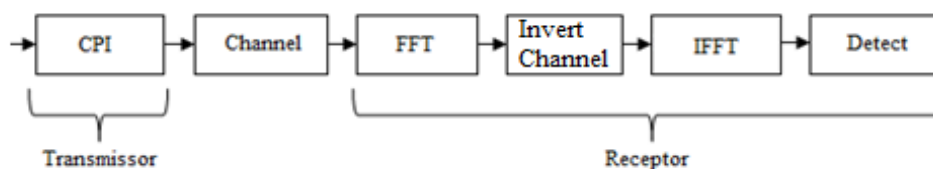


Figura 8 - Diagrama de blocos de um sistema SC-FDE.

A técnica de transmissão SC como o nome indica utiliza apenas uma portadora que é modulada a uma taxa de símbolos elevada. Considerando um bloco de transmissão SC com N símbolos de modulação por bloco $\{S_n; n = 0, 1, 2, 3 \dots, N - 1\}$, é necessário

adicionar o CP ilustrado na Figura 9 pelo bloco CPI, de modo a se obter o SC-FDE [17]. No receptor quando se remove o CP resulta nas amostras $\{y_n; n = 0, 1, 2, 3 \dots, N - 1\}$ no domínio do tempo. De seguida é aplicada a FFT convertendo as amostras no domínio do tempo para amostras no domínio da frequência $\{Y_k; k = 0, 1, 2, 3 \dots, N - 1\}$ [17].

Como em qualquer canal existe ruído. Para reduzir o ruído e os efeitos da interferência entre símbolos (ISI), este processo é denominado por igualização do canal, as amostras $\{\tilde{S}_k; k = 0, 1, 2, 3 \dots, N - 1\}$ são obtidas através dos coeficientes $\{F_k; k = 0, 1, 2, 3 \dots, N - 1\}$ sendo estes normalmente otimizados pela técnica *Minimum Mean Square Error* (MMSE). Os coeficientes ao serem otimizados podem ser expressos pela seguinte equação

$$F_k = \frac{H_k^*}{\beta + |H|^2}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1 \quad (8)$$

O β da equação corresponde à inversa da Relação sinal/ruído (SNR) e é obtido através seguinte equação,

$$\beta = \frac{\sigma_N^2}{\sigma_S^2} \quad (9)$$

O membro superior obtém-se através da expressão,

$$\sigma_N^2 = \frac{E[|N_k|^2]}{2} \quad (10)$$

E o membro inferior,

$$\sigma_S^2 = \frac{E[|S_k|^2]}{2} \quad (11)$$

Na modulação SC os dados são transmitidos no domínio do tempo como se pode verificar no diagrama de blocos da Figura 10. As amostras $\{\tilde{S}_k; k = 0,1,2,3 \dots, N - 1\}$ após a otimização, são convertidas para o domínio do tempo através da IFFT e obtém-se as seguintes amostras equalizadas $\{\tilde{S}_n; k = 0,1,2,3 \dots, N - 1\}$. Através destas amostras são tomadas decisões em relação aos símbolos que foram transmitidos [17]. A Figura 10 ilustra o processo do receptor SC-FDE sem a diversidade espacial.

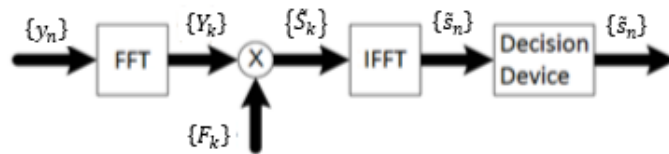


Figura 9 - Receptor SC-FDE sem diversidade espacial [17].

2.4. Esquemas com Múltiplas Antenas

No fim da década de 90, investigadores propuseram a utilização de sistemas como o MIMO como um método espectralmente eficiente para sistemas de comunicação sem fio, através da utilização de múltiplas antenas na emissão e recepção de modo a aumentar os dados transmitidos em simultâneo [4], [18]. O aumento do número de antenas na transmissão e recepção provocam um aumento linear na capacidade do canal MIMO, desde que exista conhecimento do canal no transmissor e/ou no receptor [18]. Os resultados obtidos são uma melhor diversidade tornando os sistemas de comunicação mais fiáveis e a possibilidade de vários fluxos de dados poderem ser multiplexados no mesmo recurso *time-frequency* [19]. A Figura 11 contém os formatos de Multi antena.

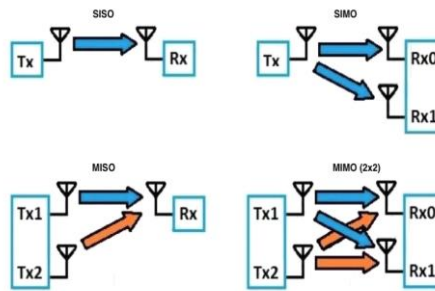


Figura 10 - SISO 1x1, SIMO 1x2, MISO 2x1 e MIMO 2x2 [22].

A primeira configuração é *Single-Input and Single-Output* (SISO), é constituída por uma única antena no receptor e emissor, sendo a configuração mais simples [20].

A segunda configuração é *Single-Input and Multiple-Output* (SIMO), é constituída por um conjunto de antenas no receptor enquanto que no transmissor apenas existe uma. Esta configuração é conhecida por diversidade do receptor devido ao fato de se receber o sinal de um número independente de fontes [20].

A terceira configuração é *Multiple-Input and Single-Output* (MISO) e consiste num conjunto de antenas no transmissor enquanto que no receptor apenas existe uma. Esta configuração é conhecida por diversidade do transmissor devido ao fato dos dados que são transmitidos redundantemente por diferentes antenas, o que permite ao receptor obter um melhor sinal de modo a reconstruir os dados transmitidos [20].

Por fim, a configuração MIMO é constituída por mais do que uma antena no transmissor e no receptor o que permite uma maior robustez e capacidade de transferência de dados [20], [21]. A configuração MIMO tem como finalidade reduzir a taxa de bits errados (BER) e/ou aumentar a taxa de transmissão. É de extrema importância referir que esta tecnologia quando usada para implementar multiplexagem espacial permite uma elevada SE devido à utilização de um número elevado de antenas [18]. De modo a maximizar os benefícios provenientes da configuração MIMO é utilizada a LS-MIMO que contém antenas transmissoras e receptoras em grande escala.

Capítulo 3 – Modulações Espaciais para LS-MIMO

3.1. Modulações Espaciais

A modulação espacial (SM) é uma técnica de transmissão promissora que num sistema com múltiplas antenas utiliza os índices das antenas como meio de transmissão de dados. A SM tem como principal base a utilização do índice das antenas ativas para transmissão ou recepção consoante a antenna onde se aplica o esquema de modulação espacial [1]. O funcionamento base da SM consiste em mapear um bloco de bits de informação em duas partes. Primeiro é escolhido um símbolo a partir de um diagrama de constelação de sinal complexo e em segundo é escolhido um único índice da antenna transmissora no array de antenas [22]. Como vantagem da SM, esta apenas necessita de uma única antenna transmissora ativa para transmissão de dados em qualquer instante de tempo de sinalização, o que permite evitar por completo a *Inter-Channel Interference* (ICI) que é introduzido pela sobreposição de sequências de informação de diferentes antenas. Além disso não necessita de sincronização e apenas necessita de uma cadeia RF para transmissão de dados [22]. A Figura 12 ilustra a Modulação Espacial numa rede.

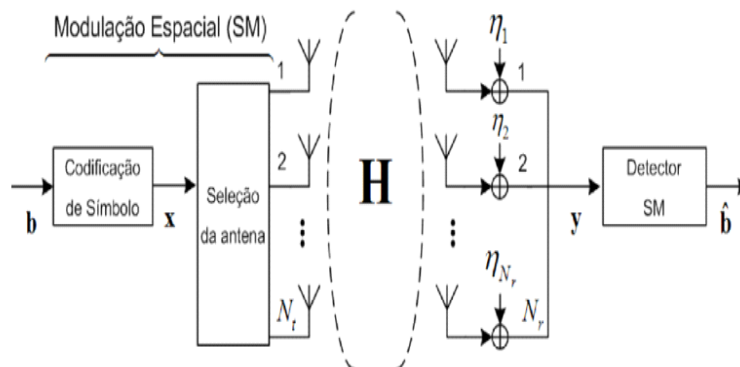


Figura 11 - Modulação Espacial [23].

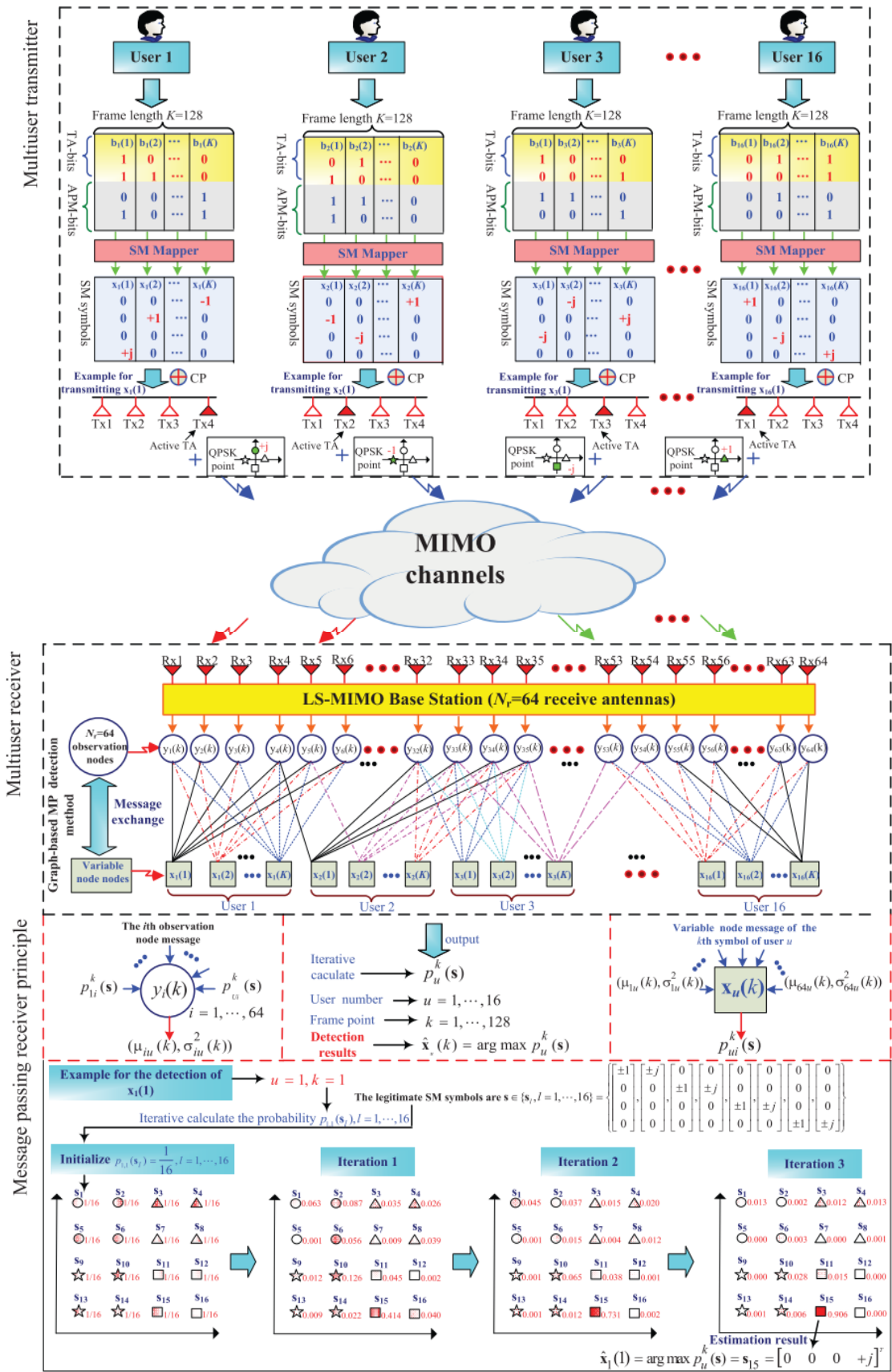


Figura 12 - Exemplo de sistema SC-GSM-MIMO [6].

Tomando como exemplo a Figura 13, admitindo $N_{total} = 64$ antenas na estação base (BS) e U o número de utilizadores ativos. Cada utilizador contém $N_u = 4$ antenas transmissoras, assumindo que o tamanho da *frame* de transmissão é $K = 128$ e a modulação Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) ($M_{SM} = 4$) é aplicada a cada antena transmissora. O cálculo do *throughput* do esquema da Figura 14 é $m_{SM} = \log_2(N_u M_{SM}) = \log_2(4 \times 4) = 4$ bits/channel a usar por utilizador, onde $\log_2(N_u) = 2$ bits de antenas transmissoras, que são transportados através dos símbolos de modulação de amplitude e fase (APM). O mapeador SM utiliza todas as combinações possíveis de bits das antenas transmissoras $\{[0\ 0], [0\ 1], [1\ 0], [1\ 1]\}$ e os índices das antenas transmissoras, ou seja, a antena 1 é ativada quando à entrada os bits da antena transmissora são $[0\ 0]$, a antena 2 é ativada quando à entrada os bits da antena transmissora são $[0\ 1]$, antena 3 é ativada quando à entrada os bits da antena transmissora são $[1\ 0]$ e por fim a antena 4 é ativada quando à entrada os bits da antena transmissora são $[1\ 1]$. Semelhante ao que foi referido, todas as combinações dos bits APM $\{[0\ 0], [0\ 1], [1\ 1], [1\ 0]\}$ são mapeados um a um com os pontos da constelação QPSK $\{+1, +j, -1, -j\}$. A Figura 13 mostra detalhadamente as operações da SC-SM baseado numa transmissão multiutilizador (MU).

Como se pode observar na Figura 13, são transmitidos 4 bits em cada canal utilizado pelo utilizador, como tal a informação do bit *stream* é dividida em bits de 4 vetores e cada um destes é dividido em 2 bits da antena transmissora e 2 bits APM. Baseado no SM *mapping*, os 2 bits da antena transmissora são utilizados para ativar a antena transmissora enquanto que os 2 bits APM são mapeados para um simbolo QPSK. Por exemplo na Figura 13, o primeiro bit do vector $b_1(1) = [1\ 1\ 0\ 1]$ do utilizador 1 é dividido no vector do bit da antena transmissora $[1\ 1]$ e no vector do bit APM $[0\ 1]$ que são mapeados para a antena transmissora 4 e com o simbolo QPSK $+j$. O símbolo do vector de transmissão da SM dado por x é formulado através

$$\mathbf{x}(k) = \underbrace{[0, \dots, 0]_{q(k)-1}}_{q(k)-1}, s_l^{q(k)}, \underbrace{[0, \dots, 0]_{N_t-q(k)}}_{N_t-q(k)}^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}, \quad (12)$$

onde K é o comprimento da *frame* de transmissão, $q(k)$, $k \in \{1, \dots, K\}$ é o índice da antena transmissora activa durante o k -ésimo intervalo.

O símbolo SM baseado no $b_1(1)$ pode ser formulado como $x_1(1) = [0 \ 0 \ 0 + j]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$.

O sinal recebido do k -ésimo *time slot* é formulado por

$$\begin{aligned}
 y_i(k) &= \sum_{u=1}^U \bar{\mathbf{h}}_{i,[u]}(k) \mathbf{x}_u(k) + n_i(k) \\
 &= \underbrace{\bar{\mathbf{h}}_{i,[u]}(k) \mathbf{x}_u(k)}_{\text{user } u} + \underbrace{\sum_{j=1, j \neq u}^U \bar{\mathbf{h}}_{i,[j]}(k) \mathbf{x}_j(k)}_{\text{MUI}} + \underbrace{n_i(k)}_{\text{noise}},
 \end{aligned} \tag{13}$$

Onde $\bar{\mathbf{h}}_{i,[u]}(k) \in \mathbb{C}^{1 \times N_u}$ é obtido através da i -gésima linha da matriz $\bar{\mathbf{H}}(k)$ entre a coluna $(u-1)N_u + 1$ e as colunas uN_u , com $n_i(k)$ sendo o ruído. Como demonstrado na equação anterior, para se detetar um utilizador o sinal recebido $y_i(k)$ é dividido em três componentes nomeadamente a informação útil para o utilizador u , a componente Multiuser-Interference (MUI) proveniente dos outros utilizadores e a componente do ruído. A Figura que segue ilustra a *frame* de dados recebidos tendo-se utilizado o formato matricial neste trabalho: o \mathbf{Y} corresponde ao sinal recebido, o \mathbf{H} é o canal que é multiplicado e o \mathbf{x} que corresponde ao símbolo recebido e é adicionado o ruído \mathbf{n} .

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{K+P-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y} \text{ of size } (K+P-1)N_r \times 1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_0 & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{P-1} & \mathbf{H}_{P-2} & \dots & \mathbf{H}_0 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{H}_{P-1} & \dots & \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{H}_{P-1} & \mathbf{H}_{P-2} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{H}_{P-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H} \text{ of size } (K+P-1)N_r \times KN_t} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_K \end{bmatrix}}_{\mathbf{x} \text{ of size } KN_t \times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_{K+P-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{n} \text{ of size } (K+P-1)N_r \times 1} \tag{14}$$

3.2. Modelo de um sistema SC-GSM-MIMO multiutilizador

O *Generalized Spatial Modulation* (GSM) é uma técnica proposta em [25] desenvolvida a partir da *single-active antenna spatial modulation* (SA-SM) [26]. No sistema GSM, várias antenas transmissoras são ativadas para transmitir dados. O princípio de funcionamento do GSM consiste em modular bits de informação para o diagrama de constelação e as combinações de diversas antenas transmissoras ativas [4]. Em específico, o sistema explora benefícios da SM juntamente com a multiplexagem espacial de modo a atingir uma flexibilidade entre a SE e a complexidade da implementação [27].

Existem dois tipos principais de GSM. No primeiro [25], [28] todas as antenas emissoras transmitem o mesmo símbolo enquanto que no segundo cada antena emissora pode transmitir um símbolo modulado diferente, o que permite atingir uma maior SE [29].

O modelo de um sistema SC-GSM-MIMO multiutilizador encontra-se descrito no artigo [6].

3.3. Receptores existentes

3.3.1. MLD

O receptor de *Maximum likelihood* (MLD) ou Máxima Verossimilhança [30], representa o modelo teórico ideal e consiste na análise de combinações de antenas ativas e distâncias para todos os casos possíveis, de modo a que se obtenha uma deteção ideal ou a melhor possível no receptor do sinal que é transmitido [30]. O modelo teórico referido apresenta a grande vantagem de se realizar uma ótima deteção no receptor, mas na prática, ou seja, na implementação surge uma enorme desvantagem nomeadamente a complexidade que aumenta consoante o número de antenas do sistema, tornando-o rapidamente impraticável [6]. O número de antenas provoca um aumento na matriz de resultados possíveis, o que torna o sistema lento e implica um elevado poder computacional, tendo que se processar a matriz de resultados em tempo útil para que se considere a implementação do receptor viável [31]. O receptor MLD pode ser representado da seguinte forma como descrito no artigo [31]

$$\min_{\mathbf{s}} f(\mathbf{s}) \triangleq \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 \quad (15)$$

$$\text{subject to } \mathbf{s} \in \mathcal{A}_0^N \quad (16)$$

$$\|\mathbf{s}\|_0 = K. \quad (17)$$

Onde $\mathcal{A}_0 \stackrel{\text{def}}{=} A \cup \{0\}$ e $s \in \mathcal{A}_0^{M_u}$.

3.3.2. BPDN

O receptor *Basis Pursuit De-Noising* (BPDN) tem como principais propriedades a exploração da esparsidade que é característica dos sinais SM. Aplica um algoritmo de otimização quadrática que permite reconstruir o sinal transmitido mesmo que este tenha ruído e permite a utilização de um número de antenas transmissoras (Tx) superior ao número de Rx [26], [32], [33]. É importante referir que a técnica BPDN é uma boa alternativa a outra técnica que utiliza a exploração do *sparsity* nomeadamente a *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) [31].

3.3.3. MMSE

O receptor Minimum mean Square error (MMSE) como o nome indica, é um modelo que estima o mínimo do erro quadrático médio. Este modelo define uma variável como avaliador designado por \hat{s} e uma variável s que se pretende avaliar com base numa distância [34]. O critério do MMSE é aplicado a cada subportadora utilizando a seguinte expressão apresentada no artigo [34]

$$\hat{S}_k = (H_k)^H \cdot [H_k(H_k)^H + \sigma^2 I]^{-1} R_k. \quad (18)$$

Onde, \hat{S}_k é o $M_{tx} \times 1$, é o vetor com a estimativa do subconjunto das coordenadas do super-símbolo mapeado para a subportadora k, R_k e o $N_{rx} \times 1$ é o vetor de sinal recebido na subportadora k com uma diferente antena receptora em cada posição e σ^2 é a variação do ruído [34]. Ao se utilizar a rotação do super-símbolo estimado, \hat{S}_k , a componente estimada do símbolo é calculada através da equação utilizando a seguinte expressão apresentada no artigo [34]

$$\hat{S} = (A_{M_{CRM}})^{-1} \cdot S. \quad (19)$$

3.3.4. PIC-R-SIC

O receptor *Parallel Interference Canceller Receiver with Successive Interference Cancellation* (PIC-R-SIC) é composto por dois tipos de canceladores de interferência subtrativos nomeadamente o *Parallel Interference Canceller* (PIC) e *Successive Interference Cancellation* (SIC) que foram estudadas exaustivamente no contexto da tecnologia MIMO [6], [35]. A adição do SIC ao PIC-R permite atingir ganhos significativos de taxa de símbolos errados (SER) [6]. O funcionamento do receptor consiste na obtenção do sinal recebido através de uma estimativa do sinal de interferência (IMA). De seguida retira-se a IMA ao sinal recebido e obtêm-se o sinal desejado que é decodificado [35]. A complexidade do PIC-R-SIC, apesar de mais baixa que a do MLD continua a ser muito elevada [6]. A Figura 14 representa o princípio de funcionamento dos Canceladores de Interferência Subtrativos.

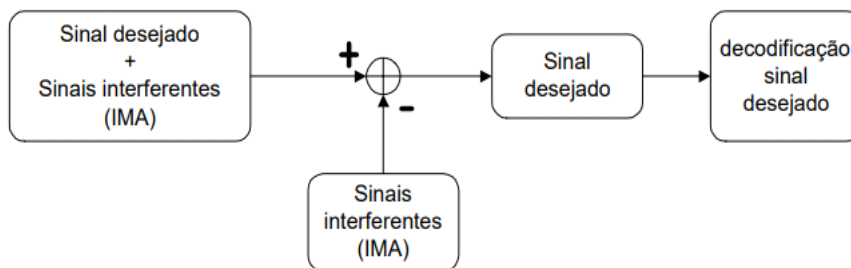


Figura 13 - Canceladores de Interferência Subtrativos [35].

3.4. Sistemas SC-GSM-MIMO

Considere-se um sistema SC em que uma estação base com um número de antenas receptoras (N_{rx}) serve um determinado número de utilizadores (N_u) em simultâneo durante a transmissão. Cada utilizador está equipado com um número de antenas transmissoras (N_{tx}) com apenas um número de antenas ativas (N_a) denominado por elementos de antenas ativas (AE) em qualquer instante. Isto permite um total de $N_{comb} = 2^{\lfloor \log_2(N_{tx}) \rfloor}$ combinações de antenas transmissoras (TAC) disponíveis para o mapeamento de $\lfloor \log_2(N_{tx}) \rfloor$ bits de informação por utilizador. À parte dos bits transportados nos TACs, cada AE também transmite um símbolo modulado pela Modulação de Amplitude em Quadratura (M-QAM) diferente, o que significa que um total de $\lfloor \log_2(N_{tx}) \rfloor + N_a \log_2 M$ bits são mapeados para cada símbolo GSM. Assume-se que os sinais transmitidos experimentam um canal seletivo na frequência com um máximo de L caminhos resolvíveis entre um par de antenas transmissoras-receptoras. Considera-se que o sistema opera com blocos de tamanho N utilizando um CP com comprimento N_{CP} ($N_{CP} \geq L - 1$) e que o canal é invariante no tempo durante um período de um bloco. Defina-se ainda \mathcal{A} como o conjunto de símbolos com valores complexos da constelação de tamanho M , e \mathcal{A}_0 como sua extensão com o símbolo nulo, i.e., $\mathcal{A}_0 \stackrel{def}{=} \mathcal{A} \cup \{0\}$ e $s_t^p \in \mathcal{A}_0^{N_{tx}}$ como vector do sinal GSM transmitido pelo utilizador p ($p=0, \dots, N_u-1$) durante a utilização do canal t ($t=-N_{CP}, \dots, N-1$). Então pode-se escrever os símbolos transmitidos como

$$\mathbf{s}_t^p = \left[\underbrace{\dots, 0, s_{t,0}^p, 0, \dots, 0, s_{t,N_a-1}^p, 0, \dots}_{N_{tx}} \right]^T \quad (20)$$

com $s_{t,j}^p \in \mathcal{A}$ ($j=0, \dots, N_a - 1$). Embora se tenha $\|\mathbf{s}_t^p\|_0 = N_a$, nem todos os suportes possíveis de \mathbf{s}_t^p são TAC válidas devido a $N_{comb} \leq \binom{N_{tx}}{N_a}$. É então definido \mathbb{S} como o conjunto de TACs válidas. O vector de sinal recebido contaminado por ruído no domínio do tempo pode ser descrito por

$$\mathbf{y}_t = \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{\Omega}^i \mathbf{s}_{t-i} + \mathbf{n}_t \quad (21)$$

Onde $\mathbf{y}_t \in \mathbb{C}^{N_{rx} \times 1}$, $\left[\mathbf{s}_t^{0T} \dots \mathbf{s}_t^{N_u-1T} \right]^T$ e $\mathbf{n}_t \in \mathbb{C}^{N_{rx} \times 1}$ é o vector que contém amostras de ruído Gaussianas circularmente simétricas de média zero independentes com covariância $2\sigma^2 I_{N_{rx}}$. A matriz $\mathbf{\Omega}^i \in \mathbb{C}^{N_{rx} \times N_u N_{tx}}$ contém os coeficientes do canal que corresponde ao i -ésimo *tap* para todos os utilizadores e pares de antenas de transmissão-recepção de acordo com

$$\mathbf{\Omega}^i = \left[\mathbf{\Omega}^{i,0} \dots \mathbf{\Omega}^{i,N_u-1} \right] \quad (22)$$

onde

$$\mathbf{\Omega}^{i,p} = \begin{bmatrix} h_{1,1}^{i,p} & \dots & h_{1,N_{rx}}^{i,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_{rx},1}^{i,p} & \dots & h_{N_{rx},N_{rx}}^{i,p} \end{bmatrix} \quad (23)$$

e $h_{r,u}^{i,p}$ representa o ganho de canal de valor complexo entre a antena transmissora u do utilizador p e antena receptora r . Retirando o CP, os vetores de sinal recebidos durante um bloco de N utilizações do canal pode ser concatenado como $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_0^T \dots \mathbf{y}_{N-1}^T]^T$. É possível adoptar uma representação mais compacta como

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Omega} \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (24)$$

onde

$$\mathbf{s} = \left[\mathbf{s}_0^T \dots \mathbf{s}_{N-1}^T \right]^T, \quad \mathbf{n} = \left[\mathbf{n}_0^T \dots \mathbf{n}_{N-1}^T \right]^T \text{ e}$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}^0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{\Omega}^{L-1} & \dots & \mathbf{\Omega}^1 \\ \vdots & \mathbf{\Omega}^0 & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{\Omega}^{L-1} & \vdots & \ddots & \mathbf{0} & & \mathbf{\Omega}^{L-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Omega}^{L-1} & & \mathbf{\Omega}^0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{\Omega}^{L-1} & \dots & \mathbf{\Omega}^0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

A estrutura circulante do bloco da matriz do canal $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{C}^{NN_{rx} \times NN_u N_{tx}}$ permite que a mesma seja factorizada como

$$\mathbf{\Omega} = (\mathbf{F}^H \otimes \mathbf{I}_{N_{rx}}) \mathbf{H} (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \quad (26)$$

onde \mathbf{F} representa a matriz da transformada discreta de Fourier (DFT) $N \times N$ unitária. \mathbf{H} é uma matriz diagonal de blocos que pode ser escrita como

$$\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_0, \dots, \mathbf{H}_{N-1}), \quad (27)$$

onde

$$\mathbf{H}_k = [\mathbf{H}_k^0 \dots \mathbf{H}_k^{N_u-1}], \quad (28)$$

$$\mathbf{H}_k^p = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{L-1} h_{1,1}^{i,p} \omega^{ki} & \dots & \sum_{n=0}^{L-1} h_{1,N_{tx}}^{i,p} \omega^{ki} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{L-1} h_{N_{rx},1}^{i,p} \omega^{ki} & \dots & \sum_{i=0}^{L-1} h_{N_{rx},N_{tx}}^{i,p} \omega^{ki} \end{bmatrix}, \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (29)$$

and ω é a N -ésima raiz primitiva da unidade ($\omega = \exp(-j2\pi/N)$). Utilizando a factorização da matriz do canal, é possível expressar o bloco recebido no domínio da frequência utilizando

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_{rx}}) \mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (30)$$

com

$$\mathbf{S} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{s} \text{ e } \mathbf{N} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{n}. \quad (31)$$

O problema do MLD para o modelo do sistema descrito pode ser formulado como

$$\min_{\mathbf{s}} f(\mathbf{s}) \triangleq \|\mathbf{y} - \mathbf{\Omega} \mathbf{s}\|_2^2 \quad (32)$$

$$\text{subject to } \mathbf{s} \in \mathcal{A}_0^{NN_u N_{tx}} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \text{supp}(\mathbf{s}_t^p) \in \mathbb{S}, \quad t = 0, \dots, N-1, \\ p = 0, \dots, N_u - 1. \end{aligned} \quad (34)$$

O problema também pode ser descrito no domínio da frequência como

$$\min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{S}\|_2^2 \quad (35)$$

$$\text{subject to } \mathbf{S} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{s} \quad (36)$$

$$\mathbf{s} \in \mathcal{A}_0^{N N_u N_{tx}} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \text{supp}(\mathbf{s}_t^p) \in \mathbb{S}, \quad t = 0, \dots, N-1, \\ p = 0, \dots, N_u - 1. \end{aligned} \quad (38)$$

Como já se referiu anteriormente, a obtenção da solução exacta para o MLD requer uma elevada complexidade computacional que aumenta exponencialmente com o tamanho do problema. De seguida é apresentado um receptor alternativo com complexidade reduzida.

Capítulo 4 – Receptor Iterativo para SC-GSM-MIMO

O capítulo 4 tem como principal foco analisar os resultados do estudo realizado a um receptor desenvolvido a partir da aplicação do ADMM, sendo os diversos parâmetros do receptor o objeto de estudo deste trabalho.

4.1. Receptor baseado em ADMM

O Alternating Direction Method of Multipliers é proposto por Gabay, Mercier, Glowinski, Marrocco em 1976 e é um método de otimização que através de diversos sub-problemas que resultam da partição do problema original permite resolver problemas com elevada complexidade [36].

De seguida, aplica-se o ADMM como uma heurística de modo a fornecer soluções rápidas e de boa qualidade para o problema do MLD descrito anteriormente. Aproveitando a estrutura diagonal em blocos de \mathbf{H} , começa-se com a formulação do domínio da frequência (34)-(37), que pode ser reescrita como

$$\min_{\mathbf{S}, \mathbf{z}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{HS}\|_2^2 + \sum_{t=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N_u-1} I_{\mathbb{S}}(\mathbf{x}_t^p) + I_{\mathcal{A}_0^{NN_u N_{rx}}}(\mathbf{z}) \quad (39)$$

$$\text{subject to } \mathbf{S} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{rx}}) \mathbf{z} \quad (40)$$

$$\mathbf{S} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{rx}}) \mathbf{x} \quad (41)$$

Onde $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_0^T \dots \mathbf{x}_{N-1}^T]^T$ com $\mathbf{x}_t = [\mathbf{x}_t^0 \dots \mathbf{x}_t^{N_u-1}]^T$.

A utilização das funções indicadoras em (39) permite codificar as restrições (37) e (39) no objetivo. A função *Lagrangiana* aumentada (ALF) para (39)-(41) pode ser descrita como

$$\begin{aligned} L_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_z}(\mathbf{S}, \mathbf{z}, \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}) = & \|\mathbf{Y} - \mathbf{HS}\|_2^2 + \sum_{t=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N_u-1} I_{\mathbb{S}}(\mathbf{x}_t^p) + I_{\mathcal{A}_0^{NN_u N_{rx}}}(\mathbf{z}) \\ & + 2\text{Re}\left\{\boldsymbol{\lambda}^H \left(\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{rx}}) \mathbf{x}\right) + \mathbf{v}^H \left(\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{rx}}) \mathbf{z}\right)\right\} \\ & + \left(\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{rx}}) \mathbf{x}\right)^H \mathbf{P}_x \left(\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{rx}}) \mathbf{x}\right) \end{aligned}$$

$$+\left(\mathbf{S}-\left(\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}\right) \mathbf{z}\right)^H \mathbf{P}_z\left(\mathbf{S}-\left(\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}\right) \mathbf{z}\right) \mathbf{v} . \quad (42)$$

onde $\lambda, \nu \in \mathbb{C}^{NN_u N_{tx} \times 1}$ são as variáveis duais e $\mathbf{P}_x = \text{diag}(\rho_0^x, \dots, \rho_{NN_u N_{tx}-1}^x)$, $\mathbf{P}_z = \text{diag}(\rho_0^z, \dots, \rho_{NN_u N_{tx}-1}^z)$ onde ρ_i^x, ρ_i^z são coeficiente de penalidade. É importante referir que se está a adoptar uma versão generalizada do ADMM na qual é possível empregar um coeficiente de penalidade diferente para cada um dos $NN_u N_{tx}$ restrição de igualdade individual em (40) e (41). Usando uma variável dual escalonada definida como $U = \mathbf{P}_x^{-1} \lambda$ e $W = \mathbf{P}_z^{-1} \nu$, é possível reescrever o ALF como

$$\begin{aligned} L_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_z}(\mathbf{S}, \mathbf{z}, \mathbf{x}, \mathbf{U}, \mathbf{W}) &= \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{S}\|_2^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N_u-1} I_{\mathbb{S}}(\mathbf{x}_i^p) + I_{\mathcal{A}_0^{NN_u N_{tx}}}(\mathbf{z}) \\ &+ \left(\mathbf{S}-\left(\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}\right) \mathbf{x} + \mathbf{U}\right)^H \mathbf{P}_x\left(\mathbf{S}-\left(\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}\right) \mathbf{x} + \mathbf{U}\right) \\ &+ \left(\mathbf{S}-\left(\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}\right) \mathbf{z} + \mathbf{W}\right)^H \mathbf{P}_z\left(\mathbf{S}-\left(\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}\right) \mathbf{z} + \mathbf{W}\right) \\ &\quad - \mathbf{U}^H \mathbf{P}_x \mathbf{U} - \mathbf{W}^H \mathbf{P}_z \mathbf{W} \end{aligned} \quad (43)$$

Como explicado em [37] o ALF pode ser minimizado separadamente sobre as variáveis S, z e x , seguido pela atualização das variáveis duplas U, W . Este processo é iterativo sendo os passos detalhados a seguir.

O primeiro passo consiste na minimização do S . A estimativa do domínio da frequência na iteração $q+1$ é obtido com $S^{(t+1)} = \min_S L_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_z}(S, z, x, U, W)$.

Uma expressão em forma fechada pode ser derivada usando $\nabla_{S^H} L_{\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_z}(S, z, x, U, W) = 0$ e aproveitando a estrutura diagonal de blocos de \mathbf{H} , resulta em

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_k^{(q+1)} &= \left(\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k + \mathbf{P}_{x,k} + \mathbf{P}_{z,k}\right)^{-1} \left(\mathbf{H}_k^H \mathbf{Y}_k + \mathbf{P}_{x,k} \left(\mathbf{X}_k^{(q)} - \mathbf{U}_k^{(q)}\right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{P}_{z,k} \left(\mathbf{Z}_k^{(q)} - \mathbf{W}_k^{(q)}\right)\right), \quad k=0, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (44)$$

Vectores $\mathbf{S}_k^{(q+1)}, \mathbf{Y}_k, \mathbf{X}_k^{(q)}, \mathbf{Z}_k^{(q)}, \mathbf{U}_k^{(q)}, \mathbf{W}_k^{(q)}$ e a matriz diagonal $\mathbf{P}_{x,k}, \mathbf{P}_{z,k}$ são partidos em $\mathbf{S}^{(q+1)}, \mathbf{Y}, \mathbf{X}^{(q)}, \mathbf{Z}^{(q)}, \mathbf{U}^{(q)}, \mathbf{W}^{(q)}, \mathbf{P}_x$ e \mathbf{P}_z de acordo com

$$S_k \triangleq S_{kN_uN_{tx}:(k+1)N_uN_{tx}-1}, \quad (45)$$

$$Y_k \triangleq Y_{kN_{rx}:(k+1)N_{rx}-1}, \quad (46)$$

$$X_k \triangleq X_{kN_uN_{tx}:(k+1)N_uN_{tx}-1}, \quad (47)$$

$$Z_k \triangleq Z_{kN_uN_{tx}:(k+1)N_uN_{tx}-1}, \quad (48)$$

$$U_k \triangleq U_{kN_uN_{tx}:(k+1)N_uN_{tx}-1}, \quad (49)$$

$$W_k \triangleq W_{kN_uN_{tx}:(k+1)N_uN_{tx}-1}. \quad (50)$$

X e Z são representações no domínio da frequência de \mathbf{x} e \mathbf{z} , i.e., $\mathbf{X} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_uN_{tx}}) \mathbf{x}$ e $\mathbf{Z} = (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_uN_{tx}}) \mathbf{z}$.

O segundo passo é a minimização sobre x . Minimizando o ALF sobre x reduz a

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(q+1)} &= \min_{\mathbf{x}} \left\{ \sum_{t=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N_u-1} I_{\mathbb{S}}(\mathbf{x}_t^p) + \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_uN_{tx}}) \mathbf{x} + \mathbf{U})^H \mathbf{P}_x (\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_uN_{tx}}) \mathbf{x} + \mathbf{U}) \right\} \\ &= \Pi_{\mathbb{S}}(\mathbf{r}_t^{p(q+1)}), \quad t = 0, \dots, N-1, p = 0, \dots, N_u-1, \end{aligned} \quad (51)$$

onde $\mathbf{r}^{(q+1)} = ((\mathbf{F}^H \otimes \mathbf{I}_{N_uN_{tx}})(\mathbf{S}^{(q+1)} + \mathbf{U}^{(q)}))$ e $\Pi_{\mathbb{S}}(\cdot)$ é a projecção em \mathbb{S} . Esta projecção pode ser implementada através da selecção dos N_a em elementos de maior magnitude cujos índices correspondem a um TAC válido. Esta versão do algoritmo corresponde ao *Valid transmit Antenna Combination-Frequency Domain-Alternating Direction Method of Multipliers* (VTAC-FD-ADMM). Devido à alta complexidade que pode surgir caso o conjunto \mathbb{S} seja grande, pode-se então adotar uma projecção mais simples sobre um conjunto $\mathcal{C} = \{c: \|c\|_0 \leq N_a\}$ que inclui \mathbb{S} . A adoção de uma projecção mais simples é equivalente a uma restrição baseada na cardinalidade em vez de (33)

$$\|\mathbf{s}_t^p\|_0 \leq N_a, \quad t = 0, \dots, N-1, p = 0, \dots, N_u-1. \quad (52)$$

Embora esta abordagem possa resultar em soluções inválidas, ela tem a vantagem de simplificar a projecção uma vez que pode ser facilmente implementada colocando a zero os $N_{tx} - N_a$ elementos de menor magnitude. Esta segunda versão simplificada do algoritmo corresponde ao *Cardinality-Frequency Domain-Alternating Direction Method of Multipliers* (C-FD-ADMM).

O terceiro passo corresponde à minimização sobre o \mathbf{z} . A minimização do ALF em relação a \mathbf{z} pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{(q+1)} &= \min_{\mathbf{z}} \left\{ I_{\mathcal{A}_0^{NN_u N_{tx}}}(\mathbf{z}) + (\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}})\mathbf{z} + \mathbf{W})^H \mathbf{P}_z (\mathbf{S} - (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}})\mathbf{z} + \mathbf{W}) \right\} \\ &= \Pi_{\mathcal{A}_0^{NN_u N_{tx}}} \left((\mathbf{F}^H \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) (\mathbf{S}^{(q+1)} + \mathbf{W}^{(q)}) \right) \end{aligned} \quad (53)$$

onde $\Pi_{\mathcal{A}_0^{NN_u N_{tx}}}$ denota a projecção para $\mathcal{A}_0^{NN_u N_{tx}}$ que pode ser implementado como um simples arredondamento de cada componente para o elemento mais próximo em \mathcal{A}_0 .

O quarto e último passo consiste na actualização das variáveis duais. A actualização destas é realizada através da utilização de

$$\mathbf{U}^{(q+1)} = \mathbf{U}^{(q)} + \mathbf{S}^{(q+1)} - \mathbf{X}^{(q+1)} \quad (54)$$

$$\mathbf{W}^{(q+1)} = \mathbf{W}^{(q)} + \mathbf{S}^{(q+1)} - \mathbf{Z}^{(q+1)} \quad (55)$$

O algoritmo 1 resume as etapas de ambas as versões do algoritmo apresentado. O vector $\hat{\mathbf{S}}$ denota a estimativa final do algoritmo e Q é o número máximo de iterações. Nas linhas (30)-(34), I é o suporte de $\mathbf{x}^{(q+1)}$, \bar{I} é o respectivo complemento (i.e., $\bar{I} = \{1, \dots, N_t\} \setminus I$), e $\hat{\mathbf{S}}_I$ ($\hat{\mathbf{S}}_I^{candidate}$) é o vector reduzido $N_a N_u N \times 1$ que contém os elementos que não são zeros de $\hat{\mathbf{S}}$ ($\hat{\mathbf{S}}^{candidate}$) dados pelo suporte I .

Os passos abordados podem ser resumidos da seguinte forma: primeiro o receptor minimiza o erro $= S_{min}(\mathbf{x}, t)$, de seguida é feita uma projecção das antenas de modo a escolher as antenas, por fim é realizada uma projecção na modulação (por exemplo QPSK/64QAM) sendo $\mathbf{z} = \mathbf{S} + \mathbf{W}$.

De seguida é apresentado no domínio da frequência os receptores GSM-MIMO (VTAC-FD-ADMM e C-FD-ADMM).

Algorithm 1: Proposed Frequency Domain
GSM-MIMO Detectors (VTAC-FD-ADMM and
C-FD-ADMM)

- 1: **Input:** $\mathbf{Y}, \mathbf{H}, \mathbf{U}^0, \mathbf{W}^0, \mathbf{x}^0, \mathbf{z}^0, \mathbf{P}_x, \mathbf{P}_z, Q$
- 2: $\mathbf{X}^0 \leftarrow (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{x}^0, \mathbf{Z}^0 \leftarrow (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{z}^0.$
- 3: $f_{best} = \infty.$
- 4: **for** $q=0,1,\dots,Q-1$ **do**
- 5: **for** $k=0,1,\dots,N-1$ **do**
- 6:
$$\mathbf{S}_k^{(q+1)} = (\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k + \mathbf{P}_{x,k} + \mathbf{P}_{z,k})^{-1} (\mathbf{H}_k^H \mathbf{Y}_k + \mathbf{P}_{x,k} (\mathbf{X}_k^{(q)} - \mathbf{U}_k^{(q)}) + \mathbf{P}_{z,k} (\mathbf{Z}_k^{(q)} - \mathbf{W}_k^{(q)}))$$
- 7: **end for**
- 8a: $\mathbf{x}_t^{p(q+1)} \leftarrow \Pi_{\mathbb{S}}(\mathbf{r}_t^{p(q+1)}), t=0,\dots,N-1, p=0,\dots,N_u-1.$
(VTAC-FD-ADMM)
- 8a: $\mathbf{x}_t^{p(q+1)} \leftarrow \mathbf{r}_t^{p(q+1)}$ with $N_{tx} - N_a$ smallest
magnitude elements set to 0,
 $t=0,\dots,N-1, p=0,\dots,N_u-1$
(C-FD-ADMM)
- 9: $\mathbf{z}^{(q+1)} \leftarrow \Pi_{\mathcal{A}_0^{N N_u N_{tx}}}((\mathbf{F}^H \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}})(\mathbf{S}^{(q+1)} + \mathbf{W}^{(q)}))$
- 10: $\mathbf{X}^{(q+1)} \leftarrow (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{x}^{(q+1)},$
 $\mathbf{Z}^{(q+1)} \leftarrow (\mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_u N_{tx}}) \mathbf{z}^{(q+1)}$
- 11: $I \leftarrow \text{supp}(\mathbf{x}^{(q+1)})$
- 12: $\hat{\mathbf{s}}_I^{candidate} \leftarrow 0, \hat{\mathbf{s}}_I^{candidate} \leftarrow \Pi_{\mathcal{A}^{N_u N_u N}}(\mathbf{s}_I^{(q+1)}).$
- 13: **If** $f(\hat{\mathbf{s}}^{candidate}) < f_{best}$ **then**
- 14: $\hat{\mathbf{s}}_I \leftarrow 0, \hat{\mathbf{s}}_I \leftarrow \hat{\mathbf{s}}_I^{candidate}.$

```

15:    $f_{best} = f(\hat{\mathbf{s}}^{candidate})$ .
16: end if
17:    $\mathbf{U}^{(q+1)} = \mathbf{U}^{(q)} + \mathbf{S}^{(q+1)} - \mathbf{X}^{(q+1)}$ .
18:    $\mathbf{W}^{(q+1)} = \mathbf{W}^{(q)} + \mathbf{S}^{(q+1)} - \mathbf{Z}^{(q+1)}$ 
19: end for
20: Output:  $\hat{\mathbf{s}}$ .

```

4.2. Avaliação do receptor

Nesta secção do trabalho são estudadas e testadas detalhadamente as variáveis e os parâmetros que definem o receptor ADMM usando simulações de Monte Carlo. Os parâmetros estudados são o ρ , a cardinalidade e a variação do número de iterações e inicializações.

4.2.1 Parâmetro de penalidade (ρ)

O parâmetro ρ presente no algoritmo ADMM é um parâmetro de qualidade pois influencia o ritmo de convergência do algoritmo e a qualidade da solução de modo a obter-se o valor mais próximo possível do valor ideal. É importante referir que para cada cenário é necessário recalcular este parâmetro e que o maior valor pode não ser o melhor.

No estudo realizado o parâmetro ρ obteve os seguintes valores de 2.5, 5, 10, 15, 20, 25 e 30, tendo-se realizado 1000 *loops* para cada parâmetro. As modulações estudadas foram QPSK e a 64 QAM. O canal multipercurso considerado foi o *Extended Vehicular A* que pode ser observado na tabela 1.

Tabela 1 - Canal multipercurso, Extended Vehicular A.

Atrasos(ns)	Potência(dB)
0	0
30	-1.5
150	-1.4
310	-3.6
370	-0.6
710	-9.1
1090	-7.0
1730	-12.0
2510	-16.9

A dimensão dos blocos transmitidos, ou seja, a dimensão da FFT é 64. As inicializações correspondem a correr o ADMM de início com uma nova inicialização aleatória e encontra-se na Tabela 1 bem como as restantes variáveis do receptor.

Tabela 2 - Variáveis utilizadas no estudo do parâmetro ρ .

Variável	Valor
Ntx	4
Nu	16
Nrx	64
Máximo de iterações ADMM	20
Número de inicializações	10

Modulação QPSK

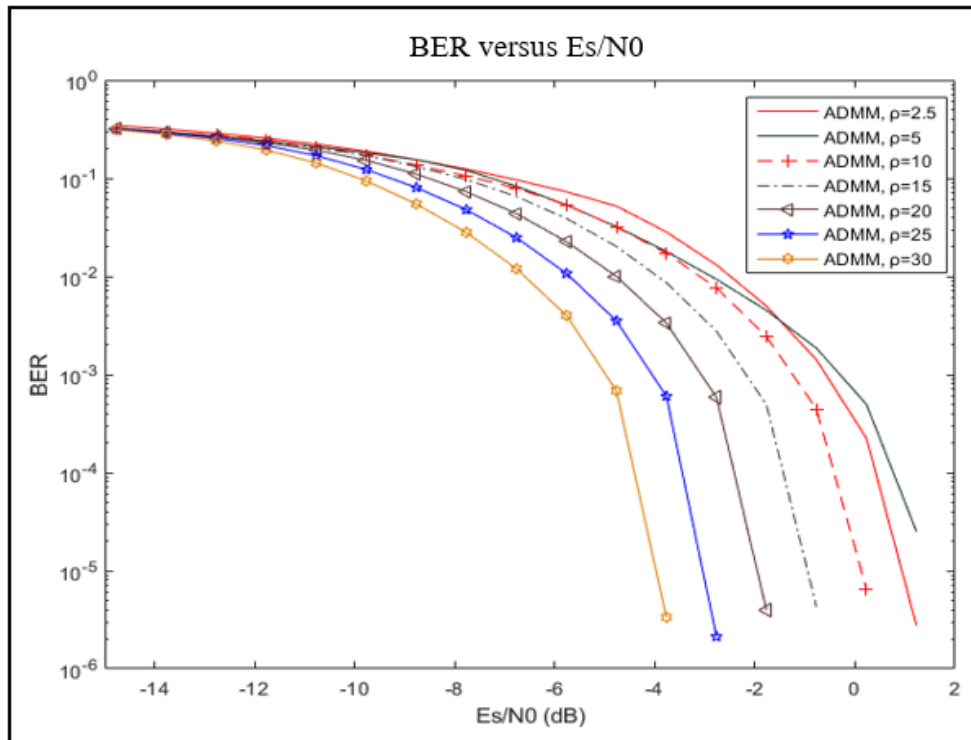


Figura 14 - Variação do parâmetro ρ , modulação QPSK.

A Figura 15 apresenta os resultados obtidos das simulações com o parâmetro ρ com a modulação QPSK, verifica-se que na Figura 15 os melhores valores para o BER são obtidos quando o ρ têm um valor superior a 20 inclusive.

A) Modulação 64 QAM

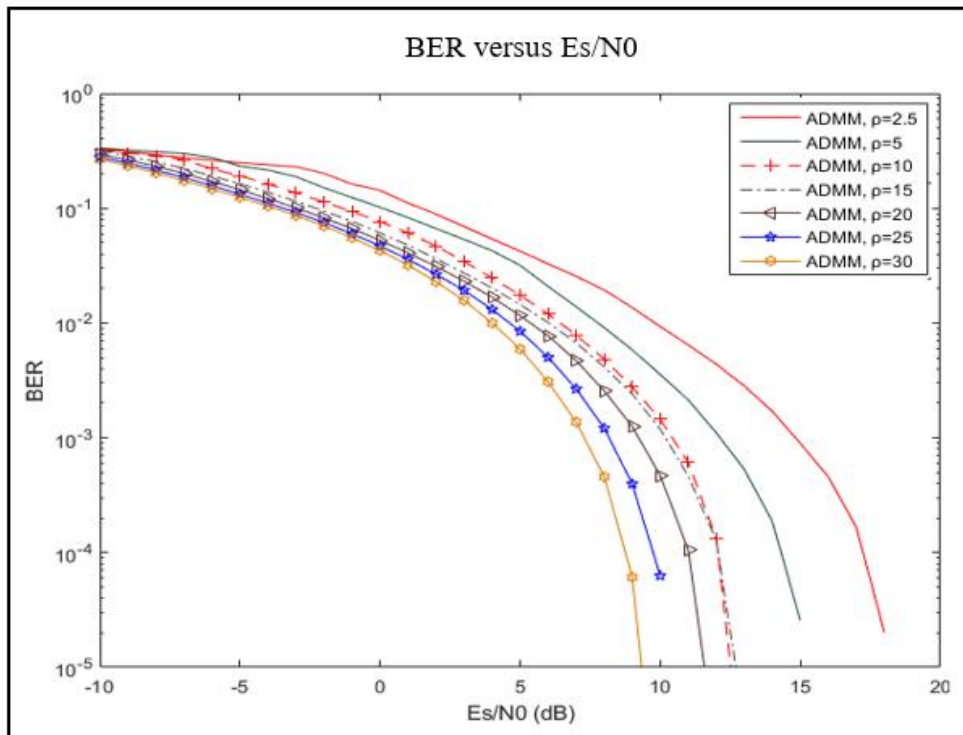


Figura 15 - Variação do parâmetro ρ , modulação 64QAM.

A Figura 16 apresenta os resultados obtidos das simulações com o parâmetro ρ com a modulação 64QAM, os melhores valores para o BER são obtidos quando o ρ têm um valor de 15, 20 e 25.

É importante referir que o parâmetro ρ depende imenso das variáveis que se encontram na tabela 1 e que uma alteração num dos parâmetros alteraria o parâmetro ρ .

Segundo o estudo realizado isolando o parâmetro ρ podemos concluir que os melhores valores de ρ de modo a se obter soluções próximas do modelo ideal são valores entre 15 e 25 para estes cenários.

4.2.2 Cardinalidade

O parâmetro cardinalidade do receptor ADMM permite escolher entre VTAC-FD-ADMM e C-FD-ADMM. Quando se usa o VTAC-FD-ADMM significa que a cardinalidade está desativada, isto é, o receptor avalia a TAC mais provável de estar ativa aumentando a complexidade do processamento. É importante referir que o receptor procura uma combinação mais provável e que esta solução pode não fazer parte do conjunto de soluções para o cenário em questão. Quando se utiliza o C-FD-ADMM significa que a cardinalidade se encontra ativa, ou seja, o receptor não se encontra preocupado com a combinação de antenas logo o receptor pode escolher combinações que não são válidas. A tabela 3 contém as variáveis utilizadas no estudo da cardinalidade.

Tabela 3 - Variáveis utilizadas no estudo da cardinalidade.

Variável	Valor
ρ	30
Ntx	4
Nu	16
Nrx	64
Máximo de iterações ADMM	20
Número de inicializações	10

Modulação QPSK

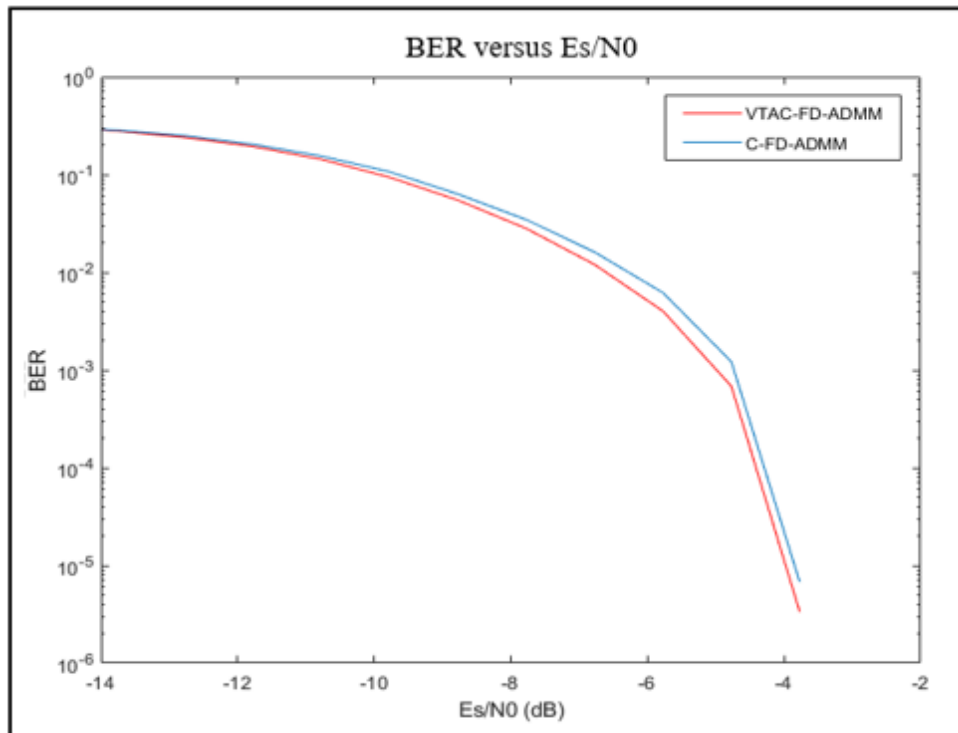


Figura 16 - Variação da cardinalidade, modulação QPSK.

Os resultados obtidos na Figura 17 demonstram que para a modulação QPSK os resultados mais positivos do BER são quando se usa o VTAC-FD-ADMM, devido à cardinalidade se encontrar ajustada para avaliar as combinações de antenas transmissoras mais prováveis de estarem ativas.

A) Modulação 64QAM

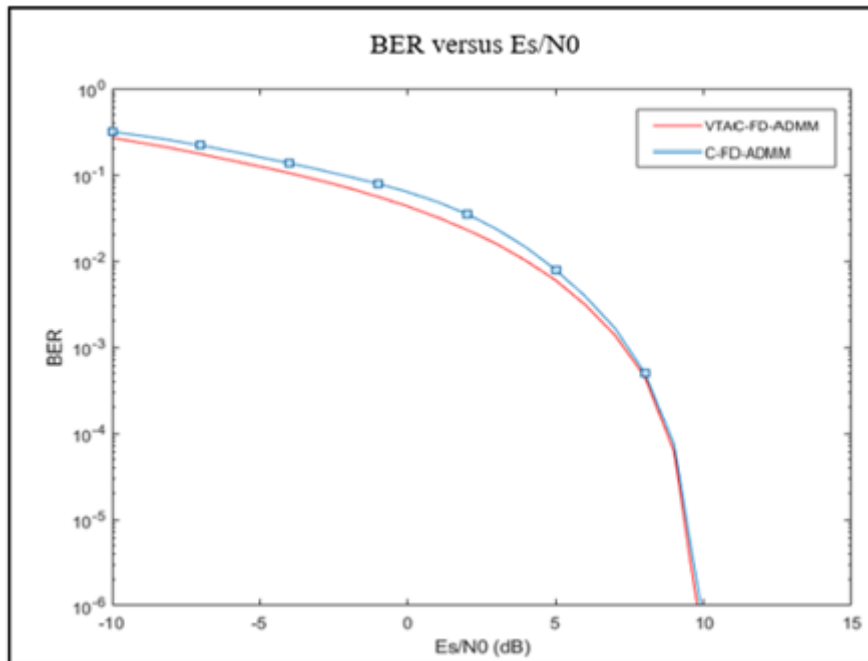


Figura 17 - Variação da cardinalidade, modulação 64QAM.

Os resultados obtidos na Figura 18 demonstram que para a modulação 64QAM os resultados mais positivos do BER são quando se usa o VTAC-FD-ADMM obtendo-se um E_s/N_0 de aproximadamente 10dB.

Observando os resultados para a modulação QPSK e 64QAM, pode-se concluir que para testar o receptor ADMM face aos outros receptores utilizar-se-á o VTAC-FD-ADMM o que significa que será ajustada de modo a avaliar a TAC mais provável de estar ativa. No entanto, para cenários em que o número de TAC's possíveis é muito elevado, utilizar o VTAC-FD-ADMM implica um custo adicional de complexidade.

4.2.3 Variação do número de Iterações e Inicializações

O receptor ADMM possui dois parâmetros que exercem o controlo do número de execuções que o algoritmo realizará. Estes parâmetros são o número de iterações que define o número de ciclos de aproximação à solução que serão executados e o número de inicializações que representa o número de vezes que o processo de iteração será iniciado e realizado. O produto do número de iterações pelo número de inicializações corresponde ao número total de iterações que o receptor ADMM irá realizar. Na tabela 4 contém as variáveis utilizadas no estudo do número de iterações e inicializações.

Tabela 4 - Variáveis utilizadas no estudo do número de iterações e inicializações

Variável	Valor
ρ	20
Ntx	4
Nu	16
Nrx	64

A) Modulação QPSK

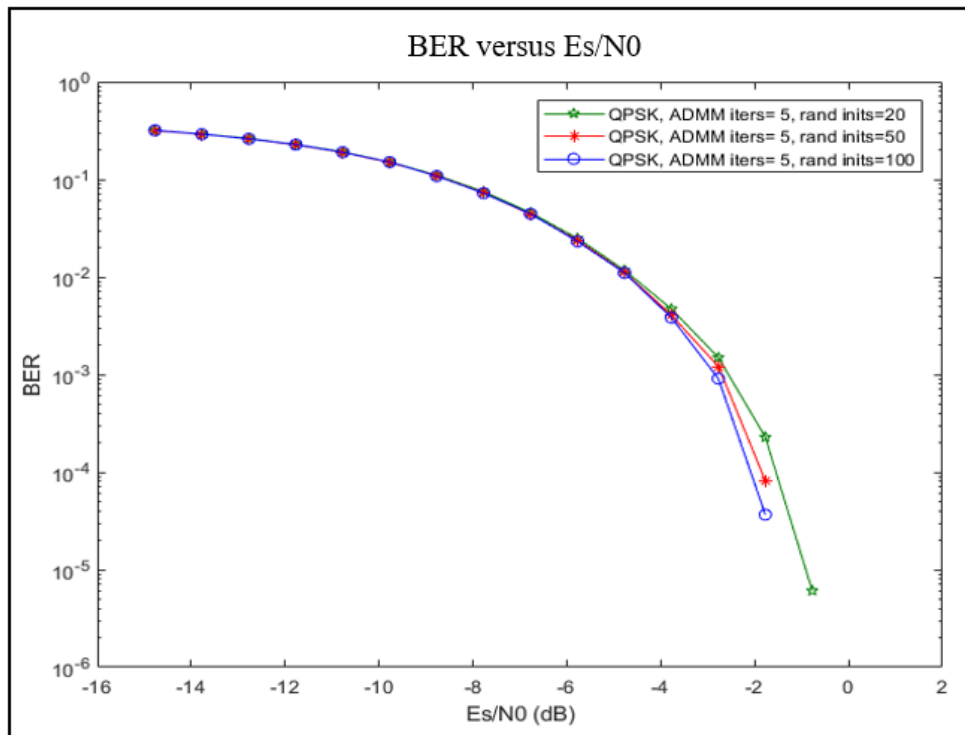


Figura 18 - Variação das inicializações com 5 iterações, modulação QPSK.

Na Figura 19 para a modulação QPSK variou-se o número de inicializações. O número de iterações permaneceu fixo em 5. Verifica-se que o melhor resultado é quando o número das inicializações se encontra mais elevado, o que está representado a azul. É possível observar que a grande diferença se encontra sensivelmente entre -2dB e -1dB.

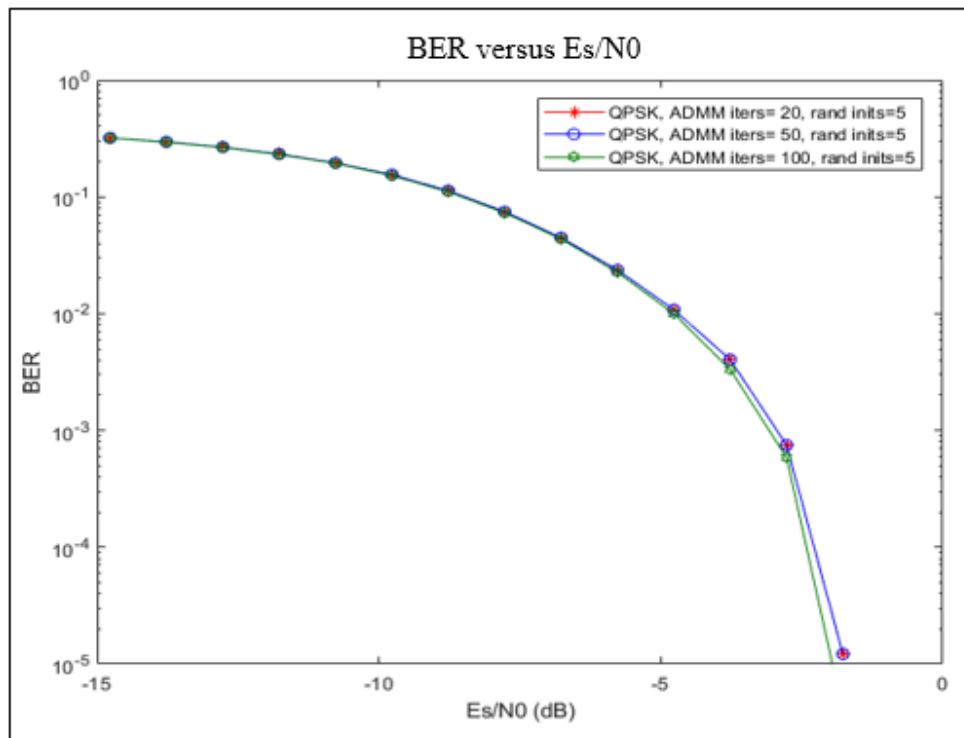


Figura 19 - Variação das iterações com 5 inicializações, modulação QPSK.

Na Figura 20 para a modulação QPSK variou-se o número de iterações e o número de inicializações permaneceu fixo em 5. Verifica-se que o melhor resultado ocorre quando o número das iterações é elevado (curva a verde).

B) Modulação 64QAM

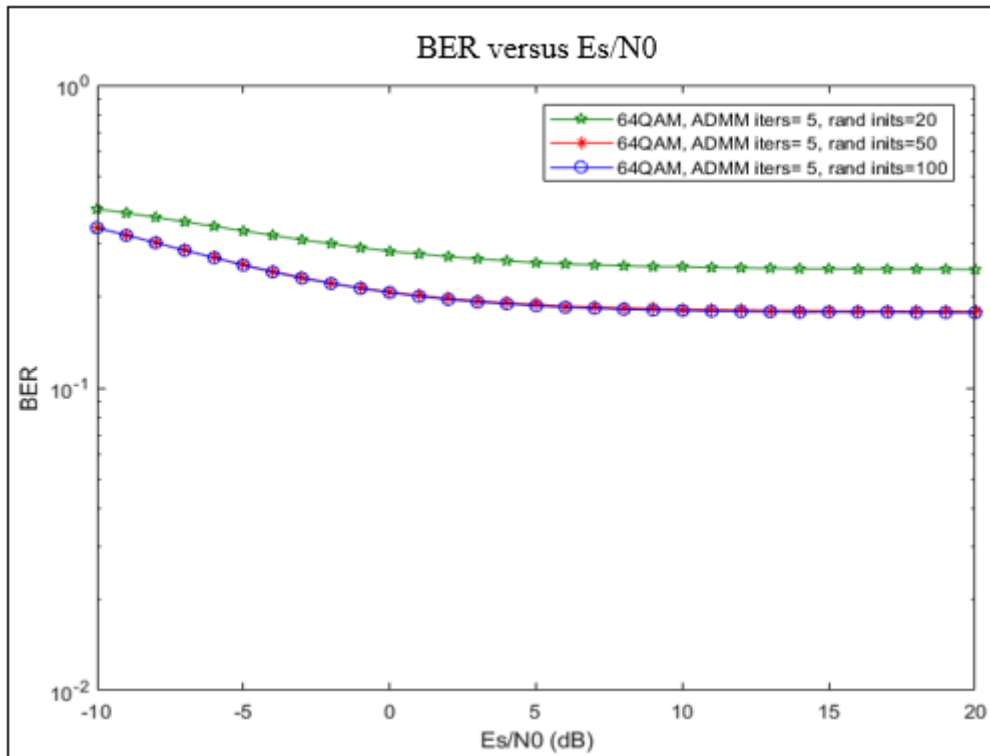


Figura 20 - Variação das inicializações com 5 iterações, modulação 64QAM.

Como é possível observar na Figura 21, o cenário que apresenta melhores resultados é o cenário em que o número de inicializações é mais elevado como verificado na modulação QPSK. Observa-se uma diferença entre o cenário com 20 inicializações e os cenários com 50 e 100 inicializações tendo se verificado que entre 50 e 100 as curvas estão sobrepostas o que indica que o melhor resultado é o cenário com 50 inicializações pois apresenta o mesmo resultado que o cenário com 100 inicializações, mas com menos poder computacional.

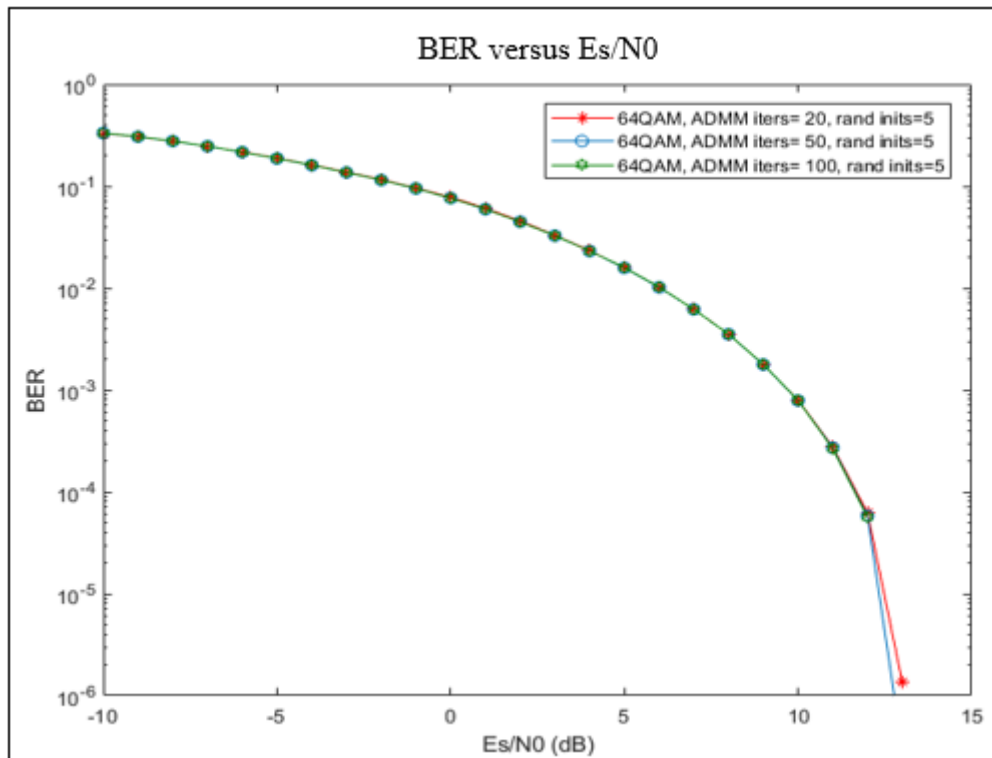


Figura 21 - Variação das iterações com 5 inicializações, modulação 64QAM.

A Figura 22 apresenta a variação das iterações com 5 inicializações para a modulação 64QAM. Verifica-se que o quanto maior o número de iteração melhor é o resultado como na Figura 20 para modulação QPSK. Salientar que comparando as duas Figuras, por exemplo o caso 5x20 com o 20x5, apesar de no total dar o mesmo número de iterações, os resultados são bem melhores com 20 iterações e apenas 5 inicializações. Isto significa que é importante ter um número mínimo de iterações por inicialização, mas não é necessário ser demasiado alto já que os ganhos são pequenos como se verifica nas curvas com 50 e 100 iterações.

Para os cenários QPSK e 64QAM verificou-se que quanto maior é o número de iterações e inicializações do ADMM, melhores são os resultados obtidos pois o produto dos dois parâmetros indica o total de iterações que o receptor ADMM realizará. O produto de 5 iterações por 20 inicializações e 20 iterações por 5 inicializações é igual, mas segundo o estudo realizado é preferível ter um número superior de iterações do que inicializações.

Capítulo 5 – Resultados para sistemas SC-GSM-MIMO

O capítulo 5 do trabalho contém os resultados da comparação entre os receptores ADMM, MMSE e Zero Forcing para cenários diferentes. Os valores utilizados para o receptor ADMM foram sempre os melhores obtidos do estudo realizado no capítulo 4. Os resultados que se seguem encontram-se agrupados por modulação, QPSK e 64 QAM.

5.1. Resultados das simulações

Na tabela 5 contém as variáveis utilizadas na comparação entre os receptores ADMM, MMSE e Zero Forcing.

Tabela 5 - Variáveis utilizadas na comparação entre os receptores.

Variável	Valor
Blocos transmitidos	64
Ntx	4
Nu	16

A) Modulação QPSK

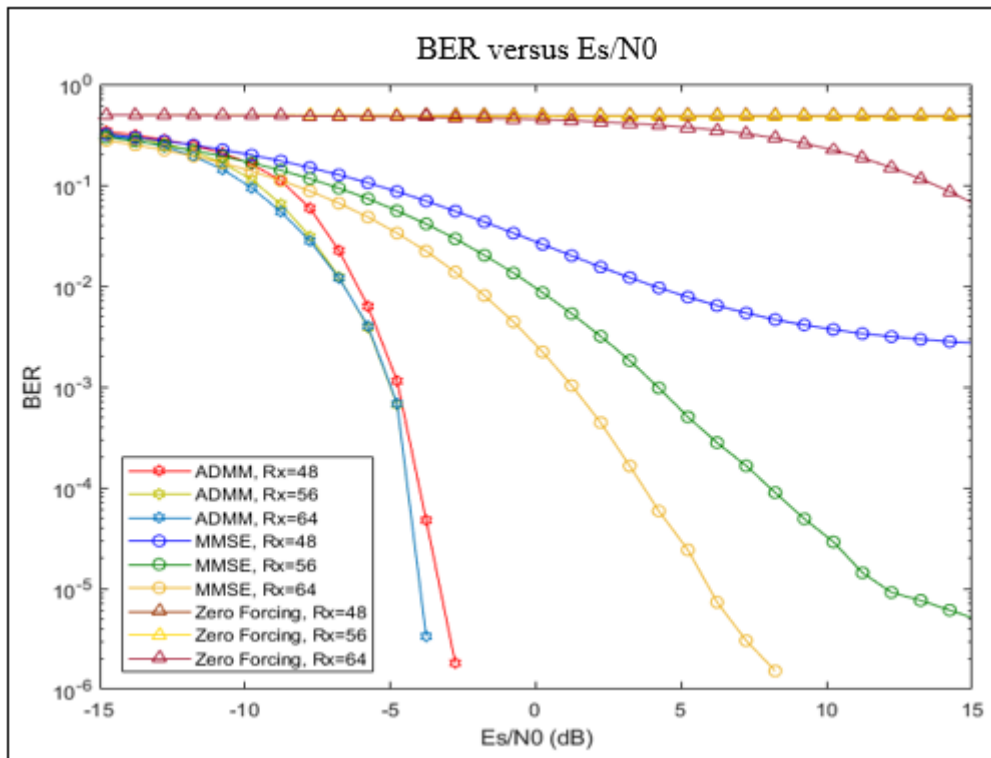


Figura 22 - Variação das antenas receptoras com 1 antena ativa, modulação QPSK.

Na Figura 23 observam-se os receptores ADMM, o MMSE e o Zero Forcing com a modulação QPSK. Os cenários apresentados na Figura 23 são constituídos por $N_t=4$, $N_a=1$, $N_u=16$ e o Rx toma os valores de 48, 56 e 64 para cada receptor. Para estes cenários as curvas de BER com os melhores resultados são claramente as do ADMM com Rx=48, 56 e 64 destacando-se a curva do ADDM com Rx=64 que apresenta o melhor resultado. É notório que à medida que o número de Rx aumenta para cada receptor, melhores são os resultados obtidos dos mesmos, verificando-se através da diminuição da relação sinal ruído.

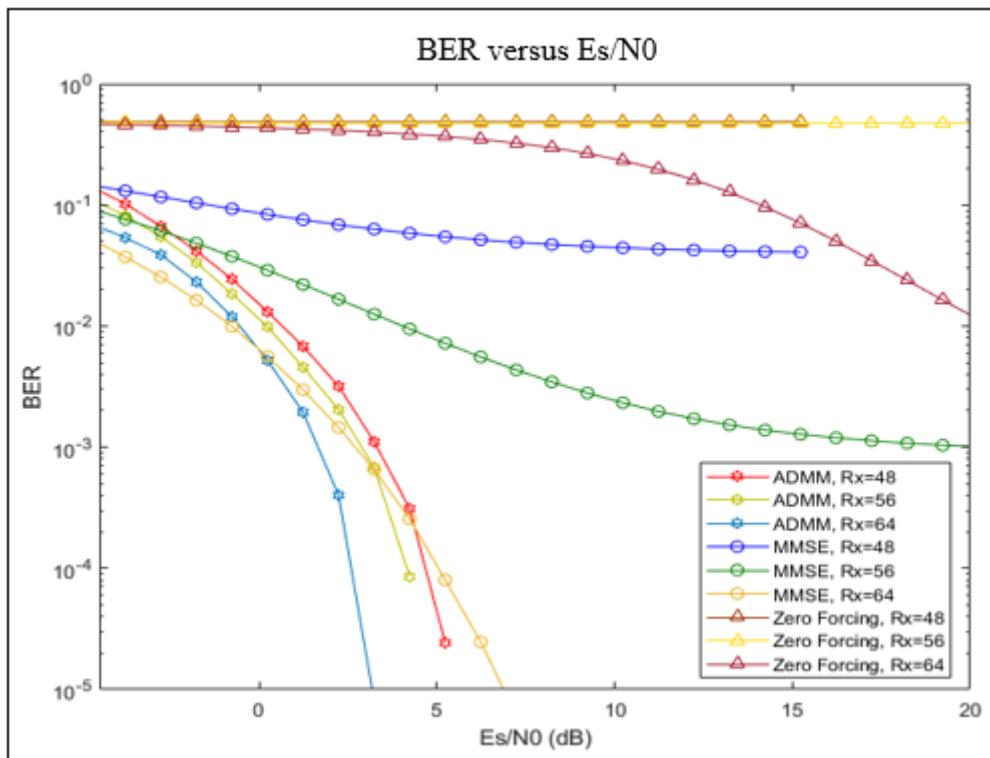


Figura 23 - Variação das antenas receptoras com 2 antena ativa, modulação QPSK.

Na Figura 24 observam-se os receptores ADMM, o MMSE e o Zero Forcing com a modulação QPSK. Os cenários apresentados na Figura 24 são constituídos por $N_t=4$, $N_a=2$, $N_u=16$ e o Rx toma os valores de 48, 56 e 64 para cada receptor. Para estes cenários as curvas de BER com os melhores resultados são novamente as do ADMM com Rx=48, 56 e 64 destacando-se a curva do ADDM com Rx=64. É de salientar que apesar do receptor MMSE ter um bom comportamento com 64 antenas, assim que o número diminui o desempenho piora consideravelmente, ao contrário do ADMM que continua sempre a ter as curvas a cair rapidamente. A diferença do ADMM com 48 antenas para 56 antenas é de 0.5dB e do ADDM com 56 antenas para 64 antenas é de 1.3dB para um BER com o valor de 10^{-4} . Com o aumento do número de antenas activas, existe mais interferência entre sinais e, logo a detecção fica mais difícil. No entanto o ADMM ainda se continua a comportar bem em termos de desempenho do BER.

B) Modulação 64QAM

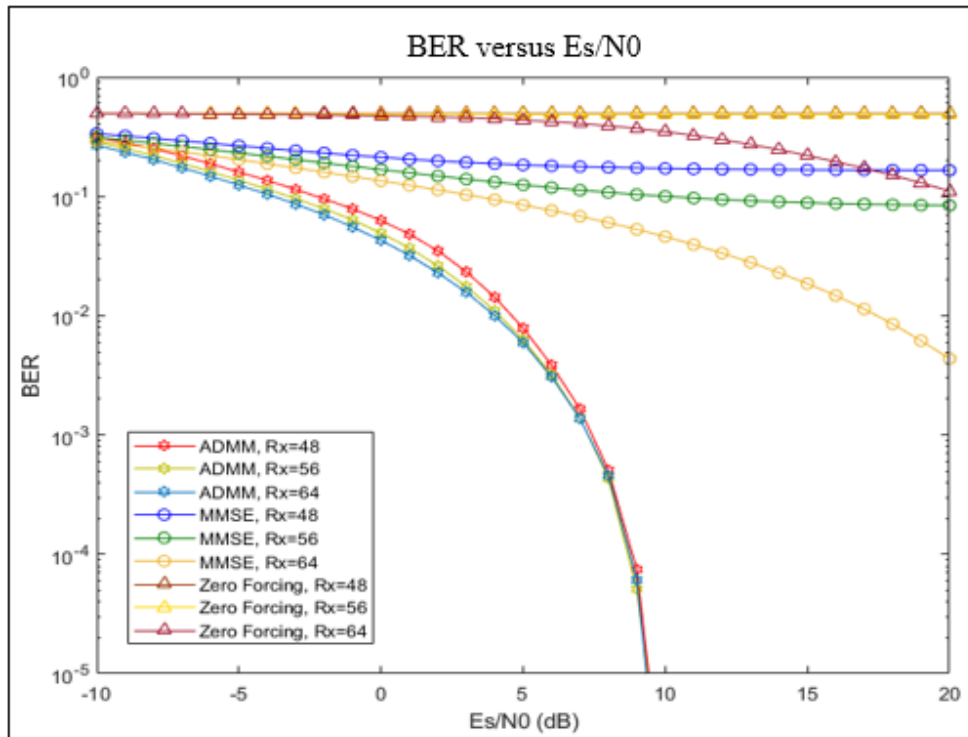


Figura 24 - Variação das antenas receptoras com 1 antena ativa, modulação 64QAM.

Na Figura 25 observam-se os receptores ADMM, o MMSE e o Zero Forcing com a modulação 64QAM. É possível verificar que as curvas de BER que apresentam os melhores resultados são mais uma vez as do receptor ADMM, tendo valores muito semelhantes para E_s/N_0 entre 9dB e 10 dB. O BER com o valor de 10^{-4} apenas é atingido pelo receptor ADMM. Comparando os valores obtidos na Figura 25 com os resultados obtidos na Figura 24, verifica-se que os melhores resultados são obtidos na Figura 24 com a modulação QPSK e $N_a=1$.

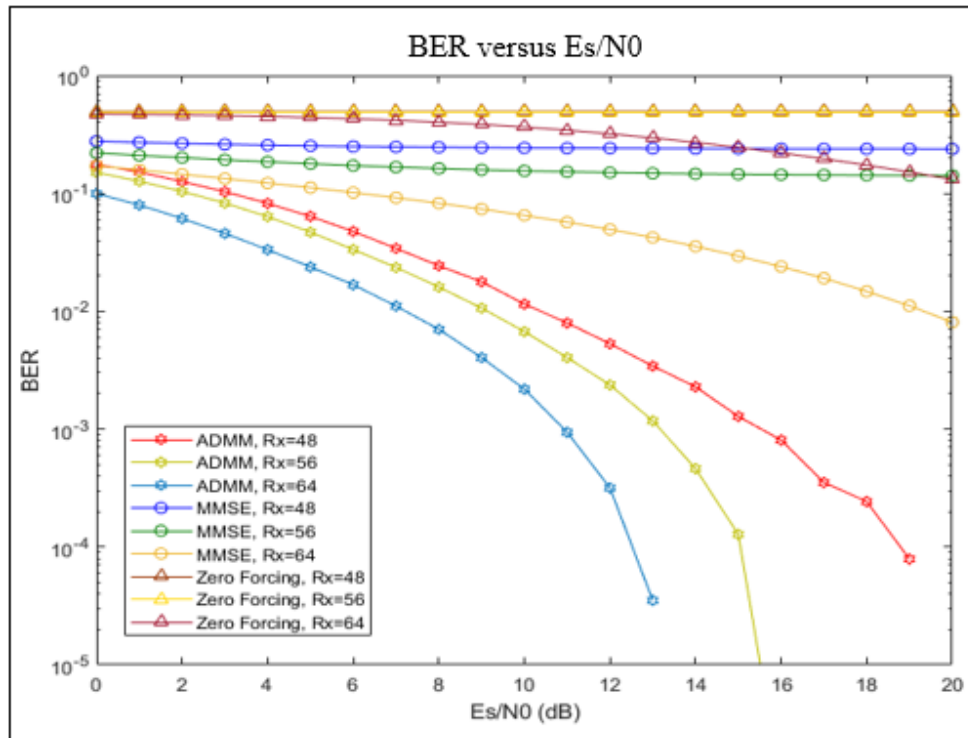


Figura 25 - Variação das antenas receptoras com 2 antena ativa, modulação 64QAM.

Na Figura 26 observam-se os receptores ADMM, o MMSE e o Zero Forcing com a modulação 64QAM. Os cenários apresentados na Figura 26 são constituídos por $N_t=4$, $N_a=2$, $N_u=16$ e o Rx toma os valores de 48, 56 e 64 para cada receptor. Verifica-se que o ADMM mantém os melhores resultados, destacando a curva a azul que corresponde ao ADMM com Rx=64 que atinge o BER de 10^{-4} com um SNR de 13dB. A medida que o número de Rx diminui, como esperado, os resultados são piores.

No geral, com o aumento do número de antenas activas, existe mais interferência entre sinais, logo a detecção fica mais difícil. Os resultados dos receptores melhoraram à medida que o número de Rx aumentaram e foram piorando com a modulação, devido à modulação 64QAM ser mais sensível à interferência. O ADMM quando comparado com os receptores Zero Forcing e MMSE verificou-se que independentemente da modulação e do Rx, os resultados mais favoráveis foram do receptor ADMM. Nos casos apresentados o ADMM não revelou existência de patamares de ruído irreduzíveis nos intervalos simulados, ao contrário dos outros receptores.

Capítulo 6 – Conclusões

6.1. Conclusões

O trabalho visa estudar os receptores de baixa complexidade para sistemas SC e modulações GSM de modo a reduzir o número de cadeias RF no emissor, o que permite tornar o sistema mais eficiente. No decorrer do trabalho foi realizada uma análise e descrição detalhada do receptor ADMM com intuito de demonstrar que o ADMM pode ser uma alternativa eficaz em relação a outros receptores. Em primeiro lugar, foi realizado um estudo dos parâmetros que constituem o ADMM de modo a configurar corretamente o receptor. De seguida através da configuração dos parâmetros do ADMM, este é comparado com o MMSE e o Zero Forcing.

Do estudo realizado aos parâmetros do ADMM verificou-se que o ρ permite melhorar os resultados de SNR, mas necessita de ser modificado caso ocorra alguma alteração no cenário.

O VTAC-FD-ADMM permite obter melhores resultados dado que o receptor vai avaliar a TAC que é mais provável estar ativa, mas aumenta a complexidade do processamento. O C-FD-ADMM contém uma complexidade menor devido ao receptor não ligar às combinações de antenas, o que pode levar a combinações inválidas e aumento do erro.

O número de iterações e inicializações realiza o controlo do número de execuções do algoritmo, o que permite obter melhores resultados tendo em conta que ao aumentar o número de iterações e inicializações, a complexidade do processamento aumenta. A ideia esperada era mostrar que não ligando às combinações válidas (C-FD-ADMM), a complexidade é menor e o desempenho piora pouco, sendo uma boa opção.

O aumento do número de antenas activas proporciona uma maior interferência entre sinais o que torna a detecção mais difícil, contudo o receptor ADMM comportou-se bem em termos de desempenho BER. O receptor ADMM, como referido no capítulo 5, não revelou existência de patamares de ruído irredutíveis ao contrário dos receptores MMSE e Zero Forcing. A partir dos resultados das simulações podemos retirar que o ADMM é uma alternativa eficiente, pois obteve os melhores resultados para as modulações QPSK e 64 QAM nos diversos cenários em comparação com os receptores Zero Forcing e MMSE.

6.2. Propostas de investigação futura

O parâmetro de penalidade (ρ) é um dos parâmetros mais importantes do receptor ADMM, mas variando o cenário obriga a uma alteração no valor de ρ . Para futuros trabalhos de modo a maximizar o estudo do ADMM seria importante desenvolver um método capaz de efectuar selecção automática do parâmetro ρ adequado de acordo com o cenário. Na apresentação do algoritmo apresentou-se uma versão que permite usar ρ diferentes para cada símbolo. No estudo feito, simplificou-se usando ρ iguais para todos. Uma extensão do trabalho seria também estudar a utilização de diferentes ρ o que poderá fazer sentido quando os diferentes utilizadores têm potências diferentes.

Referências

- [1] K. M. Humadi, A. I. Sulyman, and A. Alsanie, “Spatial modulation concept for massive multiuser MIMO systems,” *Int. J. Antennas Propag.*, vol. 2014, 2014.
- [2] M. Salah, O. A. Omer, and U. S. Mohammed, “2017 , 34 th NATIONAL RADIO SCIENCE CONFERENCE Arab Academy for Science , Technology & Maritime Transport Damping Shift Keying (Dsk): A New Modulation Space for Single Carrier Communications 2017 , 34 th NATIONAL RADIO SCIENCE CONFERENCE Arab Academy fo,” no. Nrsc, pp. 309–316, 2017.
- [3] M. Di Renzo, H. Haas, A. Ghrayeb, S. Sugiura, and L. Hanzo, “Spatial modulation for generalized MIMO: Challenges, opportunities, and implementation,” *Proc. IEEE*, vol. 102, no. 1, pp. 56–103, 2014.
- [4] M. Di Renzo, H. Haas, A. Ghrayeb, S. Sugiura, L. Hanzo, and L. H. Spatial, “Spatial Modulation for Generalized MIMO : Challenges , Opportunities and Implementation To cite this version : Spatial Modulation for Generalized MIMO : Challenges , Opportunities and Implementation,” no. 4, pp. 1–95, 2013.
- [5] A. Younis, N. Serafimovski, R. Mesleh, and H. Haas, “Generalised spatial modulation,” *Conf. Rec. - Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput.*, no. December, pp. 1498–1502, 2010.
- [6] P. Yang *et al.*, “Single-carrier SM-MIMO: A promising design for broadband large-scale antenna systems,” *IEEE Commun. Surv. Tutorials*, vol. 18, no. 3, pp. 1687–1716, 2016.
- [7] R. Rajashekar and K. V. S. Hari, “Low Complexity Maximum Likelihood Detection in Spatial Modulation Systems,” no. June, pp. 1–22, 2012. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/1206.6190v1.pdf> (Acedido em Fevereiro de 2018)
- [8] M. S. Khan and E. C. Engineering, “Low-Complexity Detection and Precoding in High Spectral Efficiency Large-MIMO Systems Acknowledgments,” *Electr. Commun.*, vol. 012, no. March, 2010.
- [9] T. D. E. Informação, “Comunicações a longas distâncias,” pp. 1–8, 2015.

Disponível em:

http://www.fq.ciberprof.com/pdf/Comunica%C3%A7%C3%A3o%20a%20longas%20dist_2015_1parte.pdf (Acedido em Fevereiro de 2018)

- [10] C. Oliveira and C. Fernandes, “ABC das Ondas ElectroMagnéticas,” pp. 1–13. http://monit.it.pt/downloads/file127_pt.pdf (Acedido em Março de 2018)
- [11] “2. Canal de rádio propagação móvel.” https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/15393/15393_4.PDF (Acedido em Março de 2018)
- [12] D. Tse and B. P. Viswanath, “Fundamentals of Wireless Communication 1,” 2004. https://pdfs.semanticscholar.org/2e86/3f3470e3a1eb25f00bb844c3bd4a480317ae.pdf?_ga=2.174691366.583181179.1545089024-775597397.1545089024 (Acedido em Abril de 2018)
- [13] W. Fischer, “Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM),” *Digit. Telev.*, pp. 235–255, 2004.
- [14] P. P. Schniter, “FREQUENCY-DOMAIN EQUALIZATION OF SINGLE CARRIER TRANSMISSIONS OVER DOUBLY SELECTIVE CHANNELS Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the Graduate School of The Ohio State University By Dissertation Commi,” *Simulation*, 2007.
- [15] F. Pancaldi, G. M. Vitetta, R. Kalbasi, N. Al-Dhahir, M. Uysal, and H. Mheidat, “Single-carrier frequency domain equalization,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 25, no. 5, pp. 37–56, 2008.
- [16] N. Al-Dhahir, M. Uysal, and H. Mheidat, “Single-carrier frequency domain equalization,” *IEEE Signal Process. Mag.*, no. September 2008, pp. 2–23, 2008.
- [17] Silva M.; Correia A.; Dinis R.; N.S Souto; J.C. Silva.; (eds.), “Transmission Techniques for Emergent Multicast and Broadcast Systems,” *CRC Press. Boca Raton*, 2010.
- [18] A. Pitarokoilis, *On the performance of Massive MIMO systems with single carrier transmission and phase noise*, no. 1618. 2013, tese de Licenciatura, Universidade de Linköping, disponível em:
<http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:647960/FULLTEXT01.pdf> (Acedido

em Abril de 2018)

- [19] L. Zheng and D. N. C. Tse, “Diversity and multiplexing: A fundamental tradeoff in multiple-antenna channels,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 5, pp. 1073–1096, 2003.
- [20] C. R. Shah, “Performance and Comparative Analysis of SISO ,” vol. 9, no. 1, pp. 1–14, 2017. ,Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro, disponível em: <https://ria.ua.pt/bitstream/10773/18728/1/MIMO%20processing%20techniques%20for%20heterogeneous%20cellular%20systems.pdf> (Acedido em Abril de 2018)
- [21] J. André and F. Aido, “Técnicas de Processamento MIMO para Sistemas Celulares Heterogéneos MIMO Processing Techniques for Heterogeneous Cellular Systems,” 2015.
- [22] C. From, “Spatial Modulation for Multiple-Antenna Wireless Systems : A Survey,” no. December, pp. 182–191, 2011.
- [23] R. Nunes and T. Abrão, “Modulação Espacial para Sistemas de Comunicação MIMO,” *Semin. Ciências Exatas e Tecnológicas*, vol. 32, no. 2, pp. 197–214, 2012.
- [24] L. Xiao *et al.*, “A Low-Complexity Detection Scheme for Differential Spatial Modulation,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 19, no. 9, pp. 1516–1519, 2015.
- [25] A. Younis, N. Serafimovski, R. Mesleh and H. Haas, “Generalised spatial modulation,” *Proc. Signals Syst. Comput. Pacific Grove, CA, USA*, p. 1498–1502, Nov.2010.
- [26] W. Liu, N. Wang, M. Jin, and H. Xu, “Denoising detection for the generalized spatial modulation system using sparse property,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 18, no. 1, pp. 22–25, 2014.
- [27] L. Xiao *et al.*, “Efficient Compressed Sensing Detectors for Generalized Spatial Modulation Systems,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. PP, no. 99, p. 1, 2016.
- [28] J. Fu, C. Hou, W. Xiang, L. Yan, and Y. Hou, *Generalised spatial modulation with multiple active transmit antennas*, no. December 2010. 2010.
- [29] J. Wang, S. Jia, and J. Song, “Generalised Spatial Modulation System with Multiple Active Transmit Antennas and Low Complexity Detection Scheme,”

IEEE Trans. Wirel. Commun., vol. 11, no. 4, pp. 1605-1615, Apr. 2012.

- [30] T. L. Narasimhan, P. Raviteja, and A. Chockalingam, "Large-scale multiuser SM-MIMO versus massive MIMO," in *2014 Information Theory and Applications Workshop, ITA 2014 - C[1]* T. L. Narasimhan, P. Raviteja, and A. Chockalingam, "Large-scale multiuser SM-MIMO versus massive MIMO," in *2014 Information Theory and Applications Workshop, ITA 2014 - Conference Proceed*, 2014.
- [31] N. Souto and H. Lopes, "Efficient Recovery Algorithm for Discrete Valued Sparse Signals using an ADMM Approach," *IEEE Access*, vol. 5, 2017.
- [32] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, 2006.
- [33] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.
- [34] J. Seguro, P. Gomes, N. Souto, A. Correia, and R. Dinis, "Rotation matrices for OFDM transmission," *EUROCON 2011 - Int. Conf. Comput. as a Tool - Jt. with Conftele 2011*, 2011.
- [35] "Detecção Multiusuário." Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/15393/15393_4.PDF (Acedido em Maio de 2018)
- [36] S. Boyd, "Alternating Direction Method of Multipliers," *Proc. 51st IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 3, no. 1, pp. 1–44, 2011.
- [37] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, "Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers," *Found. Trends Mach. Learn.*, vol. 3, no. 1, pp. 1–122, 2011.