

Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa



AVALIAÇÃO DA PERFORMANCE DE MODELOS DE
VALUE-AT-RISK EM MERCADOS EMERGENTES

Uma Aplicação aos Mercados da Bulgária e da Roménia

Darina Todorova

Tese de
Mestrado em Finanças

Orientador:

Prof. Doutor João Pedro Pereira, Prof. Auxiliar, ISCTE Business School, Departamento
de Finanças

Co-orientador:

Prof. Doutor Ilyan Georgiev, Prof. Auxiliar, UNL, Faculdade de Economia

Maio 2009

Resumo

A presente tese incide na área das finanças ligada à previsão e à modelação do risco do mercado em duas economias emergentes da Europa de Leste: a Bulgária e a Roménia. O potencial de crescimento nos seus mercados de capitais e a sua integração na União Europeia fomentam um aumento do investimento por parte das instituições financeiras de origem estrangeira. Todavia, estes mercados são caracterizados por uma elevada volatilidade e uma fraca liquidez e, logo sujeitos a maiores riscos. Para se prevenirem de perdas inesperadas, que possam causar graves dificuldades financeiras ou até, pôr em causa a sua solvência, as instituições financeiras que operam nestes mercados necessitam de desenvolver modelos adequados de previsão do risco.

Neste estudo são aplicadas técnicas de *backtesting* (Kupiec's test, 1995, e Christoffersen's Markov test, 1998), na avaliação da performance de diferentes metodologias de previsão do *Value-at-Risk* nos dois mercados. São consideradas abordagens paramétricas baseadas em distribuições condicionadas Normal e t-Student (com variância constante ou variável) e em *Generalized Pareto Distribution*, além de uma abordagem não paramétrica (Simulação Histórica). A principal conclusão é de que os métodos baseados na distribuição condicionada t-Student, com *Exponentially Weighted Moving Average* são mais precisos na previsão das perdas extremas. O resultado corrobora os factos estilizados de que: (i) as séries temporais financeiras costumam apresentar caudas pesadas e *clusters* na volatilidade, (ii) nos mercados emergentes as perdas extremas são mais frequentes do que nos mercados desenvolvidos, e (iii) as metodologias que assumem a normalidade para os retornos subestimam o VaR para níveis de confiança elevados.

Palavras-chave: Value-at-Risk; Teoria dos Valores Extremos (EVT); Exponentially Weighted Moving Average (EWMA); Mercados Emergentes.

JEL Classification: G11, G20, G23, G28

Abstract

This thesis is about modelling and forecasting stock market risk in two emerging East European economies: Bulgaria and Romania. The potential for stock market growth in both countries and their integration into the European Union have triggered an increase in investments by foreign financial institutions. However, due to high return volatility and low liquidity, investments in those markets are considered high-risk. In order to prevent unexpected losses, which may cause financial difficulties or even insolvency, financial institutions operating there need to develop accurate models for the estimation of market risk exposure.

In the present study, backtesting techniques (Kupiec's test, 1995, and Christoffersen's Markov test, 1998) are employed to evaluate the performance of several Value-at-risk (VaR) methodologies in both markets. In particular, parametric approaches based on Normal and Student-t conditional distributions (with time-varying and constant variance), and on the Generalized Pareto Distribution (GPD) are considered, as well as the non parametric approach of historical simulation. The main conclusion is that methods based on the Student-t conditional distribution, with exponentially weighted moving average (EWMA) specification of the variance, predict extreme losses best. This agrees with the stylized facts that (i) financial time-series tend to exhibit fat tails and clustering volatility, (ii) in emerging markets extreme losses are usually more frequent than in mature markets, and (iii) at high confidence levels, methodologies assuming normality of the returns typically underestimate the actual VaR even for mature markets.

Keywords: Value-at-Risk; Extreme-Value Theory (EVT); Exponentially Weighted Moving Average (EWMA); Emerging Markets.

JEL Classification: G11, G20, G23, G28

Sumário Executivo

A presente tese incide sobre a área das finanças ligada à avaliação e à gestão do risco do mercado, utilizando modelos estatísticos baseados no conceito do *Value-at-Risk (VaR)*. O objectivo deste trabalho é de estudar até que ponto os modelos do VaR, que foram desenvolvidos para os mercados “maduros” são apropriados para estimar o valor em risco nos mercados emergentes da Europa de Leste. O estudo foca-se em particular nos mercados de dois países: da Bulgária e da Roménia, que adquiriram o estatuto de membros na UE no ano de 2007. A integração destas duas economias no mercado da UE promove o aumento do investimento por parte das instituições do mercado segurador e bancário e, por isso, motiva um crescente interesse em estudar aspectos ligados à liquidez e à volatilidade que as caracteriza. Todavia, a sua maior integração na economia global e a sua elevada dependência de investimentos de origem estrangeira, faz com que estes dois mercados sejam mais vulneráveis perante os efeitos da actual crise financeira mundial. As instituições financeiras, que operam nestes mercados, necessitam de possuir um sistema adequado de gestão e controlo de risco para prevenir as catástrofes em momentos de crise. Um modelo inadequado ou extremamente simplista dos fenómenos do mercado financeiro pode fazer incorrer as instituições financeiras em grandes perdas e pôr em causa a sua sobrevivência com efeitos negativos para a estabilidade de todo o sistema financeiro.

Para investigar a plausibilidade dos modelos do VaR tradicionais nos mercados emergentes, neste trabalho, é apresentado um desenvolvimento prático de diferentes metodologias estatísticas para a mensuração do risco de mercado. Entre estas metodologias, as mais utilizadas na previsão do VaR são aquelas que supõem a normalidade da distribuição dos retornos. No entanto, é um facto conhecido que as distribuições dos retornos das séries financeiras costumam apresentar caudas mais pesadas do que a distribuição normal. Por conseguinte, os métodos tradicionais subestimam o Valor em Risco para os níveis de confiança muito elevados e revelam-se ineficazes sob condições extremas, fundamentando deste modo a procura de métodos mais sofisticados. Num contexto de mercados emergentes, caracterizados por uma falta de liquidez, elevada volatilidade e sujeitos a maiores e mais frequentes quedas abruptas (susceptíveis de causar grandes perdas), justifica-se ainda mais a procura de modelos alternativos para estimar os riscos associados aos eventos extremos.

Neste estudo são utilizadas metodologias paramétricas, baseadas nas distribuições condicionadas Normal e Student (com variância constante ou variável), na GPD (*Generalized Pareto Distribution*) e não paramétricas (Simulação Histórica). As metodologias são aplicadas e comparadas em três séries financeiras: nos índices bolsistas SOFIX, BET e ATG respectivamente da Bulgária, Roménia e Grécia. Com a inclusão do índice bolsista da Grécia, procurou-se possibilitar uma comparação entre a performance dos modelos do VaR em mercados financeiros com diferentes estádios de desenvolvimento, atendendo às especificidades locais da Península Balcânica. Para determinar os modelos mais apropriados para cada um dos mercados, as estimativas do VaR fornecidas pelos diferentes métodos foram validadas através dos testes de Kupiec e de Christoffersen. Com o propósito de analisar, ainda os efeitos da actual crise financeira, o estudo é feito contemplando em separado dois períodos temporais: o período menos volátil entre os anos de 2004 e de 2007 e o ano de 2008 (um período de elevada turbulência e de desvalorização para os três mercados).

De acordo com os resultados desta pesquisa, verificou-se que as três séries dos retornos logarítmicos do SOFIX, BET e ATG não seguem uma distribuição Normal e não são independentes no tempo. Corroborando com outros estudos disponíveis na literatura, a utilização dos modelos do VaR baseados na hipótese gaussiana é inapropriada para prever os riscos sob condições extremas. O método de melhor performance assume uma distribuição condicionada para os retornos t-Student e uma variância não constante, calculada com base no modelo de *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Relativamente aos níveis de confiança de 95%, os resultados da análise não foram conclusivos. Antes do ano de 2008 a utilização das metodologias baseadas na distribuição Normal e na Simulação Histórica foram consideradas apropriadas. Durante o ano de 2008, as perdas extremas são mais frequentes do que os pressupostos pela distribuição Normal e o método mais ajustado (durante este período mais volátil) supõe (tal como no caso do VaR a 99%) uma distribuição condicionada com caudas mais pesadas: t-Student e uma variância calculada através do modelo de EWMA.

Quanto ao modelo do VaR, baseado na Teoria dos Valores Extremos, este não mostrou uma superioridade em relação aos outros modelos. Embora fosse considerado aceitável no período antes da crise financeira, durante o ano de 2008, foi rejeitado em todas as séries. Os problemas apontados relativamente à utilização da distribuição Pareto na estimação do VaR,

são ligados à necessidade da sua previsão ser baseada em amostras muito alargadas, e por isso incluir observações muito distantes no tempo e pouco relevantes para o período em análise. Por conseguinte, o modelo não é flexível ao ponto de responder adequadamente às mudanças na volatilidade. Estas conclusões corroboram as críticas apresentadas pelo McNeil & Frey (2000) em relação à metodologia usada. Admite-se por isso, que a utilização do modelo proposto pelos mesmos autores, baseado em processos GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e na Teoria dos Valores Extremos, será uma alternativa à abordagem utilizada, sugerindo por isso um estudo futuro sobre a sua performance na previsão do VaR.

De acordo com a análise dos resultados desta pesquisa, não foi confirmada a existência de uma diferença significativa e justificável pelos estádios de desenvolvimento entre os mercados da Roménia e da Bulgária *versus* Grécia, sendo os resultados gerados pelo *backtesting* muito semelhantes para os três mercados.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador, o Professor Doutor João Pedro Pereira pelo seu apoio na orientação e a dedicação ao longo dos dois anos do Mestrado.

Gostaria de agradecer igualmente ao meu orientador, o Professor Doutor Ilyan Georgiev, pelo seu apoio e disponibilidade na orientação e todas as contribuições dadas ao longo deste trabalho.

Índice

Resumo.....	ii
Abstract	iii
Sumário Executivo	iv
Agradecimentos.....	vii
Índice.....	viii
Lista de Tabelas.....	ix
Lista de Figuras	x
Capítulo 1: Contextualização	1
1. Acordos de Basileia.....	1
2. Classificação dos Riscos Financeiros.....	3
Capítulo 2: Enquadramento Teórico	4
1. Modelos de Gestão do Risco de Mercado: <i>Value-at Risk</i> (VaR)	4
1.1. Definição do VaR.....	5
1.2. Metodologias para estimação do VaR.....	6
1.3. Previsão do Risco	16
2. Avaliação da performance da previsão. <i>Backtesting</i>	20
2.1. Métodos estatísticos para o <i>Backtesting</i>	21
2.2. As regras de Basileia	28
Capítulo 3	29
1. Caracterização dos Mercados da Bulgária e da Roménia	29
2. A crise financeira internacional e os seus efeitos nos mercados da Bulgária e da Roménia	31
3. O Mercado da Grécia	32
4. Os principais índices bolsistas da Bulgária, da Roménia e da Grécia.....	33
Capítulo 4: Resultados Empíricos	34
1. Descrição das séries financeiras	34
2. Procedimentos para a estimação dos Modelos de VaR.....	35
3. <i>Backtesting</i>	37
4. Considerações finais sobre a performance dos modelos	40
Conclusão	42
Bibliografia.....	44
ANEXOS:.....	48

Lista de Tabelas

Tabela 1: Modelo do <i>Backtesting</i> : Região de não rejeição para um nível de confiança de 95%	49
Tabela 2: Construção da Tabela de Exceções: Número Esperado de Exceções	49
Tabela 3: Zonas de penalização, conforme as exceções evidenciadas no <i>backtesting</i>	49
Tabela 4: Capitalização bolsista e volume de negócios diários da BSE- Bucareste, BSE- Bulgária e ASE- Grécia, no período de 2005 a 2008	50
Tabela 5: Caracterização dos Índices bolsistas SOFIX, BET e ATG	50
Tabela 6: Estatística descritiva dos retornos diários logarítmicos dos índices SOFIX, ATG e BET (2000-2008)	51
Tabela 7: Modelagem das séries dos retornos dos Índices SOFIX, BET e ATG	52
Tabela 8: Teste LM (Multiplicador de Lagrange) ARCH, aplicado às series dos resíduos dos modelos: AR(6)-GARCH (2,2) de SOFIX, AR(1)-GARCH(2,2) de BET e AR(1)-GARCH (3,2) de ATG	52
Tabela 9: Teste de Ljung-Box aplicado às series dos resíduos dos modelos: AR(6)-GARCH (2,2) de SOFIX, AR(1)-GARCH(2,2) de BET e AR(1)-GARCH (3,2) de ATG	52
Tabela 10: Resultados do <i>Backtesting</i> – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2004-2007) VaR a 99%	53
Tabela 11: Resultados do <i>Backtesting</i> – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2004-2007) VaR a 99%	54
Tabela 12: Resultados do <i>Backtesting</i> – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2004-2007) VaR a 99%	55
Tabela 13: Resultados do <i>Backtesting</i> – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2004-2007) VaR a 95%	56
Tabela 14: Resultados do <i>Backtesting</i> – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2004-2007) VaR a 95%	57
Tabela 15: Resultados do <i>Backtesting</i> – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2004-2007) VaR a 95%	58
Tabela 16: Resultados do <i>Backtesting</i> - Teste de Kupiec (2004 - 2007) VaR a 99%	59
Tabela 17: Resultados do <i>Backtesting</i> - Teste de Christoffersen (2004-2007) VaR a 99%	59
Tabela 18: Resultados do <i>Backtesting</i> - Teste de Kupiec (2004-2007) VaR a 95%	60
Tabela 19: Resultados do <i>Backtesting</i> - Teste de Christoffersen (2000-2007) VaR a 95%	60
Tabela 20: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 99%	61
Tabela 21: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 99%	61
Tabela 22: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 99%	62
Tabela 23: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 99%	62
Tabela 24: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 99%	63
Tabela 25: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 99%	63
Tabela 26: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 95%	64

Tabela 27: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 95%	64
Tabela 28: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 95%	65
Tabela 29: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 95%	65
Tabela 30: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 95%	66
Tabela 31: Resultados do <i>Backtesting</i> – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 95%	66

Lista de Figuras

Figura 1: Simulação Histórica.....	67
Figura 2: Hill-plot para cauda inferior da série de SOFIX.....	67
Figura 3: Cauda inferior ajustada da série de SOFIX	67
Figura 4: Correlação entre as rentabilidades dos índices BET, SOFIX e ATG (2001-2008) ..	68
Figura 5: Correlação entre as rendibilidades dos índices BET, SOFIX, ATG vs STOXX50 (2001-2008).....	68
Figura 6: Cotação diária dos índices bolsistas SOFIX, BET e ATG no período 23/10/2000 – 17/12/2008.....	69
Figura 7: Q-Q Plot - Normal vs os índices SOFIX e BET (1999 – 2008)	69
Figura 8: BET (2004-2007) VaR a 99%	70
Figura 9: SOFIX (2004-2007) VaR a 99%	71
Figura 10: ATG (2004-2007) VaR a 99%	72
Figura 11: BET (2004-2007) VaR a 95%	73
Figura 12: SOFIX (2004-2007) VaR a 95%	74
Figura 13: ATG (2004-2007) VaR a 95%	75
Figura 14: VaR a 99% BET (2008).....	76
Figura 15: VaR a 99% SOFIX (2008).....	77
Figura 16: VaR a 99% ATG (2008)	78
Figura 17: BET (2008) VaR a 95%	79
Figura 18: SOFIX (2008) VaR a 95%	80
Figura 19: ATG (2008) VaR a 95%	81

Lista de abreviações

ACCI	- Athens Chamber of Commerce and Industry
AMSE	- Asymptotic Mean Square Error
ASE	- Athens Stock Exchange
ATG	- Athex Composite Share Price Index
BET	- Bucharest Exchange Trading Index
BGN	- Lev (a unidade monetária) da Bulgária
BIS	- Bank for International Settlements
BSE-Bulgária	- Bulgarian Stock Exchange
BSE- Bucareste	- Bucharest Stock Exchange
CAPM	- Capital Asset Pricing Model
EGARCH	- Exponential GARCH
EUR	- Euro
EVT	- Extreme-Value Theory
EWMA	- Exponentially Weighted Moving Average
FEAS	- Federation of Euro-Asian Stock Exchanges
FESE	- Federation of European Securities Exchanges
g.l.	- Graus de Liberdade
GARCH	- Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GPD	- Generalized Pareto Distribution
GRJ	- Modelo GJR – Glosten, Jagannathan and Runkle
IF	- Instituições Financeiras
IGARCH	- Integrated GARCH
HiPERB	- Hellenic Plan for the Economic Reconstruction of the Balkans
LR	- Likelihood ratio statistics
LR _{cc}	- Likelihood ratio statistics of The Conditional Coverage Test
LR _{ind}	- Likelihood ratio statistics of The Independence Test
LR _{uc}	- Likelihood ratio statistics of The Unconditional Coverage Test
MRA	- Market Risk Amendment
MRC	- Market-Risk Charge
RON	- Leu (a unidade monetária) da Roménia
HS	- Historical Simulation
SOFIX	- SOFIX Index
SRC	- Specific risk charge
UE	- União Europeia
VaR	- Value-at-Risk

Capítulo 1: Contextualização

1. Acordos de Basileia

Nas últimas décadas as questões relacionadas com a gestão do risco nas instituições financeiras (IF) ganharam cada vez maior importância. As entidades reguladoras, os accionistas e os clientes, estão a exigir a implementação de sistemas de gestão de riscos mais rigorosos que irão permitir uma maior supervisão, transparência e controlo do risco a fim de garantir a sustentabilidade das instituições a longo prazo.

As falências e as liquidações de algumas instituições financeiras, devido às insuficiências dos seus sistemas de gestão de risco, e o aumento da consciencialização de que a adopção de medidas regulativas unilaterais só prejudicará a competitividade dos bancos dos países envolvidos, motivaram o Comité de Supervisão Bancária de Basileia (*Basel Committee on Banking Supervision*)¹ a emitir uma série de directrizes relacionadas com os padrões mínimos de solvência e de liquidez para o mercado financeiro internacional. O primeiro acordo de Basileia (de 1988), conhecido ainda por Basileia I, estabeleceu uma estrutura de cálculo dos fundos próprios mínimos exigidos às Instituições Financeiras, para fazer face ao risco de crédito. Em 1996, o Acordo foi alargado passando a considerar no cálculo também o risco de mercado.

As crises financeiras no final dos anos 90 e no início dos anos 2000 que tiveram lugar no México, no Sudeste Asiático, na Rússia, no Brasil e na Argentina; a globalização das economias nacionais; o crescimento das operações bancárias internacionais; o aumento da volatilidade e a correlação entre os mercados; o desenvolvimento de novos produtos financeiros; a dinamização e expansão no mercado de derivados; o avanço ocorrido nas tecnologias de informação; são alguns dos factores que evidenciaram a necessidade de melhorias no controlo do risco e incentivaram o Comité de Basileia a reformular o acordo

¹ Órgão consultivo do Banco de Pagamentos Internacionais (*Bank for International Settlements - BIS*).

vigente. O Novo Acordo de Capitais, conhecido por Basileia II, pretende: promover uma maior solidez e segurança no sistema financeiro a nível global; oferecer uma maior flexibilidade às IF; estimular a utilização de métodos de adequação de capital mais sensíveis ao nível de risco envolvido nas posições/actividades das IF; e inclui a exigência da afectação de fundos próprios para o risco operacional. Com o Basileia II, as instituições financeiras podem ser autorizadas a desenvolver métodos internos de avaliação dos riscos financeiros e do cálculo do capital próprio. Os órgãos de supervisão serão responsáveis pela validação e controlo destes modelos internos. (BIS, 2006)²

A implementação do Acordo de Basileia tem diferentes *timetables* nos vários países. Apesar da União Europeia já ter em vigor o Acordo em muitos países, o processo de implementação ainda não terminou.

Entretanto, perante os efeitos da actual crise financeira mundial, gerou-se polémica acerca da real eficácia deste acordo. As autoridades europeias e norte-americanas do sector bancário, começaram a manifestar que são necessárias mudanças nos critérios de Basileia II. Mais ainda, segundo alguns financeiros (Dermine³, 2008) a adopção das regras de Basileia II antes da crise, não teria sido suficiente para impedir a onda de insolvências nos bancos dos EUA e da Europa e que a fraqueza de Basileia II, está no facto de este não identificar adequadamente o risco de liquidez. Segundo outras opiniões, a tardia implementação de Basileia II, foi a responsável pela crise financeira e enfatizam que os maiores prejudicados pela recente crise financeira (os bancos norte americanos) ainda não obedecem aos princípios de Basileia II. Entretanto, o próprio Comité de Basileia anunciou que planeia actualizar os princípios essenciais do risco de liquidez e introduzir algumas mudanças no risco do mercado⁴ para “reflectir a experiência recente” (BIS, 2009).

2 International Convergence of Capital Measurement and Capital standards (June 2006)

3 Jean Dermine, Professor de Banking & Finance no Europlace Institute of Finance.

4 O Comité propôs, relativamente ao risco do mercado que seja exigido o cálculo do *stressed VaR* (baseado num período anual de perdas mais significativas). Este cálculo será complementar ao VaR, baseado em observações recentes (de um ano) e pretende reduzir a volatilidade cíclica do capital mínimo exigido relativamente ao risco do mercado. (BIS, 2009)

2. Classificação dos Riscos Financeiros

De acordo com o Basileia II, os riscos financeiros relacionados com a actividade das instituições bancárias e objecto de gestão, podem ser enquadrados em três categorias principais: Risco de crédito; Risco de mercado e Risco operacional:

- O risco de mercado pode ser definido como o risco de perdas decorrentes de movimentos adversos nos preços dos activos, nas taxas de juro e no câmbio. O risco relaciona-se com a volatilidade no valor da carteira, quanto maior é esta, maior é a incerteza.
- O risco de crédito pode ser definido como o risco de perdas relacionadas com a incapacidade da contraparte de honrar os seus compromissos.
- O risco operacional, segundo a definição do Comité de Basileia, representa o risco de perdas resultantes de processos internos, falhas ou inadequações, pessoas e sistemas, ou eventos externos. Esta definição inclui o risco legal, mas exclui o risco estratégico e de reputação.

A gestão integrada de todas as fontes de risco nas instituições financeiras é de extrema importância. Contudo, o objectivo deste estudo é de focar a avaliação dos modelos de risco de mercado.

Capítulo 2: Enquadramento Teórico

1. Modelos de Gestão do Risco de Mercado: *Value-at Risk* (VaR)

No âmbito da necessidade de desenvolverem sistemas internos de gestão e controlo do risco de mercado, que pudessem mensurar adequadamente a exposição total nas posições assumidas, várias das instituições financeiras criaram modelos próprios. Porém, o modelo que recebeu maior aderência foi o modelo de *RiskMetrics*TM desenvolvido pelo banco americano JP Morgan e conhecido por *Value-at-Risk* (VaR)⁵.

O VaR é um método apoiado em técnicas estatísticas que proporciona uma medida de risco bastante ajustada à realidade. O facto do VaR quantificar o risco do mercado de uma instituição bancária em termos monetários, faz com que este conceito seja de fácil compreensão por parte dos sócios, gestores ou outro público interessado. O investidor numa instituição bancária pode facilmente decidir, se está disposto a assumir uma posição de risco, que lhe pode trazer uma perda monetária de valor calculado através da metodologia do VaR.

Uma outra vantagem do VaR é de que este proporciona não apenas uma medida de risco individual para cada um dos activos, mas também avalia as relações (expressas através da sua correlação) existentes entre os diversos activos, ou seja, considera de uma forma agregada a exposição total às várias fontes de risco.

O método do VaR permite ainda que a perda máxima seja estimada para diferentes níveis de confiança. Deste modo, confere às IF a faculdade de analisarem o risco do ponto de vista de dois objectivos básicos: Em primeiro lugar as instituições financeiras estão interessadas em

⁵ O conceito do *Value-at-risk* foi criado no final da década de 80, por Till Guldemann, na altura, chefe mundial da área de *Research* do JP Morgan.

No início de 1996, o Comité de Basileia estabeleceu a utilização do VaR como uma medida de risco de mercado e autorizou os bancos a utilizarem modelos internos para a sua estimação.

Inicialmente a aplicação do VaR circunscreveu-se em relação ao risco de mercado. Posteriormente foram desenvolvidas aplicações relativas ao risco de crédito.

estimar a perda máxima “normal” esperada de um portfólio em termos diários e para tal, utilizam normalmente um nível de significância de 5% (o nível que foi proposto pela metodologia de *RiskMetrics*TM (J.P.Morgan/Reuters RiskMetricsTM, 1996). O outro objectivo é de estimar as perdas raras, ou seja as perdas em situações de stress. Neste caso, o VaR é medido para um nível de significância mais pequeno, de 1% (o nível exigido pelo Basileia) ou de níveis ainda menores.

1.1. Definição do VaR

O *Value-at-risk* (VaR) representa a perda máxima esperada de um activo ou de uma carteira de activos num determinado horizonte temporal, dado um determinado nível de confiança. O VaR é medido em termos monetários.

Formalmente o *VaR* é definido através da seguinte expressão:

$$P[L_t > VaR_t] = \alpha, \quad (1)$$

em que $(1 - \alpha)$ representa o nível de confiança e L a perda (a variação no valor da carteira), medida em valor positivo.

O *VaR* pode ser igualmente definido em termos da distribuição da taxa de rendibilidade geométrica (capitalização contínua) da carteira.

$$P[r_t < -VaR_t^*] = \alpha, \quad (2)$$

em que r_t é calculado da seguinte forma:

$$r_t = \log P_t - \log P_{t-1} \quad (3)$$

e sendo P_t o valor da carteira (ou preço do activo) no momento t .

O VaR em termos monetários pode ser facilmente obtido a partir do VaR^* em termos de retorno utilizando a expressão⁶:

$$VaR_t = VaR_t^* * P_{t-1} \quad (4)$$

O horizonte temporal (ou *holding period*) para o efeito do cálculo do VaR deve ser determinado em função da liquidez do activo financeiro e do volume de negócios deste.

1.2. Metodologias para estimação do VaR

Existem várias metodologias para estimação do VaR que podem ser divididas em dois grupos principais – não paramétricos (Simulação Histórica e Simulação de Monte Carlo) e paramétricos (baseadas em distribuições parametrizadas).

Seguidamente são apresentadas as metodologias do VaR - que serão objecto de aplicação prática neste trabalho - baseadas na Simulação Histórica, na Distribuição Normal, na Student e na *Extreme-Value Theory* (EVT).

1.2.1. Cálculo do VaR pelo Método não Paramétrico

Abordagem Empírica ou Simulação Histórica (HS)

A metodologia da Simulação Histórica utiliza a série temporal dos retornos históricos dos activos que compõem a carteira. A partir destes dados, calcula-se a perda ou o ganho diário realizado pela carteira, assumindo que a composição do portfólio se mantém constante ao longo do tempo e, efectuando os ajustamentos necessários para garantir a imposição adoptada. Seguidamente, constrói-se o histograma da distribuição dos retornos. O VaR da carteira é obtido a partir da aba esquerda do histograma e corresponde ao quantil associado ao nível de confiança pretendido. (vide Figura 1 em Anexo)

⁶ Assumindo que a taxa média dos retornos é zero ($\mu = 0$) o que é comum para horizontes temporais curtos. (vide: Ferreira, 2004).

Relativamente à rendibilidade geométrica a fórmula mais precisa é: $VaR_t = (e^{VaR_t^*} - 1) * P_{t-1}$ (vide Horta, Agosto 2000)

Dada uma amostra ordenada (em ordem crescente) de rendibilidades observadas X_1, X_2, \dots, X_N , o VaR empírico pode ser formalmente definido do seguinte modo:

$$VaR = -P_{t-1} X_\alpha, \quad (5)$$

em que X_α é a estimativa correspondente ao quantil amostral α .

Observa-se nesse caso, que a metodologia da HS não adopta uma hipótese sobre a distribuição dos retornos (assume-se apenas que as rendibilidades são independentes e identicamente distribuídos) e como tal, apresenta a vantagem de poder incorporar os efeitos de assimetria e de caudas grossas típicas das séries temporais. Além disso, o VaR pode ser calculado tanto para títulos individuais como para toda a carteira e por isso, toma em consideração os efeitos de correlação. Contudo, a HS evidencia as limitações comuns para todas as metodologias do cálculo do VaR, ou seja, a da hipótese de que os eventos passados podem ser utilizados para estimar os eventos futuros. A previsão dos acontecimentos económicos e da performance dos activos financeiros, nem sempre se pode basear no estudo do passado, porquanto podem ser presenciadas mudanças raras e dramáticas na envolvente, não testemunhadas em períodos antecedentes. Nestas situações as previsões do VaR calculadas estarão inconsistentes. As estimativas produzidas através da metodologia da HS, quando baseadas em dados históricos de períodos prolongados, podem estar muito afastadas da realidade económica actual e por isso inúteis para os fins da gestão do risco. Por outro lado, se a estimativa do VaR for sustentada em dados mais recentes esta pode não captar os eventos raros, mas presentes na realidade económica. Visto isto, uma das questões pertinentes na adopção da HS será a do número óptimo de observações passadas a serem utilizadas na previsão do VaR.

1.2.2. Cálculo do VaR pelo Método Paramétrico

O cálculo do VaR pode ser simplificado consideravelmente se a distribuição que é assumida pertence às distribuições paramétricas, como por exemplo, a distribuição Normal. Neste caso o valor do VaR resulta directamente do desvio-padrão do portfólio, utilizando para tal um

factor de multiplicação que corresponde ao nível de confiança pretendido. O nome da abordagem paramétrica deriva da necessidade de estimar alguns parâmetros, como por exemplo o desvio-padrão⁷, em vez de encontrar como foi desenvolvido no caso não paramétrico, o quantil empírico.

O método é simples e útil pois produz estimativas para o VaR mais coerentes do que o método da HS (Jorion, 2007), desde que, é claro, a hipótese sobre a forma da distribuição a ser utilizada seja realista⁸. Porém, o método paramétrico levanta alguns problemas no que respeita à forma de estimar alguns dos parâmetros da distribuição, situações estas que serão oportunamente analisadas.

A. Abordagem Gaussiana

Nesta abordagem assume-se que os retornos seguem uma distribuição Normal.

O VaR (Normal) da carteira pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$VaR(Mean) = -W_0 Z_\alpha \sigma \sqrt{\Delta t}, \quad (6)$$

onde:

W_0 , é o valor inicial do investimento;

σ , é o desvio-padrão dos retornos em anos;

$\sqrt{\Delta t}$, representa o horizonte temporal em anos;

e Z_α corresponde ao quantil da distribuição normal estandardizada.

A distribuição Normal tem sido muito utilizada na teoria financeira para descrever o comportamento dos retornos dos activos. De acordo com uma das principais premissas do modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), as rendibilidades das acções seguem uma

⁷ As distribuições com caudas pesadas frequentemente têm desvio-padrão infinito, nestas situações a sua utilização é inapropriada.

⁸ Esta questão será posteriormente analisada quando forem comparados os métodos do VaR aplicados ao caso concreto do estudo.

distribuição Normal e como tal, a probabilidade dos investidores incorrerem em perdas ou em ganhos é igual, pois a distribuição é simétrica. Uma outra consequência da normalidade é a presunção de que a média e a respectiva variância dos retornos são os únicos componentes estatísticos com os quais os investidores se importam.

Presume-se que um número significativo de distribuições empíricas podem ser aproximadas a uma distribuição Normal e em particular, quando os portfólios dos activos são bem diversificados. Ainda mais, a utilização da hipótese gaussiana na estimativa do VaR pode simplificar consideravelmente os cálculos e reduzir os respectivos custos computacionais. Tendo em conta as razões anteriores explica-se facilmente porque o modelo do VaR Normal esteve até há pouco tempo muito difundido entre os bancos.

Entretanto, muitos dos estudos empíricos na literatura financeira Mandelbrot (1963), Fama (1965) e Bellini&Figa-Talamanca⁹ (2006) encontraram vários indícios que puseram em causa a hipótese da normalidade das séries dos retornos diários, e por conseguinte, a precisão dos modelos do VaR baseados nesta hipótese. A dúvida mais evidente é nos mercados de capitais pouco eficientes tais como os mercados emergentes. Todos os estudos efectuados acerca destes mercados (vide Patev&Kanaryan¹⁰, 2004; Gençay&Selçuk¹¹, 2004; e Serbinenko, 2007¹²) rejeitam de uma forma geral a normalidade da distribuição dos retornos diários, indicando que uma distribuição possível possuirá caudas mais grossas (isto é mais observações extremas do que a Normal) e além disso evidenciará algum grau de assimetria. Os resultados destes estudos apontam ainda no sentido de que as estimativas do VaR (Normal), calculadas para um nível de confiança de 95%, tendem a ser razoavelmente precisas, porém para níveis de confiança mais elevados (99%) tendem a subestimar o VaR.

As insuficiências da abordagem Normal motivaram a procura de outras abordagens paramétricas, duas das quais a t-Student e a EVT que vão ser seguidamente referidos.

9 Estudo relativo aos índices: DJA, SP500; MIB30, CAC40, FTSE, CAX, SMI, NASDAQ (1997-2003).

10 Estudo relativo ao mercado de capitais da Bulgária

11 Estudo relativo aos mercados de capitais dos seguintes países: Argentina, Brasil, Hong Kong, Indonésia, Coreia, México, Filipinas, Singapura, Taiwan e Turquia.

12 Estudo relativo aos mercados financeiros emergentes da Europa de Leste.

B. Abordagem t-Student

A distribuição Student é uma distribuição simétrica semelhante à distribuição Gaussiana, contudo possui caudas mais largas do que a Normal. Dada esta sua característica, a distribuição Student é considerada mais apropriada na modelagem do VaR, uma vez que se ajusta melhor às abas da distribuição empírica dos retornos. O parâmetro que a distingue da Normal é o parâmetro do número de graus de liberdade, ν . Quanto maior for o parâmetro ν , mais próxima da Normal será a Student, e quanto menor for ν mais pesadas serão as caudas.

O método paramétrico do VaR (Normal) anteriormente apresentado, pode ser generalizado para outras distribuições e em particular para a Student, desde de que o parâmetro σ for a medida de incerteza para esta distribuição (vide Jorion, 2007). Naturalmente estas distribuições vão indicar outros valores para o quantil de α .

Assumindo que a distribuição dos retornos segue uma distribuição t-Student, com graus de liberdade ν e adaptando a expressão (6) do VaR (Normal), o VaR (Student) é definido genericamente do seguinte modo:

$$VaR(Mean) = -W_{\alpha} t_{\alpha} \sigma \sqrt{\Delta t}, \quad (7)$$

em que o t_{α} é o quantil à esquerda de α , da distribuição t-Student com ν graus de liberdade.

Se ν for inferior a 2, a distribuição t-Student tem a variância e todos os momentos de ordem superior infinitos, sendo nesta circunstância inapropriada a utilização de σ na expressão (7).

Algumas das limitações apontadas à abordagem Student, relacionam-se com as dificuldades na estimação do parâmetro ν . Segundo Jorion (2007), o número dos graus de liberdade para as séries temporais financeiras típicas situa-se entre 3 e 6 e pode ser estimado em função do parâmetro *shape* ξ da *Generalized Pareto Distribution - GPD* (vide aqui pág.13 e Jorion, 2007, pág. 130).

A utilização da Student oferece uma resposta adequada à curtose da distribuição dos retornos, no entanto, tal como a Normal não resolve o problema assimetria.

C. Cálculo do VaR utilizando a Teoria dos Valores Extremos (EVT)

Teoria dos Valores Extremos (EVT)

Um dos mais recentes métodos do cálculo do VaR baseia-se no uso da Teoria dos Valores Extremos (*Extreme-Value Theory*, EVT). Trata-se de um método que pertence à classe dos métodos paramétricos, e em conformidade com que alguns autores afirmam (vide McNeil, 1999; Embrechts, 1997; Reiss&Tomas, 1997; Danielsson, de Vries, Jorgensen, 1998; Danielsson&Morimoto, 2000.) fornece um bom ajustamento às abas da distribuição dos retornos. A EVT é considerada ainda uma abordagem semi-paramétrica, uma vez que esta se aplica apenas às caudas e é inapropriada para descrever a parte central da distribuição. (vide Jorion, 2007).

Procedimentos para a estimação das caudas

A EVT é por convenção aplicada aos valores máximos, no entanto pode ser igualmente adaptada aos mínimos através da seguinte transformação:

$$\min(X_1, \dots, X_n) = -\max(-X_1, \dots, -X_n) \quad (8)$$

Visto que a gestão do risco financeiro das carteiras se preocupa com o controlo das perdas e não com os ganhos, o objecto desta análise serão os valores extremos dos mínimos, transformados previamente em máximos. O método *Peaks-over-Threshold* (POT)¹³ é um dos métodos para a extracção dos extremos, a partir de uma amostra de n observações, X_t , com $t = 1, 2, \dots, n$ e com uma função de distribuição $F(x) = \Pr\{X_t \leq x\}$. O POT consiste em retirar

¹³ O método POT ou dos excedentes além de um limiar, objectiva estimar a forma das caudas, através da escolha dos parâmetros da função da distribuição Pareto generalizada, de modo a que estes se aproximam mais à distribuição empírica. (Vide McNeil, 1999)

as observações que excedem o *threshold* u , previamente determinado, i.e. $X_t > u$, para qualquer t , $t = 1, 2, \dots, n$. O excesso em relação a u é definido por: $y = X_t - u$.

A respectiva função de probabilidade para os valores de excesso de X em relação ao *threshold* u é definida através da probabilidade cumulativa condicionada:

$$F_u(y) = \Pr\{X - u \leq y | X > u\} = \frac{F(y + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (9)$$

e representa a probabilidade do valor de X exceder o valor do *threshold* u por um valor não superior a y , dado que X é superior a u .

Uma vez que $x = y + u$ para $X > u$, obtém-se a seguinte expressão para $F(x)$:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \quad (10)$$

De acordo com o Teorema de Balkema&de Haan (1974) e Pickands (1975) para um *threshold* u suficientemente elevado e, desde de que $x = y + u$ (para $X > u$), a $F_u(y)$ pode ser aproximada a uma *Generalized Pareto Distribution*, GPD.

Distribuição Generalizada de Pareto (GPD)

A GPD é genericamente definida de seguinte modo:

$$G_{\xi, \sigma, u}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{x - u}{\sigma}\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x - u}{\sigma}\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (11)$$

com

$$x \in \begin{cases} [u, \infty], & \xi \geq 0 \\ [u, u - \sigma / \xi], & \xi < 0 \end{cases}$$

onde ξ especifica o parâmetro *shape*, σ é o parâmetro *scale*, (sendo $\sigma > 0$) e u o *threshold* (limiar).

O parâmetro *shape* (coeficiente de achatamento) ξ é o mais importante na expressão, pois representa a velocidade com a qual a cauda decai.

A GPD tem a forma de uma distribuição Exponencial quando $\xi = 0$. Para $\xi > 0$ a GPD tem a forma de uma distribuição Pareto. Na maioria das distribuições das séries temporais financeiras (caracterizadas por possuírem caudas grossas) o valor estimado de ξ situa-se normalmente entre 0,2 e 0,4. Quando $\xi < 0$ a GPD é conhecida por Beta.

O parâmetro ξ pode ser utilizado na estimação dos graus de liberdade aproximando ν da t-Student através da expressão $\nu = 1/\xi$, deste modo ν variam tipicamente entre 3 e 6 (Jorion 2007, pág. 130). Em algumas distribuições de caudas pesadas, pode ser observado $\xi > 0,5$, neste caso a distribuição não tem todos os momentos finitos, por exemplo para $\xi = 0,5$ a variância é infinita, o que reverte em $\nu = 2$ ($\nu = 1/\xi$) para t-Student e, uma variância infinita.

Para a estimação das caudas da distribuição recorre-se à expressão (10). Quando $F_u(y)$ é aproximada a GPD, para a função $F(x)$ tem-se:

$$F(x) = [1 - F(u)]G_{\xi,\sigma,u}(x - u) + F(u) \quad (12)$$

O estimador para as caudas $\hat{F}(x)$ pode ser obtido, após a determinação do *threshold* u , em função do número dos excessos, n_u e do número das observações na amostra, n :

$$\begin{aligned} \hat{F}(x) &= \left[1 - \frac{n - n_u}{n}\right] G_{\xi,\sigma,u}(x - u) + \frac{n - n_u}{n} \\ &= 1 + \frac{n_u}{n} (G_{\xi,\sigma,u}(x - u) - 1) \end{aligned} \quad (13)$$

Dado que $G_{\xi, \sigma, u} = 1 - \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma}\right)^{-1/\xi}$, o estimador para as caudas vem definido do seguinte modo:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n} \left(1 + \hat{\xi} \frac{x-u}{\hat{\sigma}}\right)^{-1/\hat{\xi}}, \quad (14)$$

onde $X > u$ e $\hat{\xi}$ e $\hat{\sigma}$ os estimadores para os parâmetros *shape* e *scale*, respectivamente.

Índice caudal

Existem vários estimadores para o índice de cauda $1/\xi$, o estimador de Hill (Danielsson & de Vries, 1997), o estimador de Pickands ou Deckers-Einmahl-de Haan. Contudo, o mais utilizado é o estimador de Hill, uma vez que este segundo Kearns&Pagan (1997) ajusta melhor as caudas em comparação com os restantes. Neste trabalho, as estimativas para ξ vão basear-se no estimador de Hill, razão pela qual apresentar-se-á apenas este estimador.

A partir de uma amostra ordenada de dados $X_{1,n} \geq X_{2,n} \geq X_{3,n} \geq \dots \geq X_{n,n}$ o estimador de Hill para ξ , quando $\xi > 0$ é o seguinte:

$$\hat{\xi}(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=j}^k \ln X_{j,n} - \ln X_{k,n}, \quad (15)$$

em que k é o número de observações da cauda, n é o tamanho da amostra, e $\alpha = 1/\xi$ é o índice da cauda.

O estimador de Hill supõe a escolha de k , pelo que a sua utilização está condicionada à sua determinação.

A escolha do número de estatística ordem k

Um problema relacionado com a utilização do estimador do Hill prende-se com a determinação do valor óptimo de k , ou seja com a determinação da última estatística ordem a ser utilizada. O ponto k determina um ponto óptimo de corte, a partir do qual se inicia a cauda da distribuição.

A forma de escolha do valor de k não é consensual na literatura. Os métodos mais utilizados são: o método gráfico, sugerido pelo Embrechts (1997) e um procedimento de *bootstrap* interactivo proposto por Hall em 1990 (Danielsson&de Vries, 1997).

O método gráfico ou *Hill-plot*, consiste em traçar um gráfico que representa o índice de cauda estimado em função de k . A análise gráfica, subsiste na procura da região próxima das caudas onde o índice das caudas é estável (vide Figura 2 e Figura 3 em Anexo). Quanto maior é k , mais observações são incluídas e menor é o peso das observações da cauda. A variância do estimador diminui com o aumento do tamanho da amostra, porém, é possível mostrar um enviesamento crescente (Feuerverger&Hall, 1999). Concluindo, quando k aumenta, aumenta o enviesamento e reduz-se a variância do estimador Hill. Opostamente quando se escolhe um k pequeno, o número de observações consideradas extremas é pequeno, o que aumenta a variância, e faz com que a estimativa do índice da cauda seja muito sensível ao número de observações incluídas. Assim sendo, procura-se um valor óptimo de k que aproxima a taxa a que a variância decresce à taxa a que o enviesamento aumenta. Hall (1990) analisou o *trade-off* existente entre o enviesamento e a variância, formalizando uma função a partir do erro quadrático médio $AMSE^{14}$. A partir da minimização do $AMSE$ escolhe-se o ponto óptimo de k . Danielson&de Vries (1997) criaram um procedimento de *bootstrap* interactivo baseado em $AMSE$. Segundo Reiss&Thomas (1997) o procedimento de *bootstrap* funciona razoavelmente bem, no entanto este deve ser complementado por uma leitura visual do gráfico Hill.

14 Asymptotic Mean Square Error (AMSE): $k^* = \min \left\{ AMSE \left[\left(\hat{\xi} - \xi \right)^2 \right] \right\}$

Estimação do VaR utilizando EVT

Para estimar o VaR com um nível de α , utiliza-se o estimador EVT e um ponto de corte u , tal que contenha uma percentagem de dados da cauda esquerda superior a $1-\alpha$. Normalmente para um nível de confiança de 99%, o *threshold* u deve situar-se entre os 2% e os 5% dos dados da série (Jorion 2007, pág 131).

Após a estimação dos parâmetros ξ e σ , através do estimador de Hill, pode ser utilizado o método da EVT para obter uma estimativa do VaR.

O *quantil estimador* do VaR para um nível de confiança α é obtido invertendo a função da distribuição cumulativa da cauda (Equação 14). (vide Embrechts, 1997, pág. 354; McNeil, 1999; e Jorion, 2007, pág. 131.):

$$\hat{VaR}(\alpha)_t = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[\left(\frac{n}{n_u} (1-\alpha) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right], \quad (16)$$

sendo $\hat{\xi}$ o parâmetro *shape* estimado, $\hat{\sigma}$ é o parâmetro *scale* estimado, u o *threshold*, n o tamanho da amostra e n_u o número de observações que superam u .

O *quantil estimador* do VaR baseia a sua previsão não apenas no quantil histórico, tal como foi visto na abordagem da HS, mas também através da estimação dos parâmetros da distribuição caudal, tendo por isso um erro de estimação mais baixo (vide Jorion, 2007).

1.3. Previsão do Risco

O risco dos activos financeiros não é constante ao longo dos diferentes períodos históricos. Tal facto é visível nas séries das rendibilidades das acções, das taxas de juro e de câmbio, onde se pode verificar que estas exibem variações conjunturais na volatilidade. Observando a volatilidade das séries dos índices de objecto do estudo: SOFIX, BET e ATG, verifica-se que estas apresentam maiores oscilações durante alguns períodos, seguidos ou antecidos de outros menos voláteis.

Tendo em conta que os modelos de cálculo do VaR assentam em previsões sobre a volatilidade esperada do portfólio, os aumentos ou as diminuições na volatilidade vão incrementar ou diminuir o VaR estimado.

A medida de volatilidade mais difundida é a variância histórica. Porém, o que é importante na previsão do VaR não é o passado em si, mas estimar apropriadamente o valor potencial da perda futura, objectivo este que não é necessariamente conseguido através do simples conhecimento da volatilidade histórica.

A adequada previsão da volatilidade pode permitir aos investidores a tomar algumas acções correctivas na composição das carteiras e deste modo diminuir as exposições aos riscos do mercado. Daí o interesse no desenvolvimento de métodos estatísticos capazes de captar as variações temporais na volatilidade das séries.

1.3.1. Modelos de previsão da volatilidade (*Modeling Time-Varying Risk*)

A previsão da volatilidade pode ser feita através da utilização de diferentes métodos quantitativos. A escolha do método a ser aplicado está condicionada basicamente pelo comportamento da série temporal que é objecto de análise.

A. Desvio-padrão histórico

A forma mais simples utilizada na previsão da volatilidade é o desvio padrão histórico. Esta forma de cálculo tem o inconveniente de atribuir um peso uniforme a todas as observações independentemente do seu afastamento temporal.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2, \text{ onde } \bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i \quad (17)$$

B. Modelo de Médias Móveis (MA)

A média móvel é uma técnica de fácil utilização e muito difundida na estimação da volatilidade das séries temporais. O método consiste no uso de uma janela móvel de tamanho

fixo de dados. A volatilidade é calculada sobre os valores mais recentes e à medida que se avança um período, o cálculo é repetido, adicionando-se uma nova observação e deixando cair a mais antiga. O valor encontrado no seu tempo é considerado a previsão para o próximo período (vide Lima, 2002).

Assumindo a série dos retornos r_t durante M dias, a volatilidade é estimada através da seguinte fórmula:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (r_{t-i} - \bar{r}_t)^2, \text{ onde } \bar{r}_t = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_{t-i} \quad (18)$$

Embora seja de simples implementação, este cálculo tem o inconveniente de ignorar a ordem das observações incluídas na janela, atribuindo pesos iguais a todos os dados desde os mais recentes até os mais distantes independentemente da relevância destes últimos na previsão.

Um outro aspecto negativo a salientar, relaciona-se com a escolha do número de períodos a serem utilizados na previsão. Se M for muito pequeno, o valor da previsão estaria muito afectado pelas variações dos dados incluídos. A ampliação da janela aumenta a precisão da estimativa, contudo, se for grande demais, pode diluir os efeitos das mudanças significativas no mercado. Resumindo, o problema das médias móveis consiste em encontrar o equilíbrio na dimensão do período a ser considerado. (vide Jorion, 2007)

C. Estimação de modelos GARCH

O modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) proposto por Engel (1982) e Bollerslev (1986) leva em conta a presença de *clusters* na volatilidade das séries financeiras. O princípio básico do modelo GARCH é que em geral, as grandes mudanças tendem a ser seguidas por grandes mudanças e as pequenas por pequenas. Sob esta óptica, o modelo assume que a variância condicional dos retornos num dado momento no tempo depende dos retornos passados, da variância passada e outras informações disponíveis, logo não é constante.

No modelo GARCH define-se h_t como a variância condicional, usando toda a informação do passado $t-1$, e r_{t-1} como a rendibilidade do dia antecedente. O processo condicionalmente heteroscedástico mais simples é o GARCH(1,1), e é representado por:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}, \quad (19)$$

em que os α_0 , α_1 e β são os parâmetros do modelo.

A especificação deste modelo tem a vantagem de ser parcimoniosa (utilizando poucos parâmetros) e de apresentar uma boa qualidade de ajustamento aos dados das séries temporais. O modelo GARCH tem-se tornado um suporte na análise da volatilidade das séries temporais financeiras, uma vez que a maioria destas apresentam *clusters* na volatilidade, ao contrário da suposição (que era muito difundida no passado), de que os retornos sejam independentes e identicamente distribuídos.

O modelo representa ainda um avanço na modelagem das séries económicas pois tem em consideração as suas três características dominantes: o excesso de curtose (significa que a série é descrita por uma distribuição mais achatada do que a distribuição Normal), a presença de *clusters* (agrupamentos da volatilidade) e o efeito de alavancagem (significa que a volatilidade tende a crescer quando o retorno diminui e diminuir quando o retorno aumenta) que é captado por algumas classes do modelo GARCH, os modelos assimétricos EGARCH¹⁵ e GRJ¹⁶.

D. Método de Alisamento Exponencial (EWMA)

Esta abordagem que tem como base o modelo proposto pelo *RiskMetrics*TM, é um dos métodos mais difundidos para o cálculo da volatilidade. A média móvel exponencial ponderada ou *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) procura atribuir um peso maior às ocorrências mais recentes. Os dados formam um conjunto ponderado em que o peso

15 Exponential GARCH

16 Modelo GJR – Glosten, Jagannathan and Runkle

das observações decai exponencialmente a partir do período mais recente. Contudo, este método tem a desvantagem de utilizar um factor de decaimento escolhido arbitrariamente.

O factor de decaimento sugerido de forma *ad hoc* pelo *RiskMetrics*TM, é de 0,94 para as séries dos retornos diários e de 0,97 para os mensais (Jorion, 2007). Esta abordagem pode ser considerada como um caso particular do modelo GARCH(1,1) em que a soma dos parâmetros de persistência no modelo EWMA ($\alpha_1 + \beta$) é igual à unidade (IGARCH). O método apresenta-se através de seguinte equação:

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1 - \lambda) r_{t-1}^2, \quad (20)$$

em que λ é o factor de decaimento.

2. Avaliação da performance da previsão. *Backtesting*

Ao longo dos anos foram desenvolvidos vários métodos para o cálculo do VaR, uns mais simples e outros que utilizam modelos estatísticos mais sofisticados. Porém, o modelo que se pode considerar útil, é aquele que estima de uma forma consistente e apropriada o valor em risco. Para garantir que o modelo do VaR utilizado segue as características indicadas, a sua performance deve ser validada sistematicamente. Os processos de validação dos modelos de VaR são comumente designados por *backtesting*.

O *backtesting* é uma técnica estatística de validação, que consiste na comparação entre a perda potencial indicada pelo VaR e as perdas efectivamente verificadas. Se o teste aplicado não apontar para uma adequação do modelo este deve ser reexaminado. Contudo, os resultados gerados pelo *backtesting* devem ser qualitativamente analisados, ou seja atendendo a envolvente em que estes foram gerados. Como exemplo, expõe-se a situação em que o *backtesting* é realizado num período de grande nervosismo do mercado. Embora o número de perdas verificadas que excedem o VaR estimado, supere o nível indicado pelo nível de confiança, a imposição (por parte dos órgãos reguladores) de uma penalização por não

adequação do modelo, pode não ser justificada, alegando por exemplo *bad luck*¹⁷ (ou seja mudanças dramáticas na volatilidade e nas correlações dos mercados).

A importância do *backtesting* revela-se ainda pelo facto de este ser recomendado pelo Comité de Basileia na avaliação dos modelos internos da determinação do capital regulamentar. Através da implementação de um mecanismo de verificação e de penalizações, pretende-se assegurar que os bancos desenvolvam e utilizem modelos internos rigorosos. De outro modo, as instituições financeiras teriam incentivos de subavaliarem as suas exposições de risco.

2.1. Métodos estatísticos para o *Backtesting*

Os dois modelos de validação do VaR mais explorados são: o modelo binomial (incorporado no *Market Risk Amendment* (MRA)) e o modelo de previsão por intervalos proposto por Christoffersen (1998). Os dois modelos supramencionados são baseados em testes de hipóteses, em que a hipótese nula (H_0) é de que o VaR estimado tem as características consentâneas com o VaR que se pretendeu estimar. Se a hipótese nula for rejeitada, o VaR estimado não ostenta as características apropriadas e o modelo que o gerou pode ser considerado inadequado. Caso contrário (ou seja a hipótese nula não for rejeitada) o modelo pode ser considerado aceitável.

2.1.1. Procedimentos para o *Backtesting*

A metodologia do *Backtesting* baseia-se na contagem do número de vezes em que as perdas efectivamente ocorridas ultrapassam as estimativas produzidas pelo VaR. O resultado desta contagem para um determinado período deve ser de acordo com o nível de confiança estabelecido para o modelo.

Considerando duas séries: a série dos retornos logarítmicos diários - r_t , e a série correspondente das previsões para o VaR - $VaR^*(\alpha)$ com um nível de confiança igual a

17 O Comité de Basileia tem delineado zonas de penalizações em função do número de falhas dos modelos internos do VaR. Na zona *yellow*, a decisão sobre a penalização é discricionária (pertence ao supervisor) e depende das razões que justificaram a ocorrência das excepções, por exemplo: a ocorrência de falhas devido a *crashes* no mercado poderá não conduzir a uma penalização.

$1 - \alpha$, tal que $P \left[r_t < -VaR_t^*(\alpha) \right] = \alpha$ ¹⁸ define-se uma sucessão binária das ultrapassagens do VaR_t^* da seguinte forma:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{se } r_t < -VaR_t^*(\alpha) \\ 0, & \text{se } r_t \geq -VaR_t^*(\alpha) \end{cases} \quad (21)$$

Note-se que a sucessão binária assim representada é desprovida de um grande conjunto de informações, entre as quais, por exemplo, o montante em excesso. Porém, a previsão do VaR não visa garantir a gravidade do excesso mas sim a sua frequência, ou seja α , facto este apontado como a maior desvantagem do VaR como uma medida de risco.

2.1.2. *Unconditional Coverage Test* ou **Teste de Kupiec (1995)**

O teste de Kupiec (1995) conta o número de excepções que superam o VaR estimado a partir de uma determinada amostra. A hipótese nula para este teste é de que a verdadeira taxa de excepções π é consistente com o quantil de falhas previsto pelo modelo do VaR, α :

$$H_0 : E[I_t] \equiv \pi = \alpha \quad (22)$$

A estatística teste de máxima verosimilhança (*likelihood ratio*) para esta hipótese é:

$$LR_{uc} = -2 \ln \left(\frac{\alpha^{T_1} (1 - \alpha)^{T_0}}{\hat{\pi}^{T_1} (1 - \hat{\pi})^{T_0}} \right)^{asy} \sim \chi^2(1), \quad (23)$$

em que: T_1 é o número de excepções ($I_t = 1$) para um número total de dias T (I_t); T_0 o número de não excepções ($I_t = 0$); $\hat{\pi} = T_1/T$ a taxa de falhas (excepções) registada; e \sim^{asy} denota a igualdade assintótica de distribuições, sob a hipótese nula.

¹⁸ O valor do VaR na expressão anterior aparece com sinal negativo, uma vez que por convenção o reporte do VaR é feito em valor positivo.

O valor crítico assintótico da estatística teste LR_{uc} para um nível de confiança de 95 % é de 3,841. Para valores superiores a 3,841 a hipótese nula é rejeitada e o modelo do VaR pode ser considerado como não adequado. Quando no modelo do VaR rejeitado é observada uma taxa de falhas superior a α , o modelo é considerado inadequado por subestimar sistematicamente o VaR, caso contrário (ou seja quando o número de falhas registado é mais baixo do que o esperado) o modelo do VaR é considerado inadequado por ser excessivamente conservador.

A Tabela 1 em Anexo exhibe a região de não rejeição do teste de Kupiec para os diferentes níveis de confiança do VaR e para diferentes janelas de validação (vide Tabela 1 em Anexo)

2.1.3. *Conditional Coverage Test* ou Teste de Christoffersen (1998)

As críticas apontadas ao teste de Kupiec estão ligadas ao facto deste aferir acerca da validade do modelo, afastando a preocupação relacionada com a distribuição temporal das excepções. Em modelos adequados é espectável que as falhas verificadas sejam uniformemente distribuídas, no entanto, na prática isto pode não acontecer, ou seja uma parte significativa das excepções pode ocorrer num mesmo intervalo de tempo, relativamente curto. O surgimento deste tipo de agrupamentos (*clusters*) pode estar ligado a um aumento da volatilidade do mercado, ocorrência que não foi captada pelo modelo¹⁹. Um modelo credível para a previsão da perda máxima, deve conseguir captar as mudanças na envolvente, de forma a permitir acções correctivas apropriadas por parte dos órgãos de gestão. (vide Jorion, 2007)

Com base nas considerações acima referidas, Christoffersen (1998) formulou duas propriedades que um modelo do VaR válido deve satisfazer em simultâneo: *Unconditional Coverage Property*, que é testada pelo teste de Kupiec e *Independence Property*, que é testada pelo teste de independência *Markov Test* de Christoffersen (1998). Quando o modelo do VaR é apropriado, a probabilidade da perda máxima estimada ser ultrapassada hoje, deve ser

19 As previsões diárias consecutivas do VaR baseiam-se em janelas móveis e por isso em amostras históricas sobrepostas. Como tal, os modelos do VaR são propícios em criar estimativas para as perdas consecutivas (diárias), muito semelhantes e correlacionadas entre si. Em resultado, um modelo do VaR pode registar uma maior (menor) ocorrência de falhas, durante algum período de tempo de maior (menor) volatilidade. Assim sendo, o resultado do *backtesting* acerca da adequação do modelo pode ser condicionado pela escolha do tamanho da amostra e/ou do período da incidência do teste de validação.

independente da ocorrência ou não ocorrência de uma falha na previsão do VaR do dia anterior.

Para testar cada uma das duas propriedades o autor constrói duas estatísticas teste: LR_{ind} acerca da independência temporal dos desvios observados e LR_{uc} (do teste de Kupiec) acerca da cobertura incondicional (*Unconditional Coverage Property*). A estatística teste combinada para a validação simultânea das duas propriedades é:

$$LR_{cc} = LR_{ind} + LR_{uc}^{asy} \sim \chi^2(2) \quad (24)$$

Os procedimentos para a realização do teste de independência são descritos adiante: Em primeiro lugar cria-se uma sucessão binária I_t aos termos da qual se atribui: valor 0, no caso de a previsão do VaR (para um determinado dia) não for excedida e 1 no caso oposto (vide equação 21). Seguidamente, define-se T_{ij} como o número de dias t em que os acontecimentos $I_t = j$ e $I_{t-1} = i$ ocorrem simultaneamente. (vide Tabela 2 em Anexo)

A estatística teste LR_{ind} da independência para o número de exceções consecutivas em t e $t-1$ correspondente é:

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1 - \hat{\pi})^{(T_{00} + T_{10})} \hat{\pi}^{(T_{01} + T_{11})}}{(1 - \hat{\pi}_o)^{T_{00}} \hat{\pi}_o^{T_{01}} (1 - \hat{\pi}_1)^{T_{10}} \hat{\pi}_1^{T_{11}}} \right)^{asy} \sim \chi^2(1) \quad (25)$$

Em amostras de pequena dimensão muitas vezes $T_{11} = 0$ e, nestas situações LR_{ind} é calculada da seguinte forma:

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1 - \hat{\pi})^{(T_{00} + T_{10})} \hat{\pi}^{(T_{01} + T_{11})}}{(1 - \hat{\pi}_o)^{T_{00}} \hat{\pi}_o^{T_{01}}} \right)^{asy} \sim \chi^2(1) \quad (26)$$

Nas duas expressões anteriores, $\hat{\pi}$ representa a taxa de exceções, $\hat{\pi}_1$ a taxa de ocorrer uma exceção ($I_t = 1$) precedida por uma exceção do dia anterior ($I_{t-1} = 1$) e $\hat{\pi}_0$ a taxa de ocorrer uma exceção ($I_t = 1$) não precedida por uma exceção do dia anterior ($I_{t-1} = 0$).

O numerador de LR_{ind} , representa a máxima verosimilhança sob a hipótese das exceções serem independentes (ou seja $\pi = \pi_0 = \pi_1$) contra a hipótese alternativa da existência da dependência entre duas exceções consecutivas.

As taxas das falhas $\hat{\pi}_1$ e $\hat{\pi}_0$ (contidas no denominador de LR_{ind}) são calculadas através das seguintes expressões:

$$\hat{\pi}_1 = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \text{ e } \hat{\pi}_0 = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}} \quad (27)$$

A estatística teste LR_{ind} sob a hipótese de independência é assintoticamente $\chi^2(1)$ e, o valor crítico para um nível de confiança de 95% é de 3,841. Para $LR_{ind} < 3,841$ as exceções do dia corrente consideram-se independentes dos acontecimentos do dia anterior, caso contrário deve ser rejeitada a independência.

O teste combinado LR_{cc} (*Conditional Coverage Test*) testa em simultâneo: a hipótese da taxa das exceções ser idêntica a α e a hipótese da independência das exceções (ou seja testa a hipótese nula: $\pi_0 = \pi_1 = \pi = \alpha$) e, segue no limite uma distribuição $\chi^2(2)$. Sob a hipótese nula, o modelo do VaR deve ser rejeitado para um nível de confiança de 95% quando $LR_{cc} > 5,991$. (vide Christoffersen, 1998 e 2008; e Jorion, 2007)

A utilização individual dos testes LR_{ind} e LR_{uc} é preferível perante a utilização do teste combinado LR_{cc} . A eficiência do teste combinado, na inferência acerca da validade do modelo do VaR caso uma das duas propriedades esteja satisfeita, diminui em relação à outra propriedade. O teste combinado detecta, por exemplo, a inadequação do modelo do VaR em

50% dos casos enquanto que o teste de independência (*Markov Test*) em 56% das vezes (vide Campbell, 2005).

2.1.4. Duration-Based Test of Independence

O *Markov Test* de Christoffersen (1998) utilizado neste trabalho, afere somente acerca da autocorrelação entre duas falhas consecutivas. Contudo, existem diversas formas de violar a hipótese da independência (por exemplo, a excepção do dia actual pode depender da excepção que foi verificada na semana anterior, e não da excepção do dia imediatamente anterior, como é especificado na hipótese), neste caso o teste utilizado (*Markov Test*) não vai detectar a violação da propriedade de independência.

Christoffersen e Pelletier (2004), sugeriram um outro teste de independência baseado na duração entre duas falhas consecutivas do VaR - *Duration-Based Test of Independence*. A ideia subjacente é de que a existência de *clusters* nas falhas será evidenciada pelo número excessivo de intervalos de tempo curtos e longos entre duas falhas consecutivas (determinados por um mercado turbulento e calmo, respectivamente). De acordo com as premissas do teste, se as violações do VaR forem independentes, então a duração do tempo que decorre entre as violações, também deverá ser independente do tempo que decorreu desde a última falha. Christoffersen e Pelletier (2004) fornecem evidências de que o *Duration-Based Test* é mais eficiente na detecção da violação da propriedade de independência. Porém, o teste exige modelos estatísticos e computacionais mais complexos do que a simples construção da tabela de contingências 2x2 utilizada no *Markov Test* de Christoffersen (1998). (vide Tabela 2 em Anexo)

Os dois testes de independência (*Markov Test* e *Duration-Based Test*) assentam na mesma afirmação de que todos os modelos do VaR correctamente especificados devem criar uma sucessão binária I_t de termos independentes. Assim sendo, o teste utilizado deve ser capaz de detectar a existência de todo tipo de dependência entre os termos da sucessão. No entanto, os dois testes de independência não detectam as anomalias que não são especificadas na hipótese alternativa do teste, sendo esta a sua maior limitação (vide Campbell, 2005 e Christoffersen & Pelletier, 2004). Segundo Campbell (2005) o *Markov Test* de Christoffersen é eficiente quando se examina se o modelo do VaR é adequado para captar atempadamente as mudanças

das condições do mercado, razão pela qual se optou neste trabalho pela simplicidade deste mesmo teste.

2.1.5. Teste de Berkowitz

Os testes até aqui analisados mostram na maioria dos casos, uma baixa potência (na determinação da precisão dos modelos) para amostras de pequena dimensão. Por exemplo, o teste de Kupiec necessita de janelas de teste compostas por um número de comparações superior a 1000 (vide Berkowitz, 1999 e Lopez, 1997). Para colmatar essa limitação, Berkowitz sugere uma nova forma de validação dos modelos do VaR. A hipótese zero do *LR* do Berkowitz é de que a distribuição das exceções tem a média e a variância de acordo com a esperada pelo modelo do VaR. O referido teste é considerado mais robusto na validação do modelo a partir de um número mais pequeno de comparações (por exemplo de 100) do que o *Markov Test* de Christoffersen. De acordo com Berkowitz, a eficiência do *Markov Test* de Christoffersen na detecção de modelos inapropriados do VaR aumenta a partir das janelas de teste compostas por 200 validações. Uma vez que as validações feitas neste trabalho são baseadas em janelas de 250, 500 e 1000 validações, não foi considerada indispensável a utilização deste teste.

2.1.6. Teste de Lopez

As metodologias de *backtesting* anteriormente referidas, baseadas na avaliação das características da sucessão das falhas (I_t), apresentam algumas limitações (já discutidas), como por exemplo o facto de desconsiderarem a magnitude das perdas que excedem o VaR. O Lopez (1999) propõe-se a contornar esta limitação, formulando um critério de selecção de modelos alternativo assente na medida do erro quadrático médio observado das perdas superiores ao VaR previsto. O critério avalia se a média das perdas é “demasiado elevada” em relação ao VaR esperado e elege o modelo que minimiza o erro quadrático médio. O teste de Lopez, como é conhecido na literatura, não fornece qualquer indicação estatística formal de adequação do modelo, mas pode ser utilizado como uma ferramenta complementar na avaliação discriminatória entre os dois modelos do VaR competitivos. (Campbell, 2005)

2.2. As regras de Basileia

A metodologia recomendada pelo Comité de Basileia, para a avaliação do risco do mercado das posições financeiras bancárias, é a metodologia do VaR. As estimativas produzidas pela metodologia do VaR podem ser utilizadas no cálculo do capital regulamentar exigido face à exposição do risco do mercado (*Market-Risk Charge - MRC*). O cálculo do MRC tem de ser baseado no valor máximo entre a última estimativa do VaR e a média do VaR das últimas 60 previsões multiplicadas por um factor k (*plus factor*)²⁰ através da seguinte fórmula:

$$MRC_t^{IMA} = \max\left(k \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}, VaR_{t-1}\right) + SRC_t, \quad (28)$$

onde *SRC* (*Specific risk charge*) representa o risco específico.

A utilização da metodologia do VaR é permitida mediante um reconhecimento prévio por parte do Comité de Basileia ou por parte do órgão regulador no respectivo país. Para a obtenção do reconhecimento é necessário comprovar a adequação da metodologia empregada através do *backtesting*. As regras de Basileia relativas ao *backtesting*, baseiam-se no número de vezes em que o montante da perda ultrapassa a potencial perda que foi estimada. O procedimento de verificação consiste em recolher durante um ano (aproximadamente 250 dias úteis) as falhas diárias observadas para o VaR (estimado para um nível de confiança de 99%, de acordo com a recomendação de Basileia, 1996)²¹.

O número aceitável de excepções estabelecido pelo Basileia, é até 4 (zona verde). Se o número das excepções superar os 4, entra-se na zona amarela ou vermelha e o multiplicador k do MRC pode ser aumentado (vide Tabela 3 em Anexo).

20 O factor multiplicativo é determinado pelos órgãos reguladores locais e o seu valor mínimo é de 3. Com a utilização do factor k pretende-se garantir uma maior protecção perante situações de turbulência no mercado.

21 O número médio de falhas verificado durante um período de 250 dias (um ano) para um nível de confiança de 99%, devem ser aproximadamente 2,5.

Capítulo 3

Com o presente capítulo, pretende-se proporcionar uma breve caracterização dos mercados de capitais da Bulgária e da Roménia, uma vez que os dois mercados são relativamente pouco conhecidos em Portugal.

1. Caracterização dos Mercados da Bulgária e da Roménia

Os mercados financeiros da Bulgária e da Roménia, caracterizados por um desenvolvimento relativamente fraco, tiveram um avanço significativo durante os últimos anos. Os bancos dos novos países membros da UE, assim como dos restantes países da Europa, têm aumentado o nível dos investimentos em títulos. Este aumento verifica-se tanto via indirecta, através dos investimentos por parte dos fundos de investimento ou dos fundos de pensões, como também via um aumento directo nos balanços dos bancos. Por outro lado, presencia-se um acréscimo da oferta de novos produtos financeiros. As grandes empresas nestes países começam por descobrir, para além das habituais formas de empréstimos bancários, outras formas de financiamento, nomeadamente alguns produtos de desintermediação bancária, tais como o papel comercial, as obrigações e naturalmente as acções (ordinárias ou preferenciais)²².

As principais causas que fomentam o interesse dos investidores particulares e das instituições financeiras são: o aumento da estabilidade política e económica da Bulgária e da Roménia; a adopção de uma legislação protectora e incentivadora ao investimento de origem estrangeira; a criação de um quadro legislativo e regulador relativo ao funcionamento da bolsa de valores; a adopção de uma política de progressiva diminuição da carga fiscal²³; um ambiente de optimismo resultante da entrada na União Europeia; acrescidas com o aumento das

22 Vide “Analysis of Bulgaria's capital market and strategy of BSE for its development by 2010” (BSE Bulgaria, 2008) e “Bucharest Stock Exchange - Annual Report” (BVB/BSE-Bucarest, 2007)

23 Na Bulgária e na Roménia a taxa do imposto sobre os rendimentos das pessoas singulares e das colectivas é de 10% e de 16% respectivamente, sendo que na Bulgária os impostos são os mais baixos na União Europeia dos 27. Nos ambos os países a tributação é proporcional. Os impostos sobre as mais-valias e os dividendos realizados na Bulgária varia entre 0% e 5% e na Roménia variam entre 1% e 25%. (vide Federation of Euro-Asian Stock Exchanges (FEAS), 2008)

possibilidades de negociação de novos e potencialmente mais líquidos e lucrativos produtos financeiros.

O mercado de capitais inexistente durante o período do regime comunista, ressurgiu impulsionado tanto por um quadro legislativo e regulador favorável, bem como pelas atractivas ofertas públicas iniciais (OPIs) às grandes companhias estatais, feitas durante o período de privatização.

A crescente sofisticação e desenvolvimento das bolsas de valores dos dois países (*Bulgarian Stock Exchange* (BSE-Bulgária)²⁴ e a *Bucharest Stock Exchange* (BSE-Bucareste)²⁵), são visíveis através da melhoria gradual registada (particularmente a partir do ano de 2005) nos principais indicadores do mercado bolsista: a capitalização bolsista, o volume negociado e a liquidez. (vide Tabela 4 em Anexo)

A expansão do investimento de origem estrangeira no mercado de capitais dos dois países, a sua integração no espaço da União Europeia, como também a própria dinâmica da globalização internacional dos mercados de capitais em geral, tiveram como consequência um aumento na correlação nos mercados de capitais da Roménia e da Bulgária com os mercados internacionais (vide Figura 4 e 5 em Anexo). De facto, os dois países, ficaram mais sensíveis às mudanças na conjuntura económica a nível europeu e internacional, o que num período da crise do *subprime* e da subsequente crise mundial de liquidez, resultou na saída de muitos dos investidores internacionais durante o ano de 2008.

Independentemente dos avanços verificados, os mercados de capitais da Bulgária e da Roménia são ainda incipientes, no geral. A capitalização bolsista, embora tenha vindo a crescer substancialmente durante os anos de 2006 e de 2007 (vide Tabela 4 em Anexo) é

24 A bolsa de valores da Bulgária foi fundada em 1907, porém a sua actividade foi interrompida no início da II Guerra Mundial e com o estabelecimento do subsequente regime pró-soviético. Após a queda do regime comunista em 1989, em 1991 o mercado accionista foi reestabelecido. O início oficial da *Bulgarian Stock Exchange* foi dado em Outubro de 1997, data em que foi aberta a sua primeira secção negocial.

25 A *Romanian Stock Exchange* (RSE) foi fundada inicialmente em 1882, estando operacional até ao ano de 1948, altura em que se iniciou o processo de nacionalização da propriedade privada pelo regime pró-soviético. Após a queda do regime comunista no início dos anos noventa, em 21 de Abril de 1995, a *Bucharest Stock Exchange* (BSE) foi reaberta.

bastante baixa comparada com os mercados mais desenvolvidos, como por exemplo o da Grécia.

A fraca liquidez é um outro problema dos dois mercados. Muitos dos activos não alcançam um volume de negociação diário razoável ou por vezes nem são negociados. Na maioria das empresas, a baixa liquidez está ligada à reduzida percentagem de acções livres que existem cotadas em bolsa (*free float*), o que afigura um obstáculo à entrada dos investidores institucionais. Assim, quando a procura aumentou, tal como aconteceu durante o ano de 2007, os preços das acções dispararam. Felizmente, no que respeita aos chamados *blue chip*, atingem-se habitualmente volumes de negócio diários razoáveis.

2. A crise financeira internacional e os seus efeitos nos mercados da Bulgária e da Roménia

Apesar de serem mercados com grande potencial de crescimento e lucratividade, os mercados da Bulgária e da Roménia, tal como qualquer outro mercado emergente, são indubitavelmente de maior instabilidade e portanto os investimentos ali feitos são sujeitos a uma grande volatilidade dos resultados.

Os recentes efeitos da crise financeira mundial, iniciada em 2007, mostraram o quanto estes dois países são sensíveis a este tipo de ocorrências. Embora as primeiras análises publicadas em relação às duas economias apontassem que estes não iriam ser afectados pela crise (apoiando-se em factores como as elevadas taxas de crescimento; a expansão do consumo; a qualificada e barata mão-de-obra e as baixíssimas taxas de impostos - os requisitos perfeitos para atraírem mais investimentos estrangeiros) as diversas previsões publicadas no início de 2009 alteraram o optimismo inicial, indicando que os dois mercados são os mais vulneráveis dos 27 países pertencentes à União.

Depois de um longo período de valorização entre os anos de 2005 e de 2007 (a valorização média anual do SOFIX foi de 41,57%, do BET foi de 31,74%²⁶), a partir dos finais de 2007 as

26 O SOFIX valorizou durante o período 2000 - 2006 de 1.183,57% e o volume total das transacções aumentou de 300%.

bolsas da Bulgária e da Roménia, tal como de todos os mercados da Europa de Leste e Central, começaram a sentir os efeitos da crise financeira mundial: alguns dos investidores estrangeiros começaram a abandonar os mercados; as empresas que já tinham anunciado planos de ofertas públicas, suspenderam-nas, esperando condições mais favoráveis; a actividade de emissão de novos títulos (relativos a aumentos de capital ou à emissão de obrigações de dívida privada) por parte das empresas cotadas na bolsa começou a diminuir; a actividade bancária relacionada com a emissão de títulos também começou a baixar; verifica-se também uma diminuição da liquidez e do volume de negociação na bolsa de valores; e instalou-se um pânico geral entre os pequenos investidores. Observando os principais índices dos mercados bolsistas (SOFIX, BET e ATG - vide Figura 6 em Anexo) verifica-se que estes, tal como os seus homólogos do Sudoeste europeu, caíram substancialmente em 2008²⁷.

3. O Mercado da Grécia

A inclusão do mercado da Grécia neste trabalho, justifica-se com a análise comparativa que se procura efectuar entre a performance dos modelos do VaR nos mercados da Bulgária e da Roménia (mercados com características de um mercado emergente) e os mercados em estádios de desenvolvimento mais avançados.

A escolha da Grécia como um contraponto à análise, prende-se com: o facto da economia grega ser considerada a mais estável e desenvolvida no conjunto dos países da região balcânica (uma zona geográfica que historicamente é considerada problemática); o facto dos três países partilharem o mesmo espaço geográfico, logo são influenciados pelos mesmos factores locais; com um legado histórico de relações e de influências comuns; o facto da Grécia ser um dos maiores investidores nos mercados da Roménia e da Bulgária (principalmente no que respeita à actividade bancária); e por último, com o facto da bolsa de valores da Grécia *Athens Stock Exchange (ASE)*²⁸ objectivar, conjuntamente com os outros países balcânicos, a criação de um único e forte mercado de capitais para esta região. (vide

A rendibilidade anual do BG40 no 2005 foi de 33,42%, em 2006 de 49,80% e em 2007 de 159%. (fonte *Bulgarian Stock Exchange*, 2008)

27 SOFIX - 70%, BET - 72%, ATEX 20 - 67%, MBI10 - 63.47%, SASX-10 - 74.17%, CROBEX - 60%, ISE 100 - 60% (dados: BSE-Bulgária).

28 A bolsa de valores da Grécia *Athens Stock Exchange (ASE)*, foi fundada em 1876 e funciona ininterruptamente até os dias de hoje.

“*Hellenic Plan for the Economic Reconstruction of the Balkans (HiPERB)*”, Athens Chamber of Commerce and Industry.)

4. Os principais índices bolsistas da Bulgária, da Roménia e da Grécia

O estudo empírico relativo à performance dos modelos do VaR realizado neste trabalho incide sobre os três principais índices bolsistas de referência dos mercados de capitais: SOFIX da Bulgária, BET da Roménia e ATG da Grécia. A Tabela 5 apresentada em Anexo fornece uma sucinta descrição relativamente a cada um dos índices. (vide Tabela 5 em Anexo)

Capítulo 4: Resultados Empíricos

1. Descrição das séries financeiras

Com o objectivo de analisar as questões relacionadas com o risco e o dinamismo dos mercados da Bulgária e da Roménia, estudam-se as séries temporais dos índices bolsistas SOFIX, BET e ATG²⁹ durante o período compreendido entre as datas 01-01-2000³⁰ e 30-12-2008. A partir da cotação diária do fecho, obtêm-se as rendibilidades diárias para cada um dos índices através da expressão (3). As estatísticas descritivas dos retornos estão apresentadas na Tabela 6 em Anexo. A partir dos dados da Tabela 6, verifica-se que a média mais alta dos retornos diários no período em análise é atingida na Bulgária (0,063%) e a mais baixa na Grécia (-0,018%)³¹. Dos três índices, o SOFIX é o índice mais volátil, seguido pelo BET e pelo ATG com um desvio-padrão médio anual de 30,4%, de 30% e de 25%, respectivamente. No que respeita à curtose (*kurtosis*), a mais elevada observa-se na Bulgária (29,2), enquanto o BET e o ATG têm uma curtose mais baixa. No entanto, a diferença verificada respeita ao período compreendido entre os anos de 2000-2007, sendo quase inexistente durante o ano de 2008. Constata-se ainda, que as distribuições empíricas dos três índices são leptocúrticas (evidenciam um excesso de curtose em relação à distribuição Gaussiana). A assimetria (*skewness*) é negativa em todas as séries, indicando que as distribuições têm uma cauda esquerda mais pesada. Os dois indicadores (*kurtosis e skewness*) sugerem que nenhuma das três séries segue uma distribuição normal. A região central da distribuição empírica (ou seja dos retornos da maior frequência) aproxima-se razoavelmente à distribuição Gaussiana (vide ainda Figura 7: Q-Q Plot em Anexo). Porém, em relação aos valores extremos constata-se que estes ocorrem com uma maior frequência do que seria esperada pela Normal.

O teste Jarque-Bera, também rejeita a hipótese da normalidade para cada uma das séries a um nível de confiança muito elevado (p-value inferior a 0,001). Os dados empíricos corroboram

29 Dados Reuters.

30 No caso de SOFIX desde do seu início (21-10-2000).

31 A respectiva rendibilidade anualizada é 15,8% para o SOFIX, 8,25% para o BET e -4,475% para o ATG.

com a tese de que as respectivas distribuições das séries financeiras (BET, SOFIX e ATG) têm caudas mais pesadas do que a distribuição normal e que são assimétricas.

Os testes acerca da independência temporal dos retornos logarítmicos diários indicaram que as séries dos índices SOFIX, BET e ATG não são independentes no tempo. O Teste de Ljung-Box rejeita a hipótese nula de não existência de autocorrelação, relativamente a todas as séries, a um nível de significância inferior a 0,001. Consequentemente, testa-se a hipótese das três séries serem modeladas por um processo AR(p). O teste LM ARCH de Engle, aplicado aos resíduos dos modelos anteriormente estimados, rejeita a hipótese nula de homocedasticidade condicional a um nível de significância inferior a 0,001, indicando a existência de dependência na volatilidade. Com o auxílio do software EViews foram estimados os modelos AR-GARCH relativamente a cada uma das séries. Os modelos que captam a dependência linear e na volatilidade são: AR(6)-GARCH(2,2) relativamente ao SOFIX, AR(1)-GARCH(2,2) relativamente ao BET e AR(1)-GARCH(3,2) relativamente ao ATG. (vide Tabelas 7, 8 e 9 em Anexo).

2. Procedimentos para a estimação dos Modelos de VaR

Para testar quais dos modelos do VaR são mais apropriados para captar o risco do mercado da Bulgária e da Roménia, são testados nove modelos de VaR (HS, Normal, Student, EWMA Normal, EWMA Student, Pareto) sobre as três séries dos retornos dos índices bolsistas – SOFIX, BET e ATG (representativas da carteira do mercado para cada um dos países). O horizonte temporal escolhido para o cálculo do VaR é o diário, uma vez que o objecto deste estudo são os índices dos activos mais líquidos dos respectivos mercados financeiros. Quanto ao nível de confiança (este deve ser escolhido a ponto de ser raramente excedido), optou-se por estimar o VaR para dois níveis de confiança: a 99%, o nível exigido pelo Comité de Basileia, e a 95%, o nível utilizado pela metodologia do *RiskMetrics*TM. Os cálculos são efectuados, utilizando janelas móveis de 100, 250, 500, 750 e 1000 observações diárias, relativamente aos modelos do VaR (HS, Normal, Student, EWMA Normal, EWMA Student) e de 1000, relativamente ao modelo do VaR Pareto.

O estudo é feito contemplando em separado, dois períodos temporais: um período de *backtest* entre os anos de 2004 e de 2007, caracterizado por uma menor volatilidade³² (em particular no que respeita o ATG) e durante o ano de 2008 (um período de elevada turbulência e de desvalorização para os três mercados).

2.1. Procedimentos para a estimação do VaR GDP

Para os efeitos de estimação dos parâmetros da Distribuição Generalizada de Pareto - GPD (vide pág. 14), utilizam-se janelas móveis de 1000³³ observações, que são multiplicadas por -1 (de modo a transformar os retornos negativos em valores positivos) e ordenadas. São seleccionadas subamostras de 5% das perdas extremas - para o efeito da estimação do VaR a 99%³⁴ e, de 10% - para o efeito da estimação do VaR a 95%³⁵. A partir desta subamostra estima-se *threshold* u (o respectivo ponto de corte k), o parâmetro shape ξ e o parâmetro *scale* σ , utilizando para tal o *Hill-plot*, o procedimento *bootstrap* e o estimador de Hill disponíveis na aplicação do software Xtremes³⁶. As respectivas estimativas são aplicadas na previsão do VaR de acordo com a expressão (16) do estimador do VaR. O procedimento é repetido, na medida que novas observações são incluídas na janela.

2.2. Procedimentos para a estimação do VaR Student

Relativamente à utilização da distribuição de t-Student, coloca-se o problema de estimação dos graus de liberdade ν . Foi utilizado um $\nu = 6$, para todas as séries (vide Jorion, 2007)³⁷.

32 O período entre 2003- 2006, é conhecido pelo *Great Moderation (2003-2006)*, uma vez que os activos financeiros nos mercados mundiais atingiram níveis de volatilidade mais baixos em comparação com outros períodos recentes.

33 De acordo com Danielsson & Morimoto (2000, pág. 40) a experiência prática relativa à escolha do tamanho da amostra, tem demonstrado que no mínimo são necessárias amostras com 1000 observações, 1500 é um tamanho preferível, enquanto que amostras superiores a 6000 não têm um contributo adicional para a qualidade da estimação.

34 De acordo com Jorion (2007) o tamanho da subamostra (amostra caudal) deve conter entre 2% e 5% das observações extremas das perdas.

35 De acordo com Danielsson & Morimoto (2000, pág. 40) a subamostra deve conter 10% da amostra.

36 Existem diversas soluções de softwares para a implementação da EVT, dos quais os mais conhecidos são Xtremes um software comercial desenvolvido por Rolf Reiss and Michael Thomas, da University of Siegen – Alemanha e EVIS (Extreme Value In S-Plus). Este estudo apoia-se na utilização do software de Xtremes 3.

37 O grau de liberdade foi regularmente testado para os diferentes períodos em análise, e as estimativas produzidas verificam-se inconstantes, podendo variar em curtos intervalos de tempo (geralmente num intervalo entre os 2 g.l. e os 8 g.l.), assim sendo foi escolhido $g_l = 6$, que mostrou produzir uma estimativa para o VaR mais próxima da realidade. Mais ainda, é efectuado sistematicamente *back test* de aderência do VaR Student que pretende averiguar acerca das mudanças no grau de liberdade, que seriam significativas. O teste consiste na

2.3. Procedimentos para a estimação da volatilidade

Os cálculos da volatilidade histórica são baseados em janelas móveis de 100, 250, 500, 750 e 1000 observações anteriores (vide equação 19) e utilizados nos modelos VaR Normal e VaR Student (vide equação 6). Respectivamente ao EWMA, é efectuado para cada dia útil (baseando-se nas observações anteriores dos retornos diários das séries), utilizando a *função EWMA* do Excel, disponibilizada pelo RiskTech³⁸ e para um $\lambda=0,94$ (vide pág.19). Os valores para EWMA são usados na previsão do VaR, a partir dos modelos EWMA Normal e EWMA Student.

3. Backtesting

As estimativas do VaR fornecidas pelos modelos são validadas através dos testes de Kupiec e de Christoffersen. São utilizados vários períodos de teste: de 1000, de 510 e de 252³⁹ comparações diárias. Os resultados são confrontados para cada um dos períodos e o modelo eleito é aquele que proporciona uma maior robustez para cada um dos períodos de teste efectuados (vide Tabelas 16 e 17 em Anexo). Entre dois modelos com o mesmo desempenho em termos de *backtesting* escolhe-se aquele que produz em média um valor para as previsões do VaR mais baixo e minimiza o erro quadrático médio do Teste de Lopez.

3.1. VaR a 99%

A evidência empírica deste estudo (vide Tabelas 10-12, 16 e 17 em Anexo) aponta para uma ocorrência de perdas extremas com maior frequência do que a suposta pela hipótese da normalidade (a 99%). Os resultados sugerem (teste de Christoffersen) que relativamente ao

contagem das excepções do VaR a 99% para uma janela de 42 observações, se a soma das excepções for $>=2$, reavalia-se ν . Assim, uma única série que careceu de reestimação do parâmetro ν foi o SOFIX no período entre 16-09-2008 e 17-12-2008. Neste caso foram utilizadas as estimativas que foram produzidas para ξ (GPD) sendo que $\nu = 1/\xi$. Verificou-se ainda que Student com g.l.=5 foi mais apropriado para estimar VaR (SOFIX) relativamente ao mesmo período, produzindo uma taxa de falhas π igual à taxa de falhas registada na utilização de $\nu = 1/\xi$ e com um valor médio de estimativas do VaR mais baixo.

38 Trata-se de um portal de informações na Internet relacionadas com o risco.

39 O critério de Basileia indica a janela de aproximadamente 250 observações para verificação da adequação dos modelos de VaR.

período 2004-2007, os modelos que captaram com uma maior precisão o risco do mercado foram EWMA Student e HS. Os dois modelos tiveram uma performance consistente ao longo dos vários períodos de *backtesting* (teste de Christoffersen, a 1000 e a 510 dias). Porém, o teste de Kupiec não foi tão conclusivo, uma vez que relativamente ao índice de SOFIX indicou que o modelo EWMA Student sobrestima o VaR durante o período (2006-2007) e relativamente ao ATG, durante o período (2004-2005). No que respeita ao BET, todos os modelos, excepto o Normal tiveram um bom desempenho.

Se compararmos os resultados anteriores com os do período da crise (ano 2008), constata-se que o modelo que prevê adequadamente o VaR (para os três mercados) foi EWMA Student (vide Tabelas 20-25 em Anexo). Durante o ano de 2008, os modelos com pior performance (subestimando o VaR) foram Normal, Pareto e HS.

Visto isto, conclui-se que entre os vários modelos não rejeitados, o modelo EWMA Student é o modelo mais apropriado para estimar o VaR a 99%, relativamente às três séries e durante todos os períodos testados, produzindo uma previsão mais flexível (atendendo às mudanças na volatilidade); uma taxa para as falhas $\hat{\pi}$ mais próxima de $\alpha=1\%$; e minimizando o erro quadrático médio do Teste de Lopez. Não se verificaram diferenças significativas, em termos de performance dos modelos, entre o mercado da Grécia e entre os mercados da Roménia e da Bulgária. Porém, entre os três mercados, aquele que foi mais afectado pela crise (2008) foi o mercado da Bulgária, ali o único modelo que captou o risco foi EWMA Student (5). Assim sendo, não se pode concluir que relativamente ao período analisado existam diferenças significativas no comportamento dos mercados que justificam a utilização de modelos distintos na avaliação do risco de mercado, relativamente ao mercado da Bulgária e da Roménia *versus* Grécia (um mercado mais desenvolvido).

No que respeita ao modelo Pareto, não houve evidências que comprovassem uma superior previsão desta abordagem. O modelo foi, no geral, o menos flexível às mudanças na volatilidade ao longo do período em análise, subestimando o VaR em 2008 relativamente a todas as séries. (vide Tabelas 20-25 e Figuras 14-16 em Anexo)

3.2. VaR a 95%

Quanto aos modelos do VaR a 95%, os resultados do *backtesting* são mais contraditórios face aos vários períodos de teste e às várias séries estudadas (vide Tabelas 13-15 e 18-19 em Anexo).

No período 2004-2007, os modelos de melhor performance são os baseados na hipótese da normalidade dos retornos. O modelo Normal ($j=100$) é o mais ajustado para os três índices, com uma performance constante ao longo dos vários períodos de teste (2004-2007), com uma taxa de falhas π muito próxima ao nível de significância (5%), e por último, uma média do VaR estimado, relativamente baixo. No entanto, em relação ao BET o teste de independência (LR_{ind}) rejeita todos os modelos (vide Tabelas 13 e 19)

Concluindo, durante o período (2004-2007), os modelos Normal, EWMA Normal e HS (a 95%) tiveram geralmente uma performance de previsão ajustada à realidade.

Durante o período do ano 2008, os modelos Normal, EWMA Normal e HS, que foram considerados os melhores até então, subestimaram o VaR. O modelo de mais elevada performance relativamente ao BET foi EWMA Student (6), não obstante os modelos EWMA Normal, Student ($j=100$) e HS ($j=100$), também não foram rejeitados. Na Grécia (ATG), o único modelo que não subavaliou o VaR foi EWMA Student (6). Na Bulgária (SOFIX) todos os modelos falharam (EWMA Student, $g=5$ é o único que podia ter previsto as perdas ocorridas no período).

No geral, para períodos de maior estabilidade (antes da crise de 2008) confirma-se que os modelos baseados na distribuição Normal, não são apropriados para previsão do VaR a níveis de confiança elevados (99%) e que para o nível de 95% os melhores modelos são baseados na Normal. Todavia, durante a crise 2008, as previsões a 95% baseadas na normalidade relativamente à Grécia e à Bulgária falharam. (vide Tabelas 26-31 em Anexo).

4. Considerações finais sobre a performance dos modelos

Uma vez que foi evidenciado que as três séries exibem heteroscedasticidade e autocorrelação, rejeita-se a preposição dos modelos HS, Pareto⁴⁰, Normal, Student, ou seja, de que os dados são independentes e identicamente distribuídos. A rejeição desta hipótese básica dos modelos em questão põe em causa o seu desempenho em períodos de alterações na volatilidade. Os modelos referidos tendem a sobrestimar o VaR num período menos volátil, precedido por um período de maior volatilidade. Opostamente, subestimam o VaR num período de maior turbulência (2008), precedido por um menos volátil. Assim sendo, as previsões geradas por estes modelos não são completamente fiáveis. O modelo com as características mais apropriadas para reflectir estas mudanças e captar a dependência na volatilidade é o modelo EWMA, logo as estimativas de VaR baseadas em EWMA, nas condições específicas do ano de 2008 foi superior.

Normal

Corroborando com a maioria dos estudos efectuados sobre as séries financeiras, a evidência empírica deste trabalho também rejeita a utilização dos modelos baseados na normalidade para os níveis de confiança mais elevados (neste caso a 99%). As distribuições empíricas dos retornos dos índices possuem caudas mais densas do que o esperado pela Normal. Contudo, a sua região central é aproximadamente bem descrita pela distribuição (vide Figura 7 em Anexo). O teste de Kupiec realizado relativamente aos modelos do VaR a 95% (baseados na hipótese gaussiana e durante 2004-2007) indicou que a taxa das falhas observada não é estatisticamente diferente de $\alpha = 5\%$. A inadequação (em algum casos) dos modelos deve-se à rejeição da hipótese de independência entre as excepções do VaR e logo, ao facto de ser pouco flexível às mudanças na volatilidade. No ano de 2008, a maioria dos modelos (baseados na Normal) foram rejeitados, uma vez que a frequência das perdas extremas durante o período da crise aumentou nos três mercados.

40 O EVT aqui apresentado assume que os retornos são i.i.d., porém esta suposição não provém de uma limitação teórica. O Hill estimador é consistente com GARCH. (vide Danielsson & Morimoto, 2000, pág. 41).

VaR Pareto

Durante o período de pouca volatilidade que se viveu entre os anos de 2004 – 2007, verificase que o Pareto tende a sobrestimar o VaR (uma vez que incluiu observações do período anterior mais volátil). Porém durante o período turbulento do ano de 2008, foi um dos modelos de pior performance (pois aí, baseou a previsão num período de menor volatilidade). Observou-se ainda que o VaR Pareto teve um comportamento previsivo muito semelhante à HS ($j=1000$) (vide Figuras 8-19) A utilização da abordagem GPD tem o inconveniente de obrigar o uso de amostras com grande número de observações. Pareto é estimada relativamente às caudas da distribuição e uma vez que o número de observações pertencente a esta é baixo, a subamostra (caudal) tem uma percentagem reduzida de observações. Partindo do facto de que a qualidade da previsão depende do número de dados a serem utilizados, a amostra inicial terá que ser grande (no mínimo de 1000, vide Danielsson & Morimoto (2000, pág. 40)). Quando maior é amostra, mais observações distantes vai englobar, porém, para os efeitos da previsão todas as observações têm um peso semelhante (recentes ou distantes). Esta particularidade de Pareto faz a abordagem GPD, pouco flexível às mudanças na volatilidade.

Simulação Histórica

No geral, a HS teve uma força preditiva semelhante ou superior do que VaR Pareto, pois permite uma melhor flexibilidade relativamente ao número de observações a serem incluídas na amostra, o que possibilita criar estimativas baseadas em amostras mais recentes.

EWMA Student

Conclui-se que entre todos os modelos, aquele que geralmente obteve uma melhor performance foi o EWMA Student. O modelo oferece uma solução para a heterocedasticidade e as caudas grossas, típicas nas séries financeiras e em particular nos mercados emergentes. Não obstante, o modelo deve ser validado, em termos de adequação das estimativas relativamente aos parâmetros ν (da Student) e λ da EWMA, de forma a contemplar as mudanças na envolvente.

Conclusão

No âmbito da análise do risco de mercado da Bulgária e da Roménia, foram testados vários modelos do VaR. Entre os modelos que utilizam EWMA (ou IGARCH, como é também conhecido), o modelo EWMA Student obteve uma performance variada em relação aos dois níveis de confiança testados (95% e 99%). Relativamente ao nível de confiança de 99%, o modelo que se recomenda é o modelo EWMA Student (6), o que foi considerado o mais adequado. Porém, este modelo é susceptível de sobrestimar durante alguns períodos (de baixa volatilidade) o VaR relativamente a SOFIX e ATG. O maior problema relacionado com a utilização deste modelo é a correcta estimação dos graus de liberdade. Propõe-se portanto, uma validação constante deste modelo de modo a detectar as mudanças nos g.l. que sejam significativas. A utilização do índice caudal $1/\xi$ na estimativa de v da Student mostrou-se inapropriada, uma vez que conduz a previsões que sistematicamente sobrestimam o VaR.

Relativamente aos níveis de confiança de 95%, o estudo não evidenciou um modelo que possa ser eleito de uma forma conclusiva. Os modelos mais apropriados em 2004-2007 são baseados na Normal, Normal EWMA ou HS. Durante 2008 (crise financeira mundial), o modelo apropriado a 95% foi EWMA Student, sendo o VaR subestimado pelos outros modelos.

O modelo semi-paramétrico, VaR Pareto, não mostrou uma superioridade em relação aos outros modelos (face às três séries financeiras SOFIX, BET e ATG). As estimativas do VaR geradas por este modelo não foram estáveis ao longo do período testado. Durante o período de 2004-2007 foi apenas rejeitado relativamente ao SOFIX, sobrestimando o VaR a 99%. Relativamente a 95% e durante o mesmo período foi rejeitado apenas relativamente ao BET (subestimou a perda). Em 2008, GPD foi rejeitado em todas as séries.

Os problemas apontados relativamente ao GPD são, que este não seja flexível ao ponto de responder adequadamente às mudanças na volatilidade. Deste modo sugere-se um estudo sobre a performance do modelo que foi proposto pelo McNeil & Frey (2000) do VaR EVT, baseado em GARCH, que provavelmente contribuirá para uma melhor previsão do risco dos mercados.

Não se confirmou a existência de uma diferença significativa e justificável pelos estádios de desenvolvimento entre os mercados da Roménia e da Bulgária vs Grécia. Mais ainda, no que respeita o desempenho dos modelos do VaR verificou-se que existem maiores diferenças entre os índices da Bulgária e da Roménia, do que entre cada um destes e o ATG da Grécia.

Bibliografia

Athens Chamber of Commerce and Industry - Trade with Greece (2008), Reconstruction of the Balkans (HIPERB), by *Aristotelia Peloni*, <http://www.tradewithgreece.gr/>.

Athens Chamber of Commerce and Industry - Trade with Greece (2008), Leading Role in the Balkans the Provisions of the Hellenic, Plan for the Economic Reconstruction of the Balkans (HIPERB), <http://www.tradewithgreece.gr/>.

Athens Stock Exchange (2005) ATHEX Year Book, (2006, 2007 e 2008) ATHEX Fact Book, (2005 e 2006), Annual Report e (2006-2009), ATHEX Monthly Statistical Bulletin, <http://www.ase.gr/content/en/ann.asp?AnnID=55779>.

Balkema, A.A. e L. de Haan (1974), Residual life time at great age, *Annals of Probability* 2, 792-804.

Basel Committee on Banking Supervision (1996), Supervisory Framework for the Use of 'Backtesting' in Conjunction With the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements, Bank for International Settlements, <http://www.bis.org/publ/bcbs22.pdf>.

Basel Committee on Banking Supervision (Janeiro 2009), Revisions to the Basel II market risk framework <http://www.bis.org/publ/bcbs148.htm> (acedido em: 28.01.2009).

Basel Committee on Banking Supervision (June 2006), International Convergence of Capital Measurement and Capital standards, BSE, <http://www.bis.org/publ/bcbs128a.pdf>.

Bellini, F. e G. Figa-Talamanca (2006), Conditional Tail Behaviour and Value at Risk, *Quantitative Finance*, Volume 7, Issue 6, December 2007, pages 599 - 607.

Berkowitz, J. (Março, 1999) Evaluating the Forecasts of Risk Models, *Board of Governors of the Federal Reserve System, Finance and Economics*, Discussion Series No. 99-11, disponível em: SSRN: <http://ssrn.com/abstract=158689> or DOI: 10.2139/ssrn.158689

Bucharest Stock Exchange (2007), Annual Report 2007, <http://www.bvb.ro/info/Raport/Anuale/BSERapAn2007.pdf>.

Bulgarian Stock Exchange (March 2008), Analysis of Bulgaria's capital market and strategy of BSE for its development by 2010, http://www.bse-sofia.bg/?site_lang=en&page=Analyses.

Campbell, S. (2005), A Review of Backtesting and Backtesting Procedures, *Journal of Risk*, <http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2005/200521/200521pap.pdf>.

Christoffersen, P.F. (1998), Evaluating Interval Forecasts, McGill Management, Inc., <http://web.management.mcgill.ca/peter.christoffersen/CHRISTOP/research/PAC1.PDF>.

Christoffersen, P.F. (2008), Backtesting, McGill Management, Inc., http://web.management.mcgill.ca/peter.christoffersen/CHRISTOP/research/ChristoffersenBacktesting_3June2008.pdf.

Christoffersen, P.F. e D. Pelletier (2004), Backtesting Value-at-Risk: A Duration-Based Approach, *Journal of Financial Econometrics*, 2, 84-108, <http://web.management.mcgill.ca/peter.christoffersen/CHRISTOP/research/christoffersenpelletier12.pdf>.

Danielsson, J. e C.G. de Vries (1997), Value at Risk and Extreme Returns, London School of Economics, Financial Markets Group, *Discussion Paper* no. 273.

Danielsson, J. e Y. Morimoto (December 2000), Forecasting extreme financial risk: A critical analysis of practical methods for the Japanese market, *Discussion Paper Series*, Monetary and Economic Studies, IMES, <http://www.imes.boj.or.jp/english/publication/mes/2000/me18-2-2.pdf>.

Danielsson, J., B. N. Jorgensen e C.G. de Vries (1998), On the (Ir)relevancy of Value-at-Risk. London School of Economics, Mimeo.

Danielsson, J., C.G. de Vries, e B.N. Jorgensen (1988), The Value of Value at Risk: Statistical, Financial, and Regulatory Considerations (Summary), *Economic Policy Review*, 1998, issue Oct, pág. 107-108.

Danielsson, J., P. Hartmann, e C.G. de Vries (Janeiro 1998), The Cost of Conservatism: Extreme Value Returns, Value-at-Risk, and the Basle 'Multiplication Factor.', RISK.

Embrechts, P., C. Kluppelberg e T. Mikosch (1997), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer, Berlin.

Fama, Eugene F. (1965), The behavior of stock prices, *Journal of Business*, XXXVIII (1), January, pp. 34-105.

Federation of European Securities Exchanges - FESE (Novembro 2008), European Exchange Report 2007, http://www.fese.be/_lib/files/EUROPEAN_EXCHANGE_REPORT_2007.pdf.

Federation of Euro-Asian Stock Exchanges - FEAS (2008) Semi Annual Report 2008/October Edition, <http://www.feas.org/downloads/FEASOCTOBER20082.pdf>

Ferreira, M. (2004), Risco de Mercado, Documentos/CEMAF/ISCTE.

Feuerverger, A. e P. Hall (1999), Estimating a Tail Exponent by Modelling Departure from a Pareto Distribution, *The Annals Of Statistics* 1999, Vol. 27, No. 2, pág. 760- 781.

Gençay, R. e F. Selçuk (2004), Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets, *International Journal for Forecasting*.

Hall, P. (1990), Using the Bootstrap to Estimate Mean Squared Error and Select Smoothing Parameter in Nonparametric Problems, *Journal of Multivariate Analysis*, 32, 177–203.

Hill, B. M. (1975), A Simple General Approach to Inference about the Tail of a Distribution, *Annals of Statistics*, 1163–1173.

Horta, P. (Agosto 2000), Calcule o Risco da sua Carteira Utilizando o Value-at-Risk (VaR), CMVM, www.cmvm.pt/NR/rdonlyres/CF492321-E01B-417C-ADAA-467D4D27337/10160/CalculeoRiscodasuaCarteira.pdf.

J.P.Morgan/Reuters (1996), *RiskMetricsTM—Technical Document*, 4th Edition, <http://www.riskmetrics.com/system/files/private/td4e.pdf>.

Jorion, P. (2007), *Value at Risk*, 3rd Ed, Publisher: McGraw-Hill, 3 edition.

Kearns, P. e A.R. Pagan (1997), Estimating the Tail Density Index for Financial Time Series, *Review of Economics and Statistics*, 79, 171-175.

Kupiec, P. (December 1995), Technique for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, in *Journal of Derivatives* 2, p 73 -84.

Lima, F. (2002), Métodos de Previsão – Médias Móveis, ISEGI/UNL, http://alvaro.a.novo.ogolepages.com/mp_03_mmoveis.pdf

Mandelbrot, B. (1963), The variation of certain speculative prices, *Journal of Business*, 36, p. 394-419.

McNeil, A.J. & Frey, R. (2000), Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach, *Journal of Empirical Finance*, vol. 7, pp. 271-300.

McNeil., A.J. (Abril 1998), Calculating quantile risk measures for financial return series using extreme value theory. *Working paper*,ETH Zurich.

McNeil., A.J. (Maio 1999), Extreme value theory for risk managers. *Working paper*,ETH Zurich.

Patev, Pl. e N. Kanaryan (2004), Modelling and Forecasting The Volatility of Thin Emerging Stock Markets: The Case of Bulgaria, disponível em *SSRC*, *Working paper*, <http://ssrn.com/abstract=532302>.

Reiss, R. D. e M. Thomas (2007), *Statistical Analysis of Extreme Values with Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*, 3rd ed.

Reiss, R. D. e M. Thomas (2007), *StatPascal: User Manual and Reference*, Xtremes Group, <http://www.xtremes.de>

Reiss, R. D. e M. Thomas (2007), *Xtremes User Manual*. Xtremes Group, <http://www.xtremes.de>.

Pickands, J. (1975), Statistical inference using extreme order statistics. *Ann. Statist.* 3, pp. 119–131.

Samitas, Ar., D. Kenourgios e N. Paltalidis (2006), Equity market integration in Balkan emerging markets, disponível em *SSRC, Working paper*, <http://ssrn.com/abstract=920810>

Serbinnenko, (2007), The stable Paretian hypothesis of Mandelbrot and the Gaussian hypothesis of Bachelier, ARMA and GARCH modelling for emerging Eastern European Financial markets.

Zviadadze, Ir. (2007), Return and Volatility Spillovers on European Stock Markets, Campus for Finance (CFF), *Research Conference: Papers*.

ANEXOS:

Tabela 1: Modelo do *Backtesting*: Região de não rejeição para um nível de confiança de 95%

Probabilidade π	VaR nível de confiança $1 - \alpha$	Região de Não Rejeição para T_1 (Número de Falhas)		
		T=252 Dias	T=510 Dias	T=1000 Dias
0,01	99%	$T_1 < 7$	$1 < T_1 < 11$	$4 < T_1 < 17$
0,025	97,5%	$2 < T_1 < 12$	$6 < T_1 < 21$	$15 < T_1 < 36$
0,05	95%	$6 < T_1 < 20$	$16 < T_1 < 36$	$37 < T_1 < 65$
0,075	92,5%	$11 < T_1 < 28$	$27 < T_1 < 51$	$59 < T_1 < 92$
0,10	90%	$16 < T_1 < 36$	$38 < T_1 < 65$	$81 < T_1 < 120$

A Tabela 1 exibe a região de não rejeição do teste de Kupiec para os diferentes níveis de confiança do VaR e janelas de *backtesting*.

Fonte: Jorion (2007)

Tabela 2: Construção da Tabela de Exceções: Número Esperado de Exceções

	Condicional Dia Anterior		Incondicional
	Sem Exceções ($I_{t-1} = 0$)	Exceções ($I_{t-1} = 1$)	
Dia Corrente			
Sem Exceções ($I_t = 0$)	$T_{00} = T_0(1 - \pi_0)$	$T_{10} = T_1(1 - \pi_1)$	$T(1 - \pi)$
Exceções ($I_t = 1$)	$T_{01} = T_0(\pi_0)$	$T_{11} = T_1(\pi_1)$	$T(\pi)$
Total	T_0	T_1	$T = T_0 + T_1$

Número esperado das exceções (condicionadas) do VaR de acordo com a hipótese nula do teste de Christoffersen.

Fonte: Jorion (2007)

Tabela 3: Zonas de penalização, conforme as exceções evidenciadas no *backtesting*

Zona	Número de Falhas	Aumento em k (<i>Plus Factor</i>)
Verde	0 – 4	0,00
Amarela	5	0,40
	6	0,50
	7	0,65
	8	0,75
	9	0,85
Vermelha	+10	1,00

Zonas de classificação dos resultados do *backtesting* estabelecidas pelo Comité de Basileia, para o número de exceções baseado em amostras de 250 observações diárias (um ano).

Fonte: Jorion (2007)

Tabela 4: Capitalização bolsista e volume de negócios diários da BSE- Bucareste, BSE-Bulgária e ASE- Grécia, no período de 2005 a 2008

	Anos	Roménia		Bulgária		Grécia	
Capitalização Bolsista (em milhões de EUR)	2008	11.629	-52,73%	6.371	-57,01%	68.176	-62,59%
	2007	24.601	+14,88%	14.821	+89,28%	182.234	+14,75%
	2006	21.415	+39,97%	7.830	+81,59%	158.807	+29,11%
	2005	15.311	---	4.312	---	123.000	---
Volume Negócio Diário (em milhões de EUR)	2008	7,6	-54,21%	6,0	-70,44%	312,7	-35,5%
	2007	16,6	+46,90%	20,3	+193,89%	485,1	+42,1%
	2006	11,3	+29,88%	6,9	-5,51%	341,4	+60,3%
	2005	8,7	---	7,3	---	210,4	---

Fonte: BSE-Bulgária, BSE-Bucareste, ASE e FESE⁴¹**Tabela 5: Caracterização dos Índices bolsistas SOFIX, BET e ATG**

Nome	SOFIX Índice	BET (<i>Bucharest Exchange Trading Index</i>)	Athex Composite Share Price Index (ATG ⁴²)
Cotação Inicial	100 <i>basis points</i>	1.000 <i>basis points</i>	1.000 <i>basis points</i> .
Ano de lançamento	Outubro de 2000	Dezembro de 1997	Dezembro de 1980
Composição	Formado pelas acções das 20 (<i>blue chip</i>) maiores empresas cotadas no mercado búlgaro, caracterizadas por uma elevada capitalização bolsista e liquidez.	Composto pelas 10 (<i>blue chip</i>) acções mais líquidas das empresas listadas no mercado regulamentado.	Engloba as 60 (<i>blue chip</i>) acções com uma maior capitalização bolsista e maior liquidez.
Negociação	BGN ⁴³	RON ⁴⁴	EUR
Derivados	Open-End Índice Certificate on the SOFIX index emitido pelo Hypo-und Vereinsbank AG –HVB (2007), SOFIX Open-End Certificate emitido pelo Dutch bank ABN Amro (2006) e Bulgarian basket emitido pelo Austrian Erste Bankem (2006)	O mercado de derivados foi lançado em Setembro de 2007 (o primeiro produto derivativo é Futuro sobre o índice bolsista BET)	<i>Athens Derivatives Exchange</i> estabelecido em Agosto de 1999

Fonte: BSE-Bulgária, BSE-Bucareste, ASE e FESE

41 Federation of European Securities Exchanges

42 O Reuters code do Athex Composite Share Price Index é ATG, Bloomberg Code é ASE e o Telekurs Code é GD.

43 O Banco Nacional da Bulgária pratica um câmbio fixo face à moeda europeia, no contexto de um fundo de estabilização cambial, adoptado em Julho de 1997.

44 A BSE-Bucareste disponibiliza dados diários em EUR e em USD. O RON é transaccionado ao abrigo de um regime cambial flexível.

Tabela 6: Estatística descritiva dos retornos diários logarítmicos dos índices SOFIX, ATG e BET (2000-2008)

	ATG (2000- 2007)	SOFIX (2000- 2007)	BET (2000- 2007)	ATG (2007- 2008)	SOFIX (2007- 2008)	BET (2007- 2008)	ATG (2000- 2008)	SOFIX (2000- 2008)	BET (2000- 2008)
Média*100	0,024	0,158	0,100	-0,407	-0,650	-0,558	-0,018	0,063	0,033
Mediana*100	0,000	0,101	0,086	-0,370	-0,313	-0,413	0,000	0,079	0,054
Máximo*100	7,620	21,073	9,664	9,114	7,292	10,112	9,114	21,073	10,112
Mínimo*100	-9,692	-20,900	-11,636	-10,214	-11,360	-13,341	-10,214	-20,900	-13,341
Desv. Padrão*100	1,450	1,817	1,715	2,461	2,467	3,022	1,583	1,925	1,900
Assimetria	-0,12	-0,46	-0,05	-0,03	-0,96	-0,34	-0,21	-0,68	-0,34
Curtose	7,8	38,4	7,7	5,4	6,1	5,5	8,1	29,2	8,5
Jarque-Bera	2246	92918	2051	63	135	72	2875	58035	3171
Probabilidade* ⁴⁵	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Observações	2336	1782	2244	254	243	255	2590	2026	2499
Média anual	6,10%	39,55%	25,03%	-103,25%	-157,90%	-142,19%	-4,48%	15,80%	8,25%
Desv. padr. Anual	0,229	0,287	0,271	0,392	0,385	0,483	0,250	0,304	0,300

Cálculos próprios (Eviews 6): dados Reuters

45 *A probabilidade referente ao teste Jarque-Bera refere-se à significância do teste.

Tabela 7: Modelagem das séries dos retornos dos Índices SOFIX, BET e ATG

	SOFIX	BET	ATG
	Coeficientes	Coeficientes	Coeficientes
$C \times 10^{-4}$	6.94***	6.58**	4.28**
z-Stat.	(4.05)	(2.45)	(2.0)
AR(-1)	0.10***	0.15***	0.10***
z-Stat.	(4.20)	(7.13)	(5.3)
AR(-2)	0.05**	---	---
z-Stat.	(2.45)		
AR(-6)	0.03**	---	---
z-Stat.	(1.97)		
C	3.04×10^{-7} **	3.75×10^{-5} ***	7.00×10^{-8}
z-Stat.	(2.05)	(4.99)	(1.48)
RESID(-1) ²	0.62***	0.26***	0.05**
z-Stat.	(7.49)	(8.67)	(2.26)
RESID(-2) ²	-0.59***	0.18***	0.09*
z-Stat.	(-7.65)	(5.09)	(1.89)
RESID(-3) ²	---	---	-0.14***
z-Stat.			(-4.32)
GARCH(-1)	1.34***	-0.19***	1.69***
z-Stat.	(21.71)	(-3.57)	(35.33)
GARCH(-2)	-0.36***	0.67***	-0.69***
z-Stat.	(-6.18)	(17.95)	(-14.75)
Distr.t-Student (v)	3.0***	6.5***	7.1***
z-Stat.	(15.02)	(8.05)	(6.75)
Nº Obs.	2 026	2 499	2 589

*** sign. 1%

** sign. 5%

Estimação dos parâmetros dos modelos ARMA-GARCH relativamente às séries dos retornos logarítmicos dos índices SOFIX, BET e ATG, utilizando as observações diárias durante o período compreendido entre 2000-2008 e assumindo distribuição t-Student para os resíduos estandardizados.

Tabela 8: Teste LM (Multiplicador de Lagrange) ARCH, aplicado às series dos resíduos dos modelos: AR(6)-GARCH (2,2) de SOFIX, AR(1)-GARCH(2,2) de BET e AR(1)-GARCH (3,2) de ATG

Test LM ARCH (4)	SOFIX	BET	ATG
Obs*R-squared	5.94	3.64	2.22
Prob. Chi-Square(4)	(0.20)	(0.46)	(0.70)

O Teste LM ARCH aplicado aos resíduos (vide Tabela 7) não rejeita a hipótese nula. O modelo estimado na Tabela 7 capta a dependência na volatilidade, relativamente a cada uma das séries SOFIX, BET e ATG.

Tabela 9: Teste de Ljung-Box aplicado às series dos resíduos dos modelos: AR(6)-GARCH (2,2) de SOFIX, AR(1)-GARCH(2,2) de BET e AR(1)-GARCH (3,2) de ATG

Q-Stat (4)	4.98	4.63	6.70
Prob.	(0.29)	(0,33)	(0,15)
Q-Stat (10)	10.64	11.29	7.66
Prob.	(0.39)	(0,34)	(0.66)

O Teste de Ljung-Box aplicado aos resíduos não rejeita a hipótese nula, indicando que os modelos propostos na Tabela 7 captam a dependência linear.

Tabela 10: Resultados do Backtesting – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2004-2007) VaR a 99%

Kupiec T=1000		Normal					Student (6)					EWMA Normal	EWMA Student	Simulação Histórica					Pareto J=1000
		J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100			J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	
T ₁		16	18	20	21	23	6	7	8	10	8	18	9	12	12	14	11	15	14
4 < T ₁ < 17		não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeita	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
$\hat{\pi}$		0,016	0,018	0,02	0,021	0,023	0,006	0,007	0,008	0,01	0,008	0,018	0,009	0,012	0,012	0,014	0,011	0,015	0,014
Christoffersen																			
T = 1000 $\pi = 0,01$	LR _{uc}	3,08	5,23	7,83	9,28	12,49	1,89	1,02	0,43	0,00	0,43	5,23	0,11	0,38	0,38	1,48	0,10	2,19	1,44
	LR _{ind}	5,14	4,26	3,51	3,18	2,58	0,07	0,10	0,13	0,20	0,13	0,96	0,16	2,29	7,43	6,18	2,61	1,52	1,75
	LR _{cc}	8,22	9,49	11,34	12,46	15,06	1,96	1,11	0,56	0,20	0,56	6,18	0,27	2,67	7,81	7,62	2,71	3,71	3,19
	$\hat{\pi}$	1,60%	1,80%	2,00%	2,10%	2,30%	0,60%	0,70%	0,80%	1,00%	0,80%	1,80%	0,90%	1,20%	1,20%	1,40%	1,10%	1,50%	1,40%
	$\hat{\pi}_o$	1,42%	1,63%	1,84%	1,94%	2,15%	0,60%	0,70%	0,81%	1,01%	0,81%	1,73%	0,91%	1,11%	1,01%	1,22%	1,01%	1,42%	1,32%
	$\hat{\pi}_1$	12,50%	11,11%	10,00%	9,52%	8,70%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,56%	0,00%	8,33%	16,67%	14,29%	9,09%	6,67%	7,14%
> 3,84	LR _{ind}	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
> 5,99	LR _{cc}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
	T ₀	984	982	980	979	977	994	993	992	990	992	982	991	988	988	986	989	985	986
	T ₁	16	18	20	21	23	6	7	8	10	8	18	9	12	12	14	11	15	14
	T ₀₀	970	966	962	960	956	988	986	984	980	984	965	982	977	978	974	979	971	973
	T ₀₁	14	16	18	19	21	6	7	8	10	8	17	9	11	10	12	10	14	13
	T ₁₀	14	16	18	19	21	6	7	8	10	8	17	9	11	10	12	10	14	13
	T ₁₁	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	0	1	2	2	1	1	1
VaR médio estimado		3,55%	3,49%	3,49%	3,45%	3,47%	4,80%	4,72%	4,72%	4,66%	4,69%	4,74%	4,02%	3,51%	3,51%	3,51%	3,51%	3,51% ^{min}	3,73%
Lopez Test		0,016	0,018	0,020	0,021	0,023	0,006 ^{min}	0,007	0,008	0,010	0,008	0,018	0,009	0,012	0,012	0,014	0,011	0,015	0,009

Teste de Kupiec e Teste de Christoffersen acerca da validade dos modelos de VaR (99%) relativos à série financeira de índice BET durante o período de 2004 – 2007 e a um nível de confiança de 95%. Os modelos não rejeitados (a um nível de confiança de 95%) pelos dois testes são: Student, EWMA Student, HS (1000, 250 e 100) e Pareto.

Os valores mínimos indicados para a média do VaR estimado e para o Teste de Lopez consideram apenas modelos não rejeitados.

Tabela 11: Resultados do Backtesting – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2004-2007) VaR a 99%

Kupiec T=1000		Normal				Student (6)				EWMA Normal	EWMA Student	Simulação Histórica				Pareto J=1000
		J=750	J=500	J=250	J=100	J=750	J=500	J=250	J=100			J=750	J=500	J=250	J=100	
T ₁		14	19	19	20	2	6	8	6	18	5	4	13	13	14	3
4 < T ₁ < 17		não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeita	não rejeitar	não rejeita	rejeitar
$\hat{\pi}$		0,014	0,019	0,019	0,02	0,002	0,006	0,008	0,006	0,018	0,005	0,004	0,013	0,013	0,014	0,003
Christoffersen																
T = 1000 $\pi = 0,01$	LR _{uc}	1,44	6,47	6,47	7,83	9,63	1,89	0,43	1,89	5,23	3,09	4,71	0,83	0,83	1,44	6,83
	LR _{ind}	0,00	3,87	0,80	0,67	0,01	0,07	0,13	0,07	0,95	0,05	0,03	0,34	0,34	0,40	0,02
	LR _{cc}	1,44	10,34	7,28	8,50	9,64	1,96	0,56	1,96	6,18	3,14	4,74	1,17	1,17	1,83	6,84
	$\hat{\pi}$	1,40%	1,90%	1,90%	2,00%	0,20%	0,60%	0,80%	0,60%	1,80%	0,50%	0,40%	1,30%	1,30%	1,40%	0,30%
	$\hat{\pi}_o$	1,42%	1,73%	1,84%	1,94%	0,20%	0,60%	0,81%	0,60%	1,73%	0,50%	0,40%	1,32%	1,32%	1,42%	0,30%
	$\hat{\pi}_1$	0,00%	10,53%	5,26%	5,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,56%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
> 3,84	LR _{ind}	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
> 5,99	LR _{cc}	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
	T ₀	986	981	981	980	998	994	992	994	982	995	996	987	987	986	997
	T ₁	14	19	19	20	2	6	8	6	18	5	4	13	13	14	3
	T ₀₀	972	964	963	961	996	988	984	988	965	990	992	974	974	972	994
	T ₀₁	14	17	18	19	2	6	8	6	17	5	4	13	13	14	3
	T ₁₀	14	17	18	19	2	6	8	6	17	5	4	13	13	14	3
	T ₁₁	0	2	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
VaR médio estimado		3,14%	2,62%	2,25%	2,11%	4,24%	3,54%	3,04%	2,85%	2,12%	2,86%	4,10%	3,45%	2,82% ^{min}	2,85%	4,10%
Lopez Test		0,014	0,019	0,019	0,020	0,002	0,006	0,008	0,006	0,018	0,005 ^{min}	0,004	0,013	0,013	0,014	0,003

Teste de Kupiec e Teste de Christoffersen acerca da validade dos modelos de VaR (99%) relativos à série financeira de índice SOFIX durante o período de 2004 – 2007 e a um nível de confiança de 95%. Os modelos não rejeitados (a um nível de confiança de 95%) pelos dois testes são: Normal (750), Student (500, 250 e 100), EWMA Student, HS (500, 250 e 100).

Tabela 12: Resultados do Backtesting – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2004-2007) VaR a 99%

Kupiec T=1000		Normal					Student (6)					EWMA Normal	EWMA Student	Simulação Histórica					Pareto J=1000
		J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100			J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	
T ₁		16	18	18	21	22	4	5	8	9	6	19	5	12	13	14	14	13	13
4 < T ₁ < 17		não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
$\hat{\pi}$		0,016	0,018	0,018	0,021	0,022	0,004	0,005	0,008	0,009	0,006	0,019	0,005	0,012	0,013	0,014	0,014	0,013	0,013
Christoffersen																			
T = 1000 $\pi = 0,01$	LR _{uc}	3,08	5,23	5,23	9,28	10,84	4,71	3,09	0,43	0,10	1,89	6,47	3,09	0,38	0,83	1,44	1,44	0,83	3,08
	LR _{ind}	0,52	0,95	0,95	0,55	0,44	0,03	0,05	0,13	0,16	0,07	0,74	0,05	0,29	0,34	1,75	1,75	2,00	0,00
	LR _{cc}	3,60	6,18	6,18	9,83	11,28	4,74	3,14	0,56	0,27	1,96	7,21	3,14	0,67	1,17	3,18	3,18	2,84	3,08
	$\hat{\pi}$	1,60%	1,80%	1,80%	2,10%	2,20%	0,40%	0,50%	0,80%	0,90%	0,60%	1,90%	0,50%	1,20%	1,30%	1,40%	1,40%	1,30%	1,60%
	$\hat{\pi}_o$	1,63%	1,73%	1,73%	2,04%	2,15%	0,40%	0,50%	0,81%	0,91%	0,60%	1,94%	0,50%	1,22%	1,32%	1,32%	1,32%	1,22%	1,63%
	$\hat{\pi}_1$	0,00%	5,56%	5,56%	4,76%	4,55%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	7,14%	7,14%	7,69%	0,00%
> 3,84	LR _{ind}	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
> 5,99	LR _{cc}	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
	T ₀	984	982	982	979	978	996	995	992	991	994	981	995	988	987	986	986	987	987
	T ₁	16	18	18	21	22	4	5	8	9	6	19	5	12	13	14	14	13	13
	T ₀₀	968	965	965	959	957	992	990	984	982	988	962	990	976	974	973	973	975	974
	T ₀₁	16	17	17	20	21	4	5	8	9	6	19	5	12	13	13	13	12	13
	T ₁₀	16	17	17	20	21	4	5	8	9	6	19	5	12	13	13	13	12	13
	T ₁₁	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
VaR médio estimado		2,73% ^{min}	2,51%	2,40%	2,34%	2,25%	3,69%	3,39%	3,25%	3,16%	3,04%	2,23%	3,01%	3,17%	2,90%	2,74%	2,86%	3,10%	3,04%
Lopez Test		0,016	0,018	0,018	0,021	0,022	0,004	0,005	0,008	0,009	0,006	0,019	0,005 ^{min}	0,012	0,013	0,014	0,014	0,013	0,013

Teste de Kupiec e Teste de Christoffersen acerca da validade dos modelos de VaR (99%) relativos à série financeira de índice ATG durante o período de 2004 – 2007 e a um nível de confiança de 95%. Os modelos rejeitados (a um nível de confiança de 95%) pelos dois testes são: Normal (excepto J=1000) e EWMA Normal.

Tabela 13: Resultados do *Backtesting* – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2004-2007) VaR a 95%

Kupiec T=1000	Normal					Student (6)					EWMA Normal	EWMA Student	Simulação Histórica					Pareto J=1000	
	J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100			J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100		
T_1	47	48	47	49	46	34	33	35	34	34	39	30	58	60	66	64	59	61	
$37 < T_1 < 65$	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	
$\hat{\pi}$	0,047	0,048	0,047	0,049	0,046	0,034	0,033	0,035	0,034	0,034	0,039	0,03	0,058	0,06	0,066	0,064	0,059	0,061	
Christoffersen																			
T = 1000 $\pi = 0,05$	LR_{uc}	0,19	0,09	0,19	0,02	0,35	6,04	6,88	5,27	6,04	6,04	2,75	9,77	1,28	1,98	4,92	3,81	1,62	0,19
	LR_{ind}	21,52	13,25	25,77	19,76	14,62	11,60	8,44	10,96	15,78	15,78	5,62	1,08	16,22	21,45	23,21	15,10	7,23	21,52
	LR_{cc}	21,72	13,33	25,96	19,78	14,97	17,65	15,31	16,23	21,82	21,82	8,37	10,85	17,51	23,43	28,12	18,90	8,85	21,72
	$\hat{\pi}$	4,70%	4,80%	4,70%	4,90%	4,60%	3,40%	3,30%	3,50%	3,40%	3,40%	3,90%	3,00%	5,80%	6,00%	6,60%	6,40%	5,90%	4,70%
	$\hat{\pi}_o$	3,78%	4,10%	3,67%	4,00%	3,88%	2,90%	2,90%	3,01%	2,80%	2,80%	3,54%	2,89%	4,88%	4,89%	5,35%	5,45%	5,31%	3,78%
	$\hat{\pi}_1$	23,40%	18,75%	25,53%	22,45%	19,57%	17,65%	15,15%	17,14%	20,59%	20,59%	12,82%	6,67%	20,69%	23,33%	24,24%	20,31%	15,25%	23,40%
> 3,84	LR_{ind}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar
> 5,99	LR_{cc}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar
	T_0	953	952	953	951	954	966	967	965	966	966	961	970	942	940	934	936	941	939
	T_1	47	48	47	49	46	34	33	35	34	34	39	30	58	60	66	64	59	61
	T_{00}	917	913	918	913	917	938	939	936	939	939	927	942	896	894	884	885	891	889
	T_{01}	36	39	35	38	37	28	28	29	27	27	34	28	46	46	50	51	50	50
	T_{10}	36	39	35	38	37	28	28	29	27	27	34	28	46	46	50	51	50	50
	T_{11}	11	9	12	11	9	6	5	6	7	7	5	2	12	14	16	13	9	11
VaR médio estimado		2,51%	2,47%	2,47%	2,44%	2,46%	2,97%	2,92%	2,92%	2,88%	2,90%	2,93%	2,14%	2,48%	2,48%	2,48%	2,48%	2,48%	1,91%
Lopez Test		0,047	0,048	0,047	0,049	0,046	0,034	0,033	0,035	0,034	0,034	0,039	0,030 ^{min}	0,058	0,060	0,066	0,047	0,048	0,047

Teste de Kupiec e Teste de Christoffersen acerca da validade dos modelos de VaR (95%) relativos à série financeira de índice BET durante o período de 2004 – 2007 e a um nível de confiança de 95%. Os modelos não rejeitados (a um nível de confiança de 95%) pelo teste de Kupiec são: Normal, EWMA Normal, HS (1000, 750, 250 e 100) e Pareto. O teste de Christoffersen rejeita todos os modelos excepto EWMA Student.

Tabela 14: Resultados do Backtesting – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2004-2007) VaR a 95%

Kupiec T=1000	Normal				Student (6)				EWMA Normal	EWMA Student	Simulação Histórica				Pareto J=1000	
	J=750	J=500	J=250	J=100	J=750	J=500	J=250	J=100			J=750	J=500	J=250	J=100		
T ₁	38	38	41	40	28	28	33	27	44	31	39	53	57	58	44	
37 < T ₁ < 65	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	
$\hat{\pi}$	0,038	0,038	0,041	0,04	0,028	0,028	0,033	0,027	0,044	0,031	0,039	0,053	0,057	0,058	0,044	
Christoffersen																
T = 1000 $\pi = 0,05$	LR _{uc}	3,29	3,29	1,81	2,25	12,04	12,04	6,88	13,28	0,79	8,74	2,75	0,19	0,99	1,28	0,79
	LR _{ind}	9,19	9,19	4,85	2,84	7,41	7,41	5,14	0,10	6,28	0	12,13	20,15	13,75	3,50	20,09
	LR _{cc}	12,48	12,48	6,66	5,10	19,44	19,44	12,02	13,37	7,06	8,74	14,88	20,34	14,74	4,78	20,88
	$\hat{\pi}$	3,80%	3,80%	4,10%	4,00%	2,80%	2,80%	3,30%	2,70%	4,40%	3,10%	3,90%	5,30%	5,70%	5,80%	4,40%
	$\hat{\pi}_o$	3,33%	3,33%	3,75%	3,75%	2,47%	2,47%	3,00%	2,67%	3,98%	3,10%	3,33%	4,33%	4,88%	5,41%	3,56%
	$\hat{\pi}_1$	15,79%	15,79%	12,20%	10,00%	14,29%	14,29%	12,12%	3,70%	13,64%	3,23%	17,95%	22,64%	19,30%	12,07%	22,73%
> 3,84	LR _{ind}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar
> 5,99	LR _{cc}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar
	T ₀	962	962	959	960	972	972	967	973	956	969	961	947	943	942	956
	T ₁	38	38	41	40	28	28	33	27	44	31	39	53	57	58	44
	T ₀₀	930	930	923	924	948	948	938	947	918	939	929	906	897	891	922
	T ₀₁	32	32	36	36	24	24	29	26	38	30	32	41	46	51	34
	T ₁₀	32	32	36	36	24	24	29	26	38	30	32	41	46	51	34
	T ₁₁	6	6	5	4	4	4	4	1	6	1	7	12	11	7	10
VaR médio estimado		1,85%	1,85%	1,59%	1,49%	2,19%	2,19%	1,88%	1,76%	1,50%	1,77%	1,88%	1,47%	1,32%	1,34% ^{min}	1,88%
Lopez Test		0,038	0,038	0,041	0,040 ^{min}	0,028	0,028	0,033	0,027	0,044	0,031	0,039	0,053	0,057	0,058	0,044

Teste de Kupiec e Teste de Christoffersen acerca da validade dos modelos de VaR (95%) relativos à série financeira de índice SOFIX durante o período de 2004 – 2007 e a um nível de confiança de 95%. Os modelos não rejeitados (a um nível de confiança de 95%) pelo teste de Kupiec são: Normal, EWMA Normal, HS e Pareto. O teste combinado de Christoffersen não rejeita apenas Normal (100) e HS (100).

Tabela 15: Resultados do Backtesting – Testes de Kupiec e de Christoffersen (a 95%), e de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2004-2007) VaR a 95%

Kupiec T=1000		Normal					Student (6)					EWMA	EWMA	Simulação Histórica					Pareto
		J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	Normal	Student	J=1000	J=750	J=500	J=250	J=100	J=1000
T ₁		33	39	42	46	51	22	27	31	31	38	58	33	43	47	48	51	47	44
37<T ₁ <65		rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
$\hat{\pi}$		0,033	0,039	0,042	0,046	0,051	0,022	0,027	0,031	0,031	0,038	0,058	0,033	0,043	0,047	0,048	0,051	0,047	0,044
Christoffersen																			
T = 1000 $\mathcal{P} = 0,05$	LR _{uc}	6,88	2,75	1,42	0,35	0,02	20,69	13,28	8,74	8,74	3,29	1,28	6,88	1,08	0,19	0,09	0,02	0,19	6,88
	LR _{ind}	0,66	1,24	2,34	8,14	1,99	0,44	1,62	0,93	0,93	1,41	1,94	0,66	4,15	5,09	2,69	5,91	2,95	0,66
	LR _{cc}	7,54	3,99	3,76	8,48	2,01	21,14	14,90	9,67	9,67	4,71	3,22	7,54	5,23	5,28	2,77	5,93	3,14	7,54
	$\hat{\pi}$	3,30%	3,90%	4,20%	4,60%	5,10%	2,20%	2,70%	3,10%	3,10%	3,80%	5,80%	3,30%	4,30%	4,70%	4,80%	5,10%	4,70%	3,30%
	$\hat{\pi}_o$	3,21%	3,75%	3,97%	4,09%	4,85%	2,15%	2,57%	2,99%	2,99%	3,64%	5,52%	3,21%	3,97%	4,30%	4,52%	4,64%	4,41%	3,21%
	$\hat{\pi}_1$	6,06%	7,69%	9,52%	15,22%	9,80%	4,55%	7,41%	6,45%	6,45%	7,89%	10,34%	6,06%	11,63%	12,77%	10,42%	13,73%	10,64%	6,06%
> 3,84	LR _{ind}	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
> 5,99	LR _{cc}	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
	T ₀	967	961	958	954	949	978	973	969	969	962	942	967	957	953	952	949	953	956
	T ₁	33	39	42	46	51	22	27	31	31	38	58	33	43	47	48	51	47	44
	T ₀₀	936	925	920	915	903	957	948	940	940	927	890	936	919	912	909	905	911	917
	T ₀₁	31	36	38	39	46	21	25	29	29	35	52	31	38	41	43	44	42	39
	T ₁₀	31	36	38	39	46	21	25	29	29	35	52	31	38	41	43	44	42	39
	T ₁₁	2	3	4	7	5	1	2	2	2	3	6	2	5	6	5	7	5	5
VaR médio estimado		1,93%	1,77%	1,70%	1,65%	1,59% ^{min}	2,28%	2,09%	2,01%	1,95%	1,88%	1,57%	1,86%	1,83%	1,64%	1,60%	1,63%	1,61%	1,79%
Lopez Test		0,033	0,039	0,042	0,046	0,051	0,022	0,027	0,031	0,031	0,038 ^{min}	0,058	0,033	0,043	0,047	0,048	0,051	0,047	0,044

Teste de Kupiec e Teste de Christoffersen acerca da validade dos modelos de VaR (95%) relativos à série financeira de índice SOFIX durante o período de 2004 – 2007 e a um nível de confiança de 95%. Os modelos não rejeitados (a um nível de confiança de 95%) pelos ambos os testes são: Normal (750, 500 e 100), Student (100) EWMA Normal, HS (500 e 100) e Pareto.

Tabela 16: Resultados do Backtesting - Teste de Kupiec (2004 - 2007) VaR a 99%

Janela	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student	HS	Pareto
1000	BETI	BETI	BETI	BETI	BETI	BETI
750	BETI Sofix	BETI	BETI	BETI	BETI	
500		BETI	BETI	BETI	BETI	
250		ATG* BETI Sofix*	BETI	BETI	ATG BETI	
100		BETI	BETI	BETI*	ATG BETI Sofix	

A Tabela exibe o sumário dos resultados de Teste de Kupiec a um nível de confiança de 95% e para janelas de 510 e 1000 comparações. O modelo é apontado como aceite quando não for rejeitado relativamente a todas as janelas de teste (510 e 1000). O modelo de VaR a 99% que foi aceite como o mais apropriado para SOFIX e ATG é Student (250) e para BET é EWMA Student.

Tabela 17: Resultados do Backtesting - Teste de Christoffersen (2004-2007) VaR a 99%

Janela	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student	HS	Pareto
1000	ATG BETI Sofix	ATG BETI	BETI	ATG BETI Sofix	ATG BETI Sofix	ATG BETI
750	BETI Sofix	ATG BETI	BETI	ATG BETI Sofix	ATG BETI Sofix	
500	BETI	ATG BETI Sofix	BETI	ATG BETI Sofix	ATG BETI Sofix	
250		ATG* BETI Sofix*	BETI	ATG BETI Sofix	ATG BETI Sofix	
100		ATG BETI Sofix	BETI	ATG BETI* Sofix	ATG BETI Sofix	

A Tabela representa sumário dos resultados de Teste combinado de Christoffersen a um nível de confiança de 95% e para janelas de 510 e 1000 comparações. O modelo é apontado como aceite quando não for rejeitado relativamente a todas as janelas de teste (510 e 1000). Os modelos EWMA Student e HS em geral são apropriados para estimar o VaR a 99%.

Tabela 18: Resultados do *Backtesting* - Teste de Kupiec (2004-2007) VaR a 95%

Janela	Normal	EWMA Normal	HS	Pareto
1000	BETI	ATG	BETI	BETI
750	BETI	ATG Sofix	BETI	
500	BETI	ATG Sofix	BETI Sofix	
250	BETI	ATG	ATG	
100	ATG* BETI* Sofix*	ATG Sofix	BETI Sofix	

A Tabela representa o sumário dos resultados de Teste de Kupiec a um nível de confiança de 95% e para janelas de 510 e 1000 comparações. O modelo é apontado como aceite quando não for rejeitado relativamente a todas as janelas de teste (510 e 1000). O modelo mais apropriado para cada um dos índices durante o período de 2004-2007 é Normal (100).

Tabela 19: Resultados do *Backtesting* - Teste de Christoffersen (2000-2007) VaR a 95%

Janela	Normal	Student (6)	EWMA Normal	HS	Pareto
1000			ATG	ATG	ATG
750	ATG		ATG	ATG	
500	ATG		ATG	ATG	
250			ATG	ATG	
100	ATG Sofix	ATG	ATG	ATG Sofix	

A Tabela representa o sumário dos resultados de Teste Combinado de Christoffersen a um nível de confiança de 95% e para janelas de 510 e 1000 comparações. O modelo é apontado como aceite quando não for rejeitado relativamente a todas as janelas de teste (510 e 1000). O Teste de Christoffersen rejeita todos os modelos de VaR a 95% relativamente ao índice BET.

Tabela 20: Resultados do *Backtesting* – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 99%

Janela	Kupiec T=252	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student	HS	Pareto
1000	T ₁	24	11	6	2	14	16
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
	$\hat{\pi}$	0,095	0,044	0,024	0,008	0,056	0,063
750	T ₁	25	10	6	2	13	
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,099	0,040	0,024	0,008	0,052	
500	T ₁	23	11	6	2	13	
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,091	0,044	0,024	0,008	0,052	
250	T ₁	16	8	6	2	10	
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,063	0,032	0,024	0,008	0,040	
100	T ₁	16	6	6	2	6	
	N<7	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,063	0,024	0,024	0,008	0,024	

Tabela 21: Resultados do *Backtesting* – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 99%

Kupiec T = 252	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student (6)	Simulação Histórica	Pareto
Janela=100						
T ₁	16	6	6	2	6	16
T ₁ <7	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
$\hat{\pi}$	0,0635	0,0238	0,0238	0,0079	0,0238	0,0635
Christoffersen	T=252	$\pi = 0,01$				
LR_{uc}	32,93	3,50	3,50	0,12	3,50	32,93
LR_{ind}	3,1	0,29	0,29	0,03	0,29	0,88
LR_{cc}	36,03	3,79	3,79	0,15	3,79	33,81
$\hat{\pi}$	6,30%	2,40%	2,40%	0,80%	2,40%	6,30%
$\hat{\pi}_o$	5,51%	2,44%	2,44%	0,80%	2,44%	5,93%
$\hat{\pi}_1$	18,75%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	12,50%
LR_{ind}	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
LR_{cc}	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
T ₀	236	246	246	250	246	236
T ₁	16	6	6	2	6	16
T ₀₀	223	240	240	248	240	222
T ₀₁	13	6	6	2	6	14
T ₁₀	13	6	6	2	6	14
T ₁₁	3	0	0	0	0	2
VaR médio	5,78%	7,81%	6,39% ^{min}	8,63%	7,70%	5,06%
Lopez Test	0,064	0,024	0,024	0,008 ^{min}	0,024	0,064

Os Testes de Kupiec e de Christoffersen não rejeitam os modelos: Student (100), EWMA Normal, EWMA Student e HS (100) relativamente ao índice BET e a um nível de confiança de 95%. Porém o modelo de melhor performance é EWMA Student.

Tabela 22: Resultados do Backtesting – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 99%

Janela	Kupiec T=252	Normal	EWMA Normal	EWMA Student(5)	Student	HS	Pareto
1000	T_1	34	13	3	22	19	22
	$N < 7$	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar
	$\hat{\pi}$	0,135	0,052	0,012	0,087	0,075	0,087
750	T_1	33	13	3	22	19	
	$N < 7$	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,131	0,052	0,012	0,087	0,075	
500	T_1	28	13	3	16	16	
	$N < 7$	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,111	0,052	0,012	0,064	0,064	
250	T_1	23	13	3	13	11	
	$N < 7$	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,091	0,052	0,012	0,052	0,044	
100	T_1	18	13	3	10	10	
	$N < 7$	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,071	0,052	0,012	0,040	0,040	

Tabela 23: Resultados do Backtesting – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 99%

Kupiec T = 252	EWMA		EWMA	Simulação		
Janela=100	Normal	Student (6)	Normal	Student (5)	Histórica	Pareto
T_1	18	10	13	3	10	22
$T_1 < 7$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
$\hat{\pi}$	0,071	0,040	0,052	0,012	0,040	0,087
Christoffersen	T=252 $\pi = 0,01$					
LR_{uc}	40,80	12,83	22,14	0,09	12,83	57,94
LR_{ind}	12,11	0,83	2,02	0,07	0,72	4,45
LR_{cc}	52,91	13,66	24,16	0,16	13,55	62,39
$\hat{\pi}$	7,10%	4,00%	5,20%	1,20%	4,00%	8,70%
$\hat{\pi}_o$	5,13%	4,13%	4,60%	1,21%	3,72%	7,39%
$\hat{\pi}_1$	33,33%	0,00%	15,38%	0,00%	10,00%	22,73%
LR_{ind}	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
LR_{cc}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
T_0	234	242	239	249	242	230
T_1	18	10	13	3	10	22
T_{00}	222	232	228	246	233	213
T_{01}	12	10	11	3	9	17
T_{10}	12	10	11	3	9	17
T_{11}	6	0	2	0	1	5
VaR médio	4,41%	6,38%	5,08%	7,35%	6,59%	3,91%
Lopez Test	0,074	0,042	0,054	0,012	0,042	0,091

Relativamente à série financeira do índice SOFIX (durante o ano de 2008), o modelo de VaR (a 99%) não rejeitado a um nível de confiança de 95% pelos Testes de Kupiec e de Christoffersen é EWMA Student.

Tabela 24: Resultados do *Backtesting* – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 99%

Janela	Kupiec T=252	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student(6)	HS	Pareto
1000	T ₁	31	20	6	2	20	21
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
	$\hat{\pi}$	0,123	0,079	0,024	0,008	0,079	0,083
750	T ₁	28	19	6	2	19	
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,111	0,075	0,024	0,008	0,075	
500	T ₁	26	16	6	2	14	
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,103	0,063	0,024	0,008	0,056	
250	T ₁	20	7	6	2	9	
	N<7	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,079	0,028	0,024	0,008	0,036	
100	T ₁	13	4	6	2	6	
	N<7	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,052	0,016	0,024	0,008	0,024	

Tabela 25: Resultados do *Backtesting* – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 99%

Kupiec T = 252 Janela=100	Normal	Student (6)	EWMA		Simulação	
			Normal	Student (6)	Histórica	Pareto
T ₁	13	4	6	2	6	21
T ₁ < 7	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
$\hat{\pi}$	0,052	0,016	0,024	0,008	0,024	0,083
Christoffersen	T=252	$\pi = 0,01$				
<i>LR</i> _{uc}	22,14	0,75	3,50	0,12	3,50	53,50
<i>LR</i> _{ind}	0,16	0,13	0,29	0,03	0,29	2,69
<i>LR</i> _{cc}	22,3	0,87	3,79	0,15	3,79	56,18
$\hat{\pi}$	5,20%	1,60%	2,40%	0,80%	2,40%	8,30%
$\hat{\pi}_o$	5,02%	1,61%	2,44%	0,80%	2,44%	7,36%
$\hat{\pi}_1$	7,69%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	19,05%
<i>LR</i> _{ind}	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar
<i>LR</i> _{cc}	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
T ₀	239	248	246	250	246	231
T ₁	13	4	6	2	6	21
T ₀₀	227	244	240	248	240	214
T ₀₁	12	4	6	2	6	17
T ₁₀	12	4	6	2	6	17
T ₁₁	1	0	0	0	0	4
VaR médio	4,67%	6,30%	5,29% ^{min}	7,15%	6,39%	3,63%
Lopez Test	0,052	0,016	0,024	0,008 ^{min}	0,024	0,084

Durante o ano de 2008 o modelo VaR, EWMA Student (a 99%) foi o modelo de melhor performance relativamente ao índice ATG. O Teste de Kupiec e o Teste combinado de Christoffersen rejeitaram o VaR Normal e o VaR Pareto a um nível de confiança de 95%.

Tabela 26: Resultados do *Backtesting* – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 95%

Janela	Kupiec T=252	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student	HS	Pareto
1000	T ₁	38	31	20	15	39	39
	6<N<20	rejeitar	rejeitar	Rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
	$\hat{\pi}$	0,151	0,123	0,079	0,060	0,155	0,155
750	T ₁	38	30	20	15	38	
	6<N<20	rejeitar	rejeitar	Rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,151	0,119	0,079	0,060	0,151	
500	T ₁	37	30	20	15	33	
	6<N<20	rejeitar	rejeitar	Rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,147	0,119	0,079	0,060	0,131	
250	T ₁	30	24	20	15	25	
	6<N<20	rejeitar	rejeitar	Rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,119	0,095	0,079	0,060	0,099	
100	T ₁	26	18	20	15	19	
	6<N<20	rejeitar	não rejeita	Rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,103	0,071	0,079	0,060	0,075	

Tabela 27: Resultados do *Backtesting* – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice BET (2008) VaR a 95%

Kupiec T = 252		EWMA		EWMA		Simulação	
Janela=100	Normal	Student (6)	Normal	Student (6)	Histórica	Pareto	
T ₁	26	18	20	15	19	39	
6< T ₁ <20	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
$\hat{\pi}$	0,103	0,071	0,079	0,060	0,075	0,155	
Christoffersen	T = 252 $\pi = 0,05$						
LR _{uc}	11,63	2,16	3,91	0,45	2,98	38,35	
LR _{ind}	2,09	0,4	0,12	1,90	3,9	0,84	
LR _{cc}	13,73	2,57	4,03	2,35	6,88	39,19	
$\hat{\pi}$	10,30%	7,10%	7,90%	6,00%	7,50%	15,50%	
$\hat{\pi}_o$	9,29%	6,84%	7,76%	6,33%	6,44%	14,55%	
$\hat{\pi}_1$	19,23%	11,11%	10,00%	0,00%	21,05%	20,51%	
LR _{ind}	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	
LR _{cc}	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar	
T ₀	226	234	232	237	233	213	
T ₁	26	18	20	15	19	39	
T ₀₀	205	218	214	222	218	182	
T ₀₁	21	16	18	15	15	31	
T ₁₀	21	16	18	15	15	31	
T ₁₁	5	2	2	0	4	8	
VaR médio	4,09%	4,83%	4,51%^{min}	5,33%	4,96%	2,87%	
Lopez Test	0,104	0,072	0,080	0,060^{min}	0,076	0,156	

O modelo mais apropriado para estimar o VaR a 95% relativamente ao BET (2008) é EWMA Student.

Tabela 28: Resultados do Backtesting – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 95%

Janela	Kupiec T=252	Normal	Student (5)	HS	EWMA Normal	EWMA Student (5)	Pareto
1000	T_1	46	35	50	27	21	50
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar
	$\hat{\pi}$	0,183	0,139	0,198	0,107	0,083	0,198
750	T_1	45	35	49	27	21	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,179	0,139	0,194	0,107	0,083	
500	T_1	43	33	46	27	21	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,171	0,131	0,183	0,107	0,083	
250	T_1	33	28	29	27	21	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,131	0,111	0,115	0,107	0,083	
100	T_1	30	24	21	27	21	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,119	0,095	0,083	0,107	0,083	

Tabela 29: Resultados do Backtesting – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice SOFIX (2008) VaR a 95%

Kupiec T = 252		EWMA		EWMA	Simulação	
Janela=100	Normal	Student (6)	Normal	Student (5)	Histórica	Pareto
T_1	30	24	27	21	21	22
$6 < T_1 < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar	rejeitar
$\hat{\pi}$	0,119	0,095	0,107	0,083	0,083	0,087
Christoffersen	T = 252 $\pi = 0,05$					
LR_{uc}	18,55	8,68	13,24	4,95	4,95	6,10
LR_{ind}	3,55	5,57	0,49	0,91	8,4	4,45
LR_{cc}	22,1	14,25	13,73	5,86	13,36	10,55
$\hat{\pi}$	11,90%	9,50%	10,70%	8,30%	8,30%	8,70%
$\hat{\pi}_o$	10,36%	7,90%	10,22%	7,79%	6,49%	7,39%
$\hat{\pi}_1$	23,33%	25,00%	14,81%	14,29%	28,57%	22,73%
LR_{ind}	não rejeitar	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
LR_{cc}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
T_0	222	228	225	231	231	5
T_1	30	24	27	21	21	22
T_{00}	199	210	202	213	216	213
T_{01}	23	18	23	18	15	17
T_{10}	23	18	23	18	15	17
T_{11}	7	6	4	3	6	5
VaR médio	1,77%	3,82%	3,59%	4,40%	4,18%	1,77%
Lopez Test	0,120	0,096	0,108	0,084	0,084	0,200

Relativamente à série financeira do índice SOFIX (durante o ano de 2008), o modelo de VaR (a 95%) não rejeitado a um nível de confiança de 95% pelo Teste de Christoffersen é EWMA Student. O Teste de Kupiec rejeita todos os modelos a um nível de confiança de 95%. Conclui-se que no período de turbulência (2008) o único modelo apropriado para estimar VaR a 95% e a 99% relativamente a SOFIX é EWMA Student (5).

Tabela 30: Resultados do *Backtesting* – Teste de Kupiec (a 95%) relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 95%

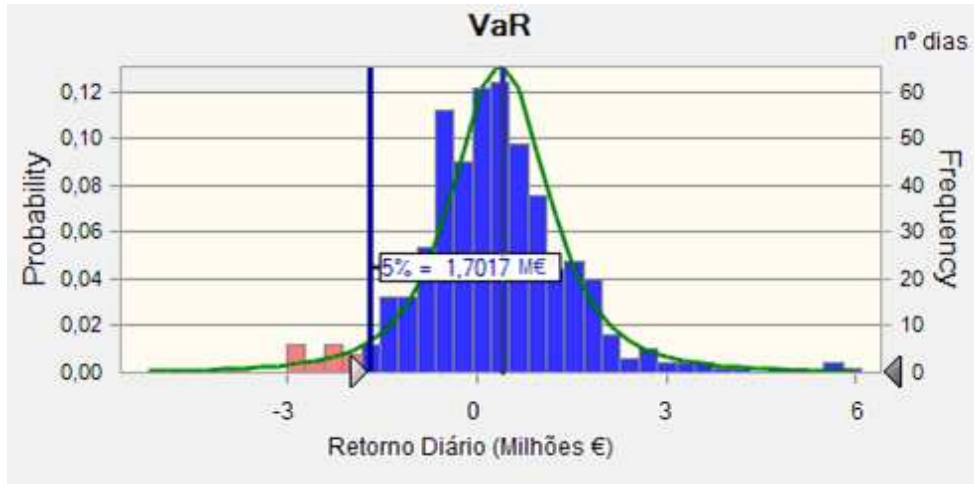
Janela	Kupiec T=252	Normal	Student (6)	EWMA Normal	EWMA Student	HS	Pareto
1000	T_1	50	41	22	13	50	51
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
	$\hat{\pi}$	0,198	0,163	0,087	0,052	0,198	0,202
750	T_1	45	39	22	13	44	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,179	0,155	0,087	0,052	0,175	
500	T_1	42	33	22	13	40	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,167	0,131	0,087	0,052	0,159	
250	T_1	37	28	22	13	33	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,147	0,111	0,087	0,052	0,131	
100	T_1	27	23	22	13	31	
	$6 < N < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	
	$\hat{\pi}$	0,107	0,091	0,087	0,052	0,123	

Tabela 31: Resultados do *Backtesting* – Teste de Christoffersen (a 95%) e Teste de Lopez relativamente à série financeira do índice ATG (2008) VaR a 95%

Kupiec T = 252	EWMA		EWMA		Simulação	
Janela=100	Normal	Student (6)	Normal	Student (6)	Histórica	Pareto
T_1	27	23	22	13	31	51
$6 < T_1 < 20$	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
$\hat{\pi}$	0,107	0,091	0,087	0,052	0,123	0,202
Christoffersen	T = 252 $\pi = 0,05$					
LR_{uc}	13,24	7,34	6,10	0,01	20,47	72,33
LR_{ind}	5,73	0,83	0,62	0,16	3,55	26,17
LR_{cc}	18,97	8,18	6,72	0,17	24,02	98,49
$\hat{\pi}$	10,70%	9,10%	8,70%	5,20%	12,30%	20,20%
$\hat{\pi}_o$	8,89%	9,61%	9,13%	5,02%	13,58%	25,37%
$\hat{\pi}_1$	25,93%	4,35%	4,55%	7,69%	3,23%	0,00%
LR_{ind}	rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	não rejeitar	rejeitar
LR_{cc}	rejeitar	rejeitar	rejeitar	não rejeitar	rejeitar	rejeitar
T_0	225	229	230	239	221	201
T_1	27	23	22	13	31	51
T_{00}	205	207	209	227	191	150
T_{01}	20	22	21	12	30	51
T_{10}	20	22	21	12	30	51
T_{11}	7	1	1	1	1	0
VaR médio	3,30%	3,90%	3,74%	4,42%	3,10%	1,87%
Lopez Test	0,108	0,092	0,088	0,052	0,124	0,204

Relativamente ao ATG (2008) o único modelo não rejeitado pelos Testes de Kupiec e de Christoffersen a um nível de confiança de 95% é EWMA Student.

Figura 1: Simulação Histórica



A Figura 1 ilustra o cálculo do VaR através da metodologia da HS a um nível de confiança de 95%

Elaboração própria: software *Crystal Ball 7*

Figura 2: Hill-plot para cauda inferior da série de SOFIX

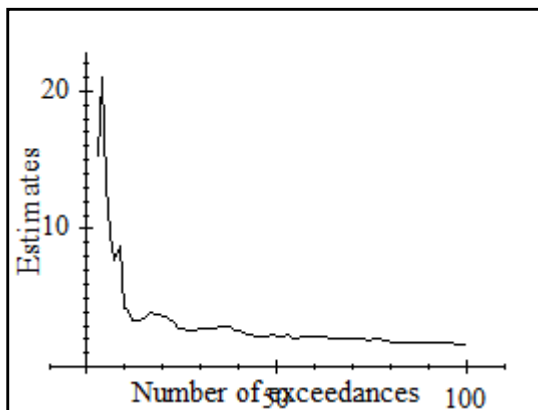
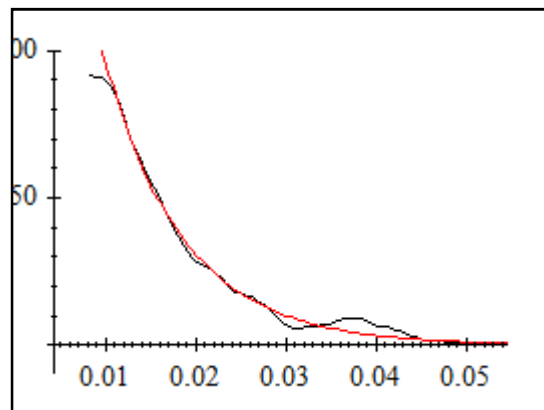


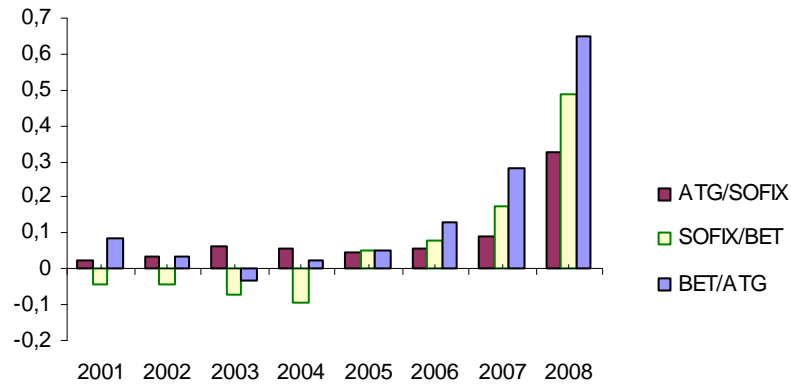
Figura 3: Cauda inferior ajustada da série de SOFIX



A Figura 2 representa um exemplo de *Hill-plot* do parâmetro $1/\xi$. A Figura 3 representa o ajustamento da distribuição Pareto, com $\xi = 0,58$ (a vermelho) à distribuição empírica (a preto).

Elaboração própria: software *Xtremes 3*

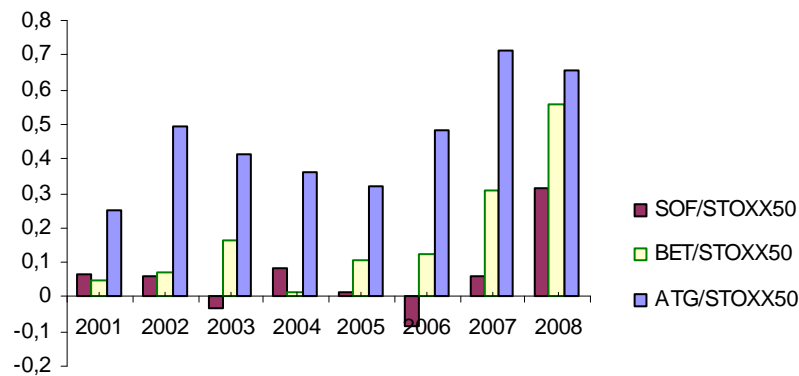
Figura 4: Correlação entre as rentabilidades dos índices BET, SOFIX e ATG (2001-2008)



A Figura 4 representa a evolução da correlação anual dos retornos diários logarítmicos das séries financeiras dos índices ATG, BET e SOFIX. Durante o período 2000-2005 a correlação existente foi próxima de zero. A partir do ano 2005 a correlação aumenta exponencialmente.

Cálculo e Elaboração próprios (Dados Reuters)

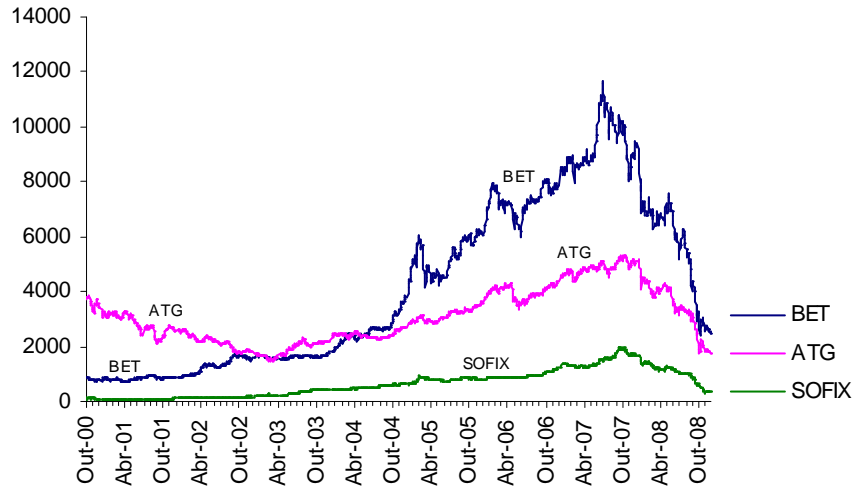
Figura 5: Correlação entre as rendibilidades dos índices BET, SOFIX, ATG vs STOXX50 (2001-2008)



A Figura 5 representa a evolução da correlação anual dos retornos diários logarítmicos das séries financeiras dos índices ATG, BET, SOFIX vs STOXX50. A correlação anual (BET, SOFIX vs STOXX50) tem crescido entre os anos de 2006 e de 2008, porém continua a ser mais baixa em comparação com a correlação ATG vs STOXX50.

Cálculo e Elaboração próprios (Dados Reuters)

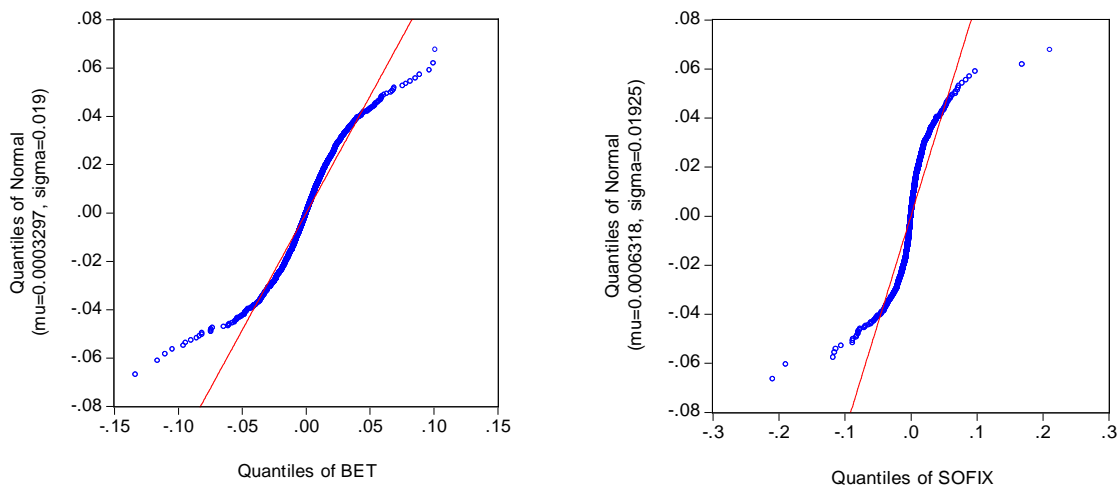
Figura 6: Cotação diária dos índices bolsistas SOFIX, BET e ATG no período 23/10/2000 – 17/12/2008



A Figura 6 representa a evolução da cotação diária dos índices bolsistas ATG, BET, SOFIX. Durante o período compreendido entre os anos de 2001-2003 os índices SOFIX, BET vs ATG têm uma tendência de valorização oposta. A cotação diária de BET e de SOFIX cresceu até aos finais de 2007, enquanto que o ATG inverteu a tendência de desvalorização a partir de 2003, subindo até aos finais de 2007. Os três índices (BET, SOFIX e ATG) têm vindo a desvalorizam acentuadamente desde Outubro de 2007.

Cálculo e Elaboração próprios (Dados Reuters)

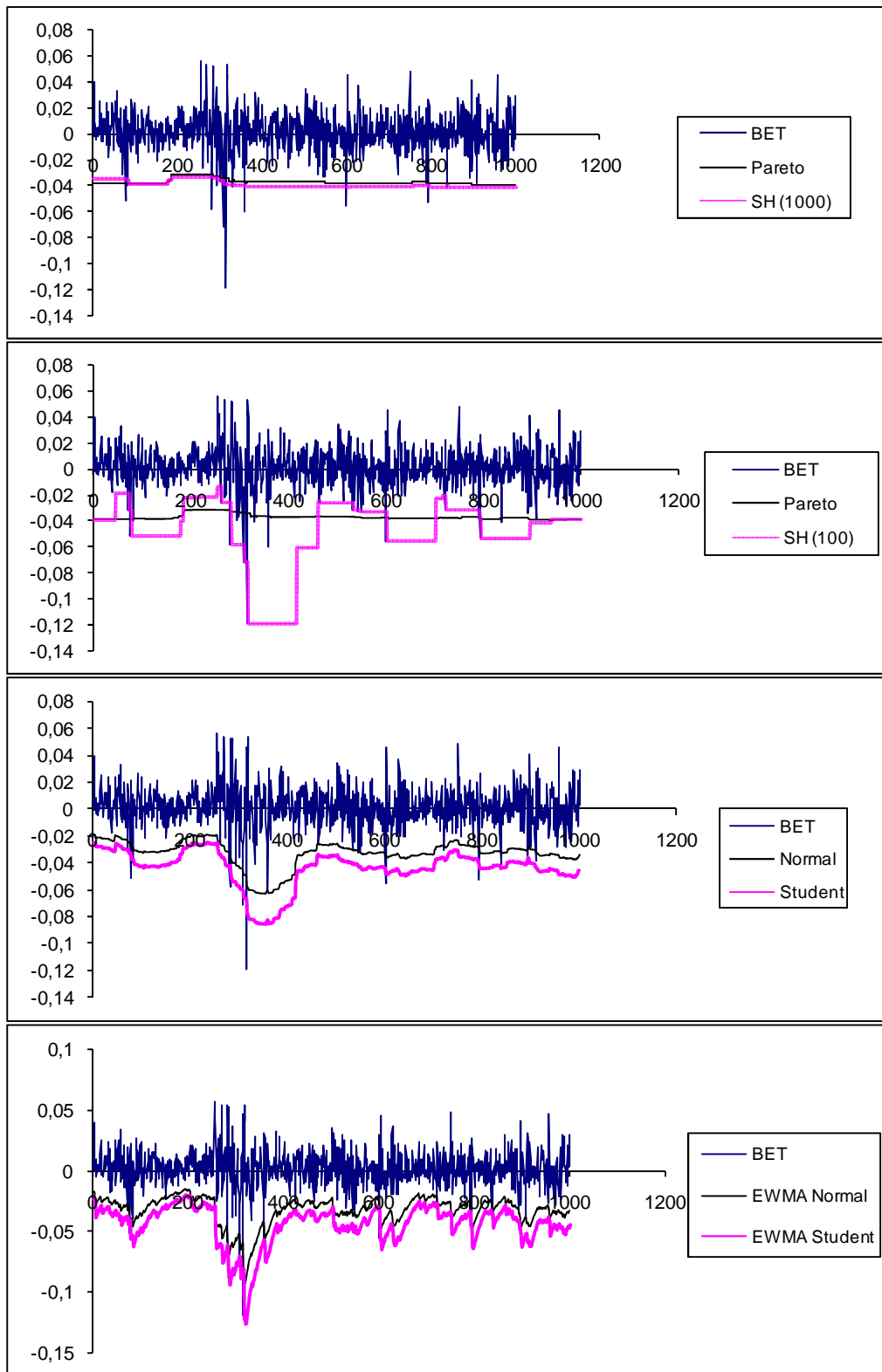
Figura 7: Q-Q Plot - Normal vs os índices SOFIX e BET (1999 – 2008)



Q-Q Plot representa as observações dos retornos da distribuição empírica contra a hipótese da distribuição normal.

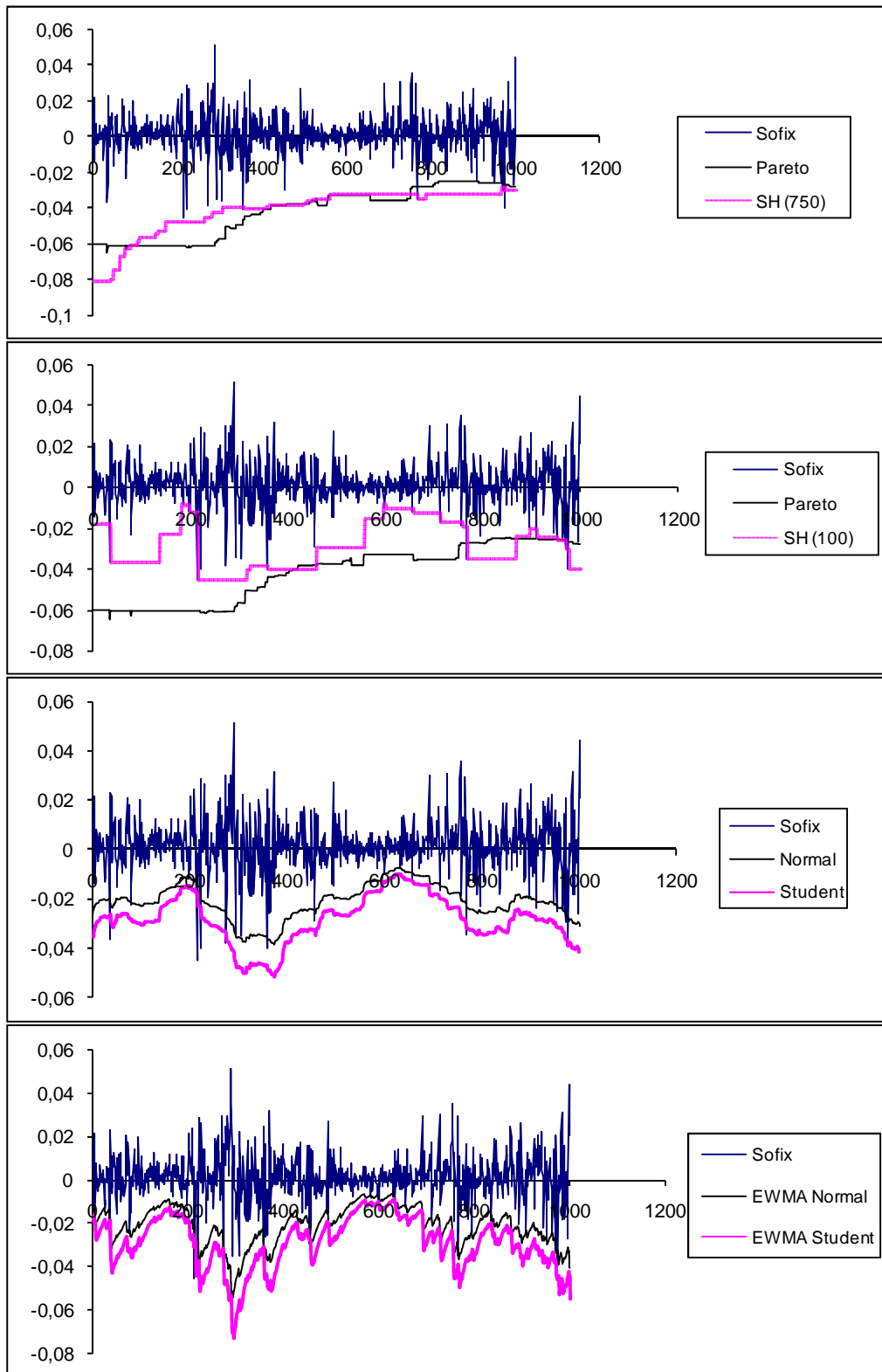
Elaboração própria: Software Eviews 6

Figura 8: BET (2004-2007) VaR a 99%



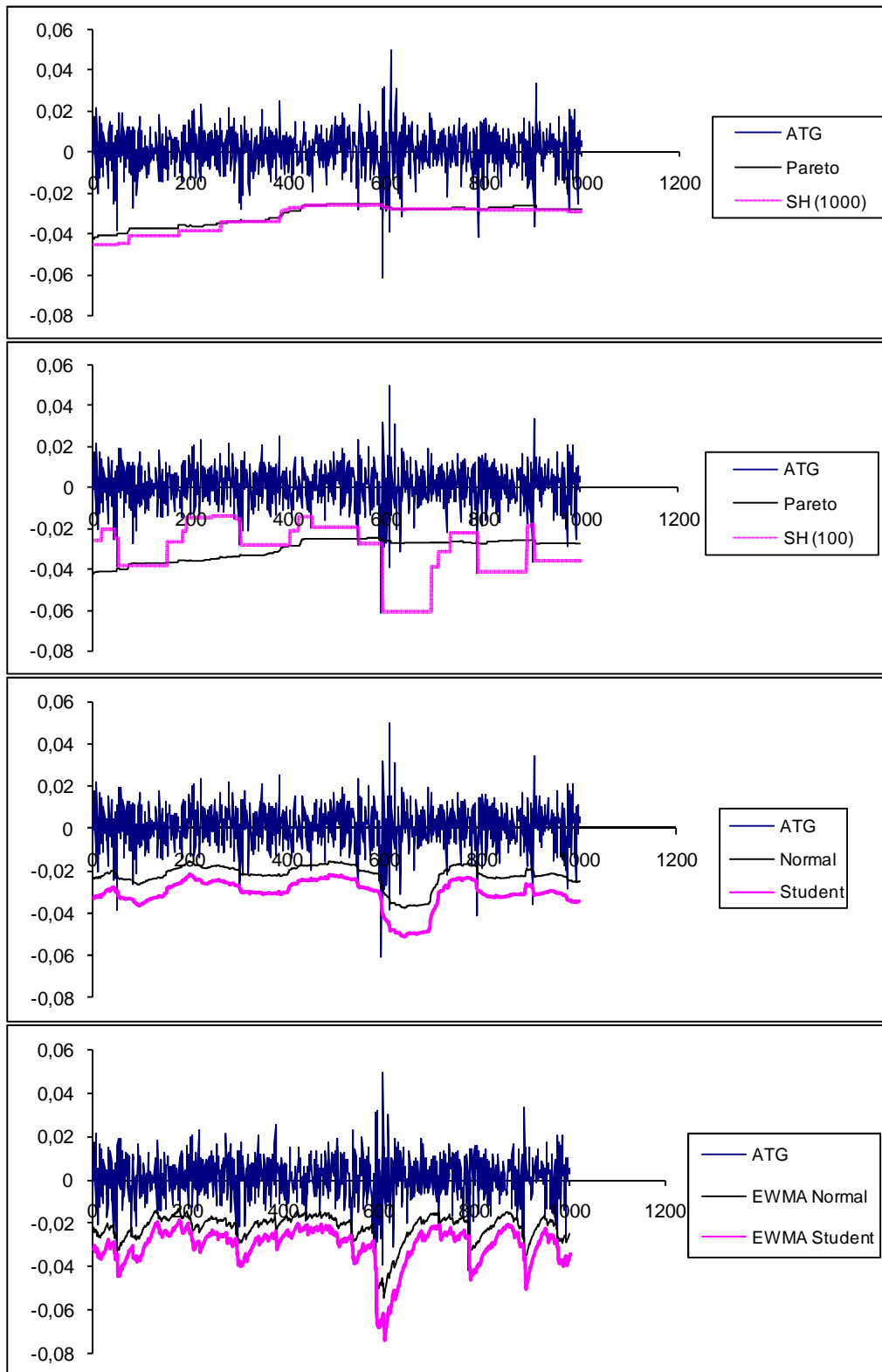
Rendibilidade logarítmica do índice BET vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 99% (2004-2007).

Figura 9: SOFIX (2004-2007) VaR a 99%



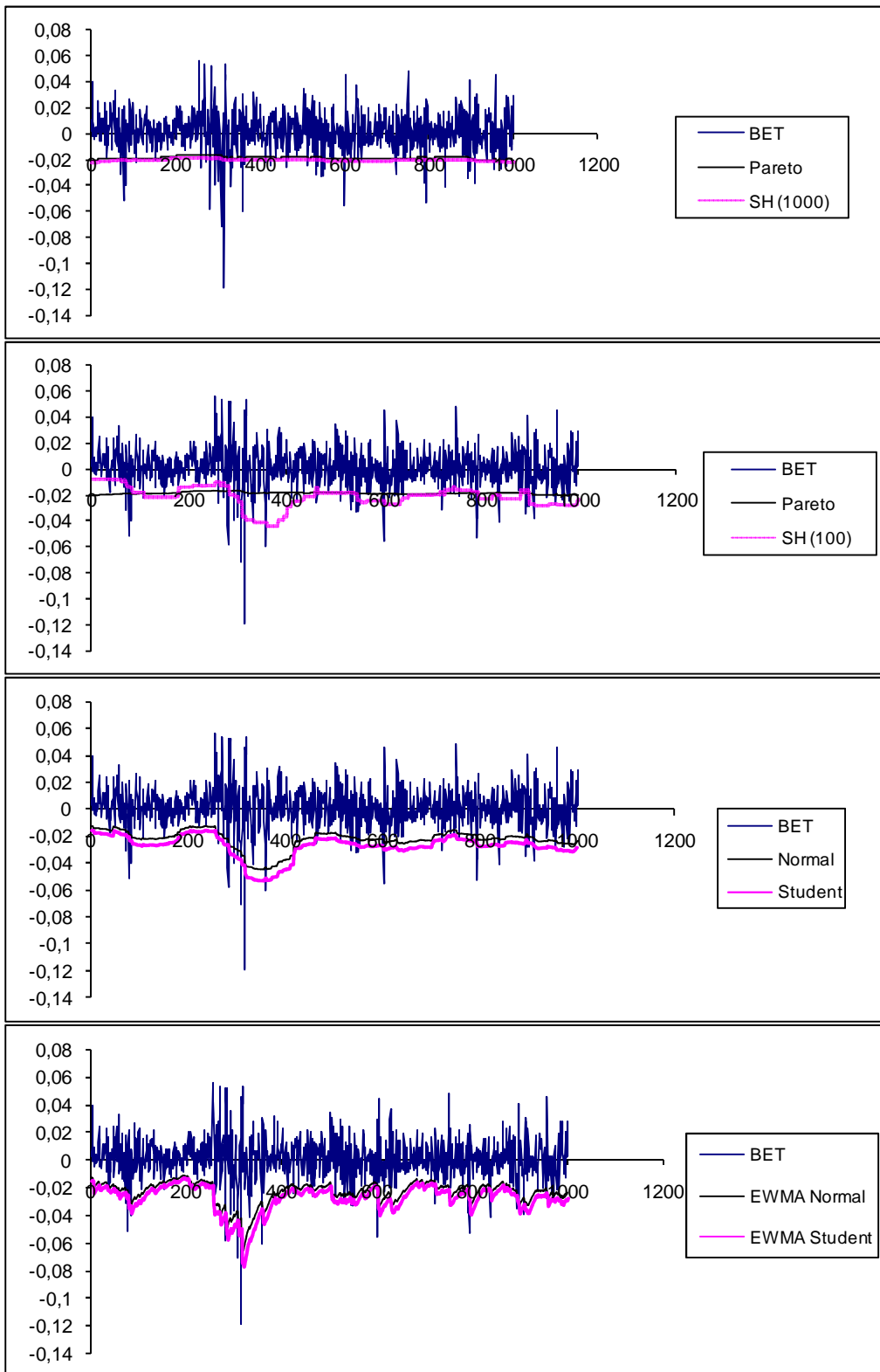
Rendibilidade logarítmica do índice SOFIX vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=750), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 99% (2004-2007).

Figura 10: ATG (2004-2007) VaR a 99%



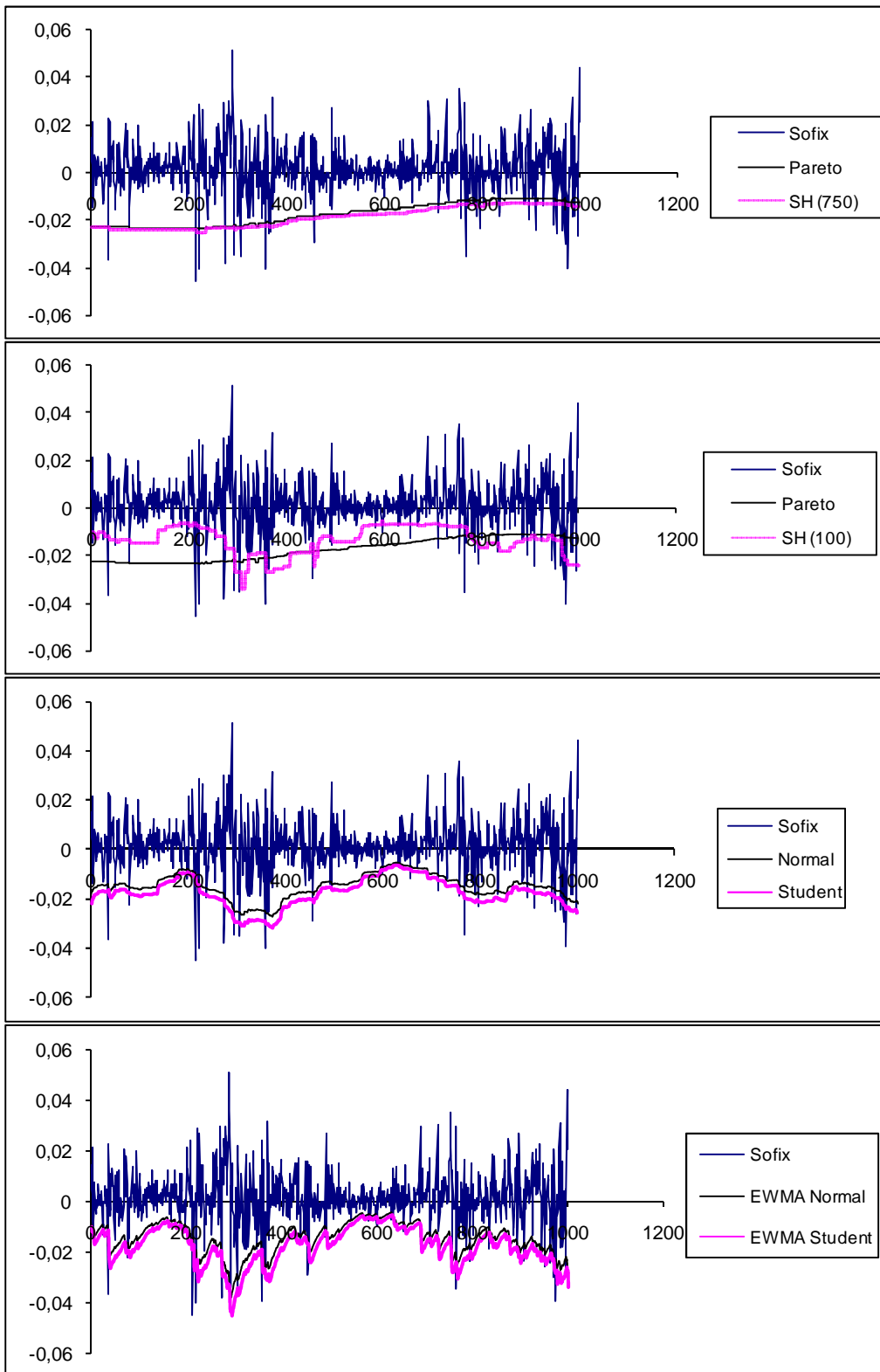
Rendibilidade logarítmica do índice ATG vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS ($j=1000$), HS ($j=100$), Normal ($j=100$), Student ($j=100$), EWMA Normal ($j=100$) e EWMA Student ($j=100$) ao nível de confiança de 99% (2004-2007).

Figura 11: BET (2004-2007) VaR a 95%



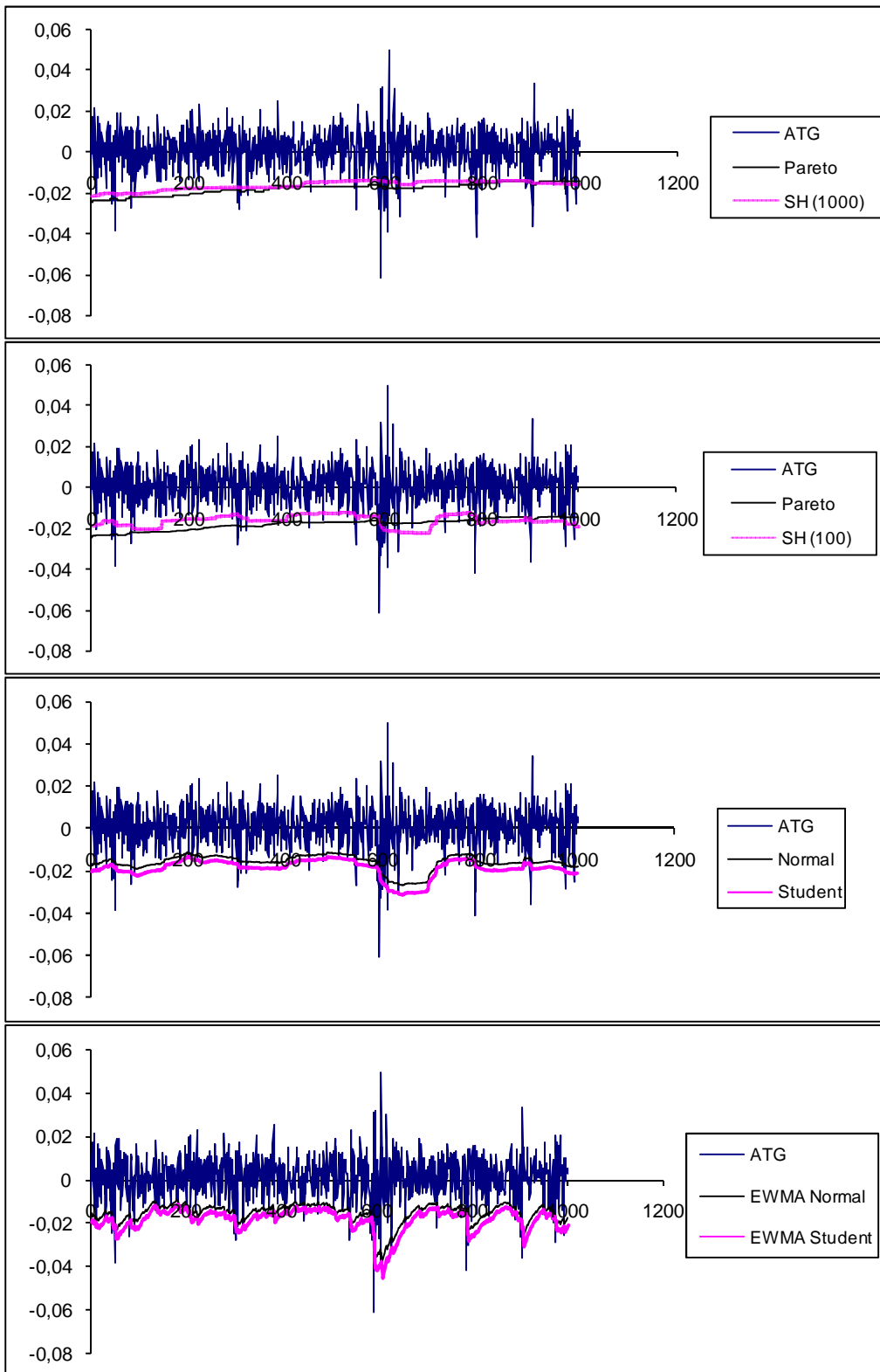
Rendibilidade logarítmica do índice BET vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 95% (2004-2007).

Figura 12: SOFIX (2004-2007) VaR a 95%



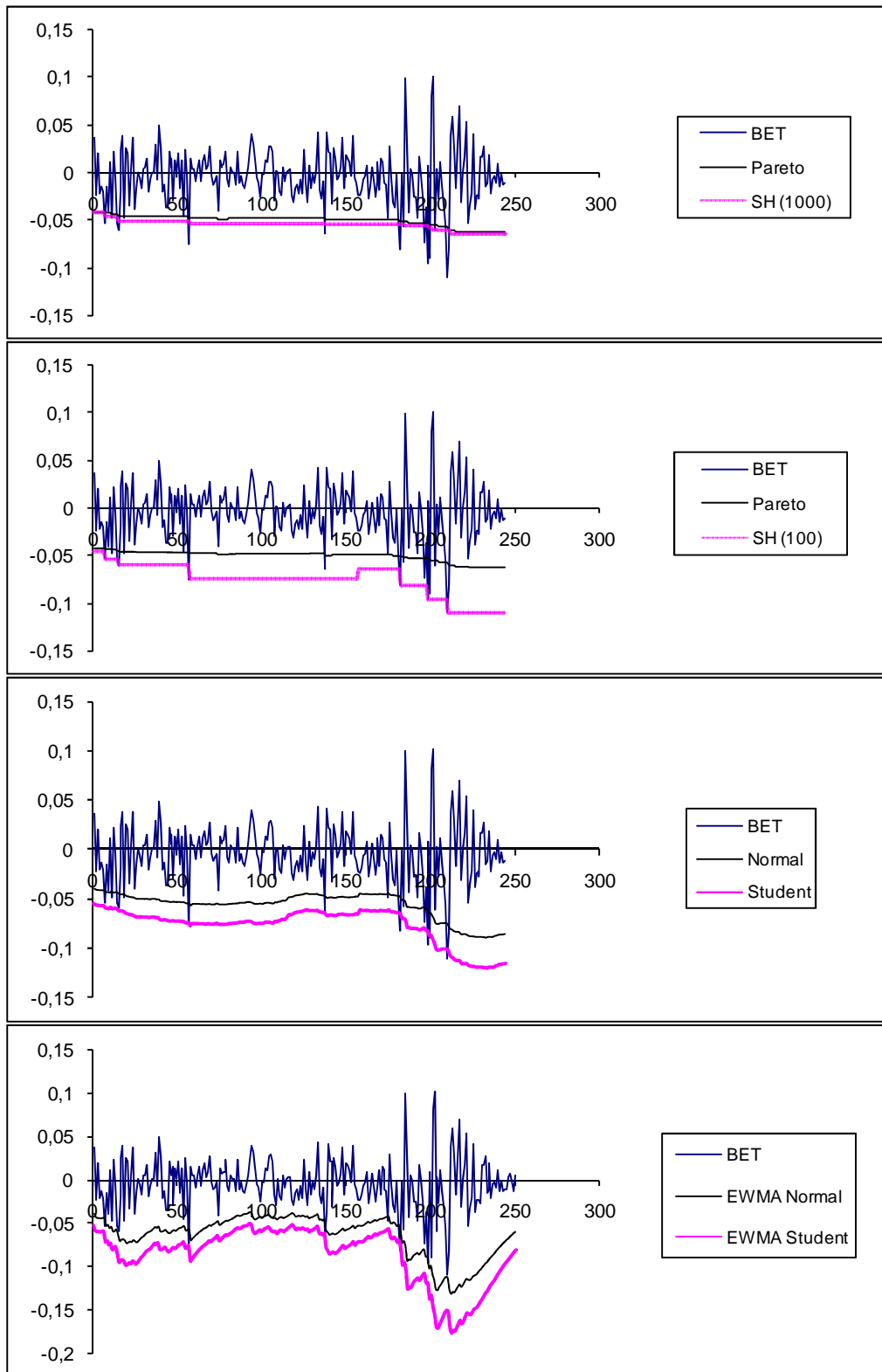
Rendibilidade logarítmica do índice SOFIX vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=750), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 95% (2004-2007).

Figura 13: ATG (2004-2007) VaR a 95%



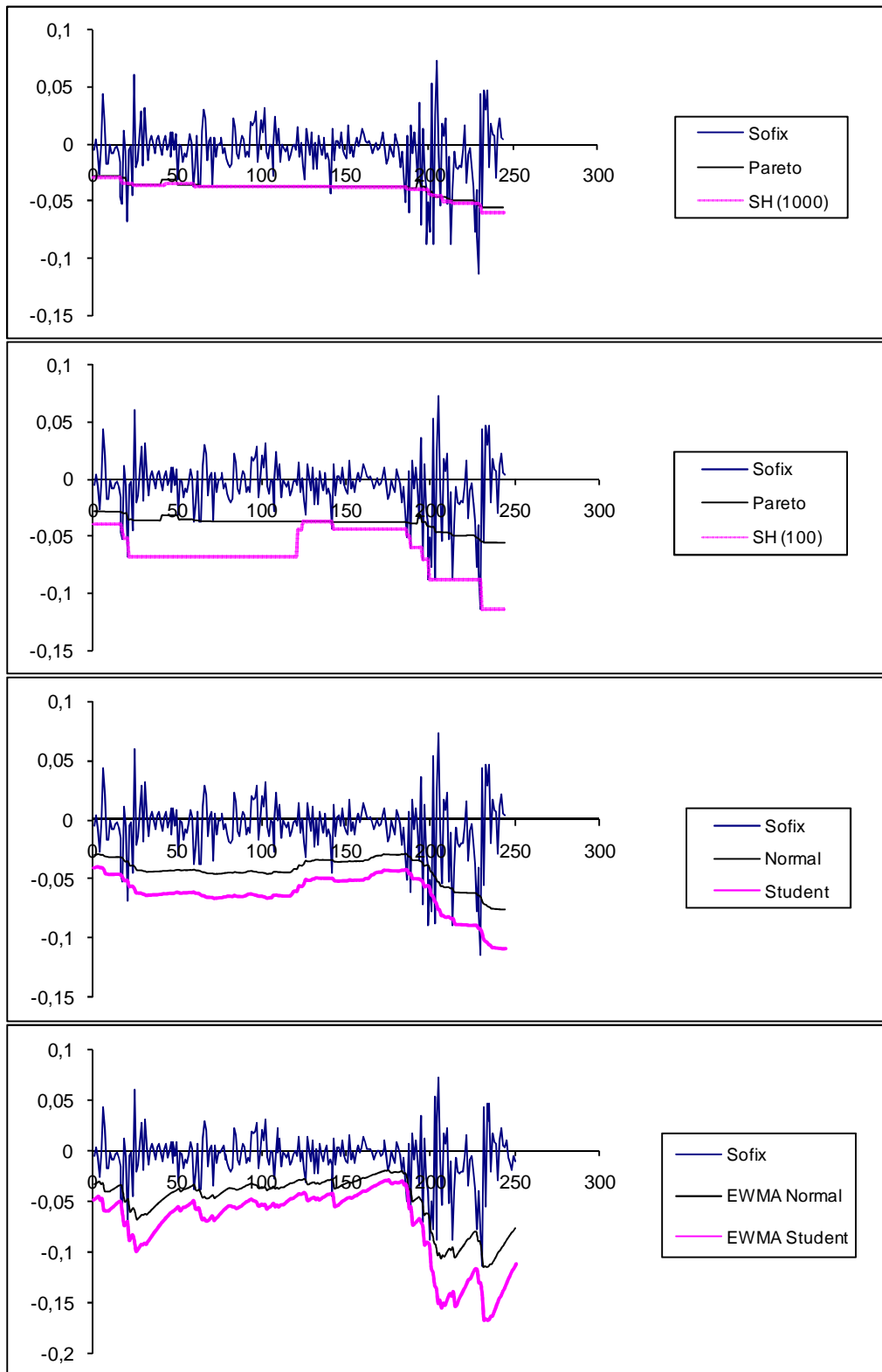
Rendibilidade logarítmica do índice ATG vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 95% (2004-2007).

Figura 14: VaR a 99% BET (2008)



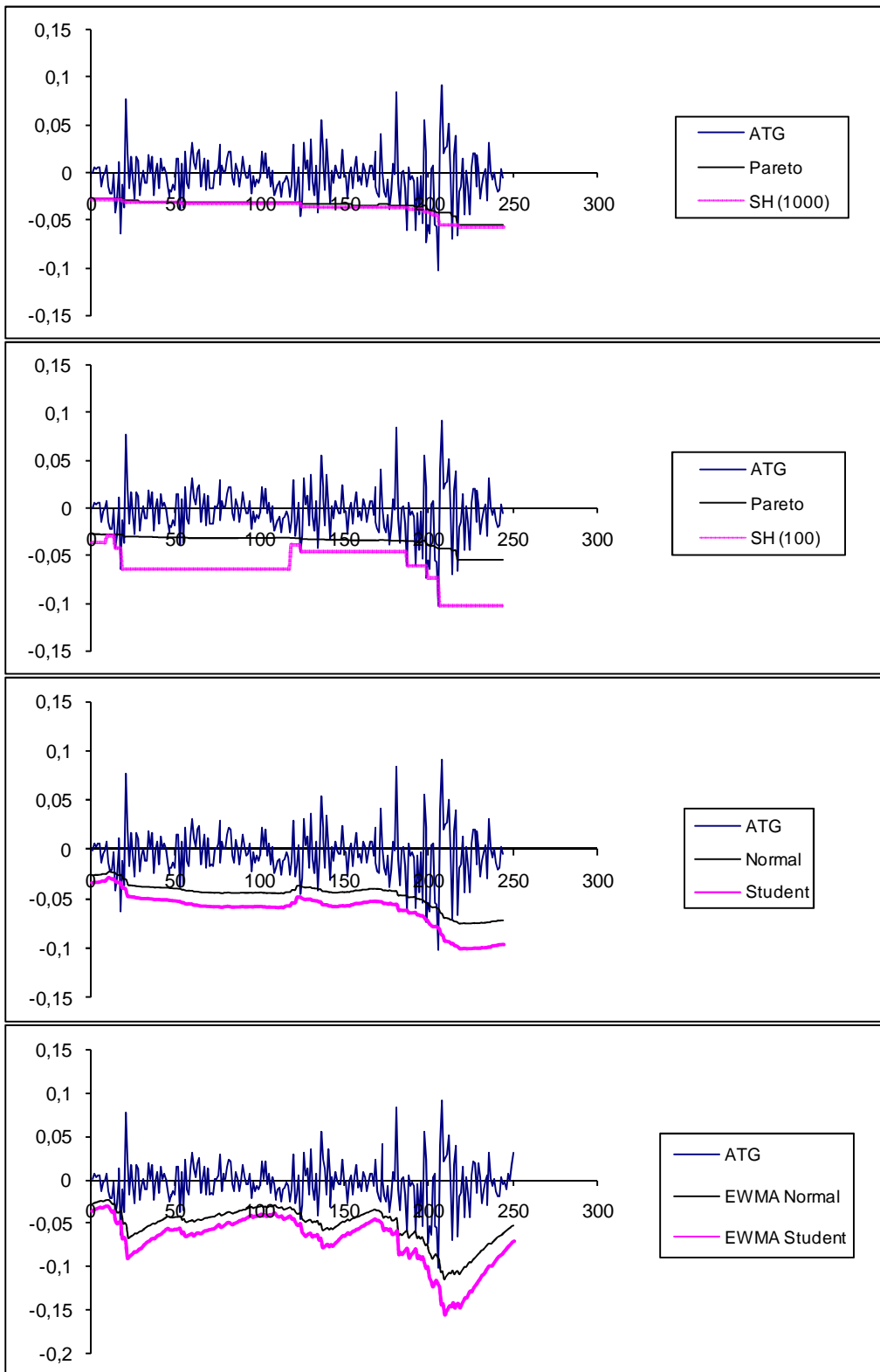
Rendibilidade logarítmica do índice BET vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 99% (2008).

Figura 15: VaR a 99% SOFIX (2008)



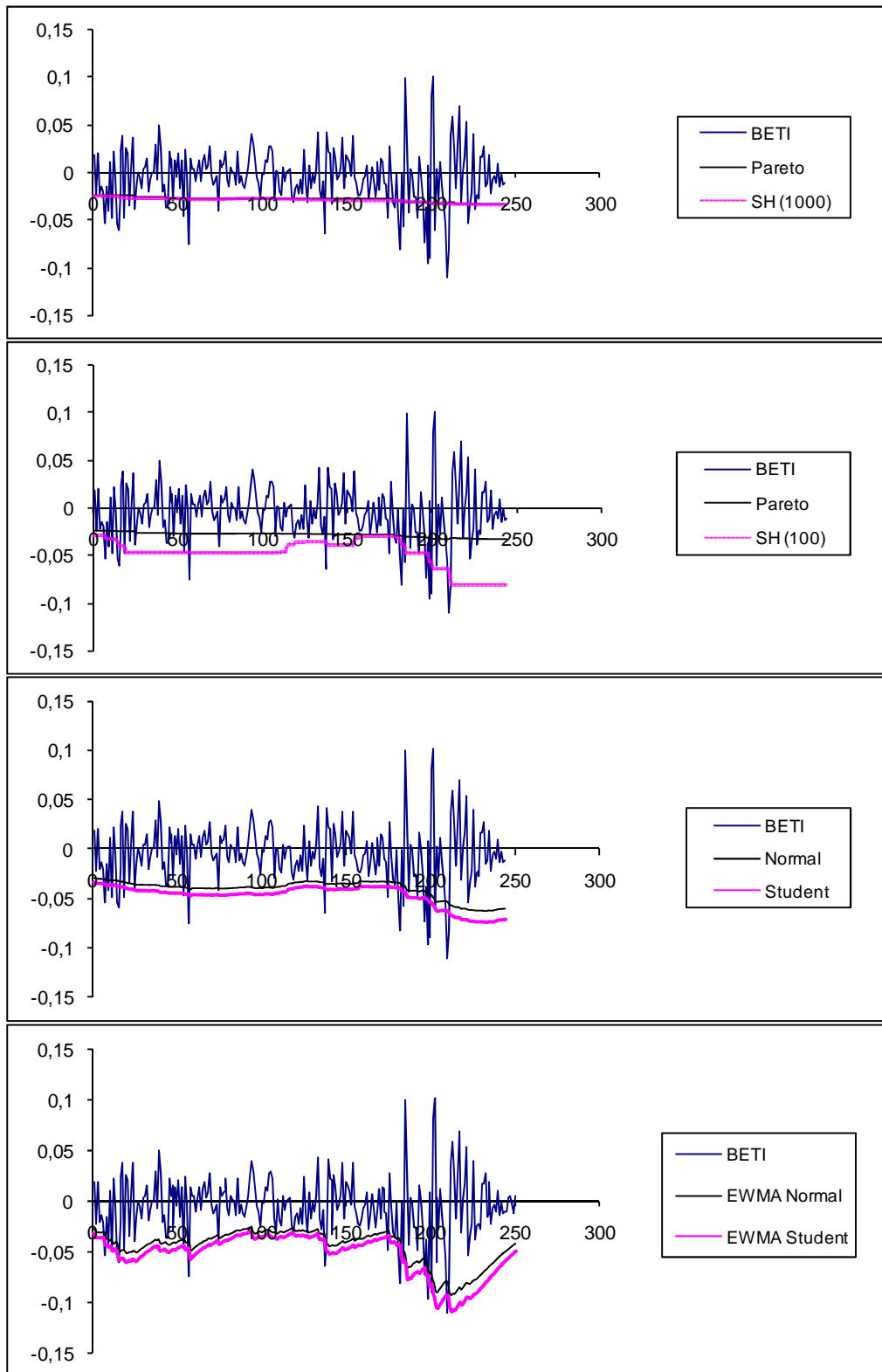
Rendibilidade logarítmica do índice SOFIX vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS ($j=1000$), HS ($j=100$), Normal ($j=100$), Student ($j=100$), EWMA Normal ($j=100$) e EWMA Student ($j=100$) ao nível de confiança de 99% (2008).

Figura 16: VaR a 99% ATG (2008)



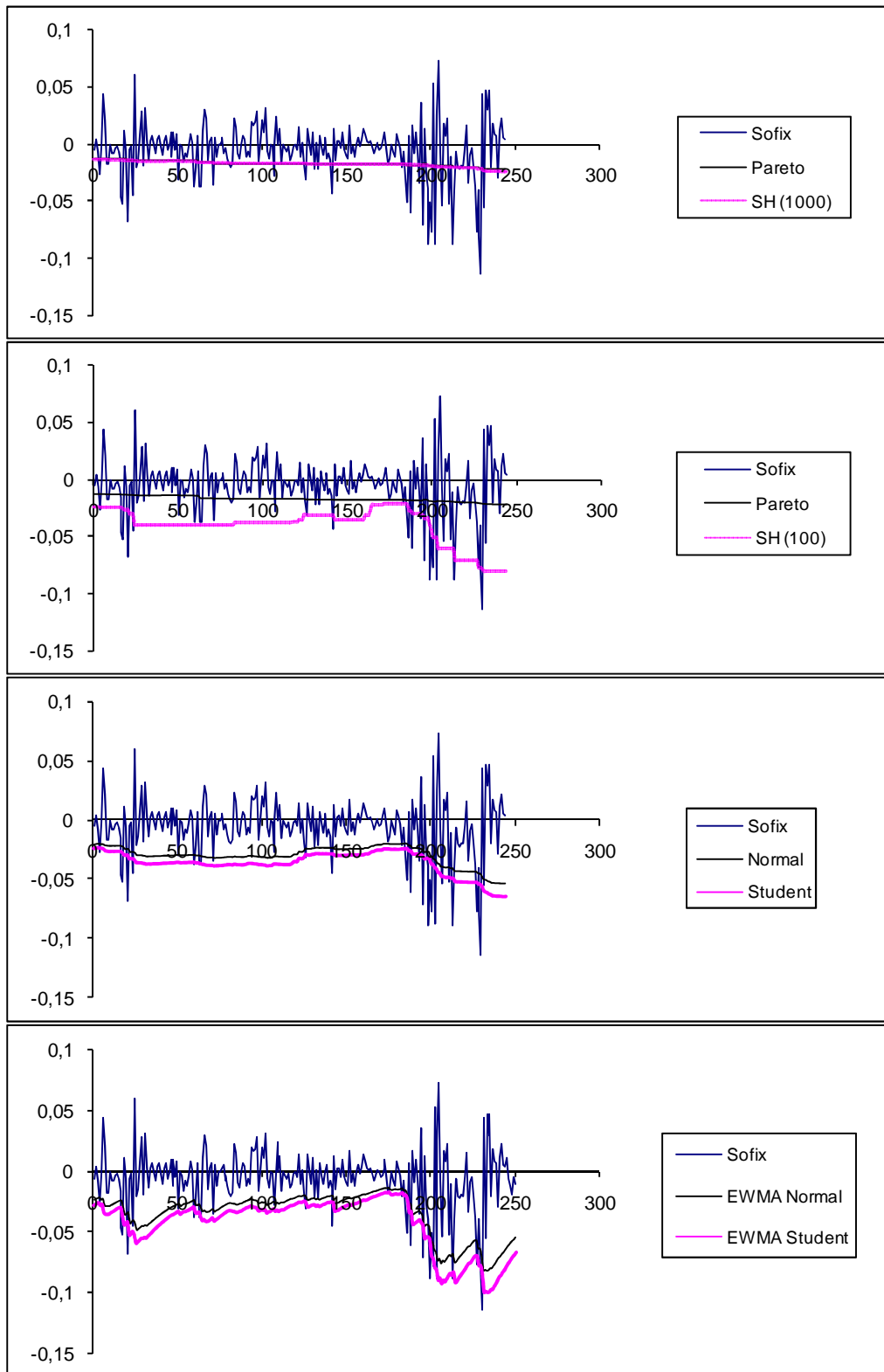
Rendibilidade logarítmica do índice ATG vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 99% (2008).

Figura 17: BET (2008) VaR a 95%



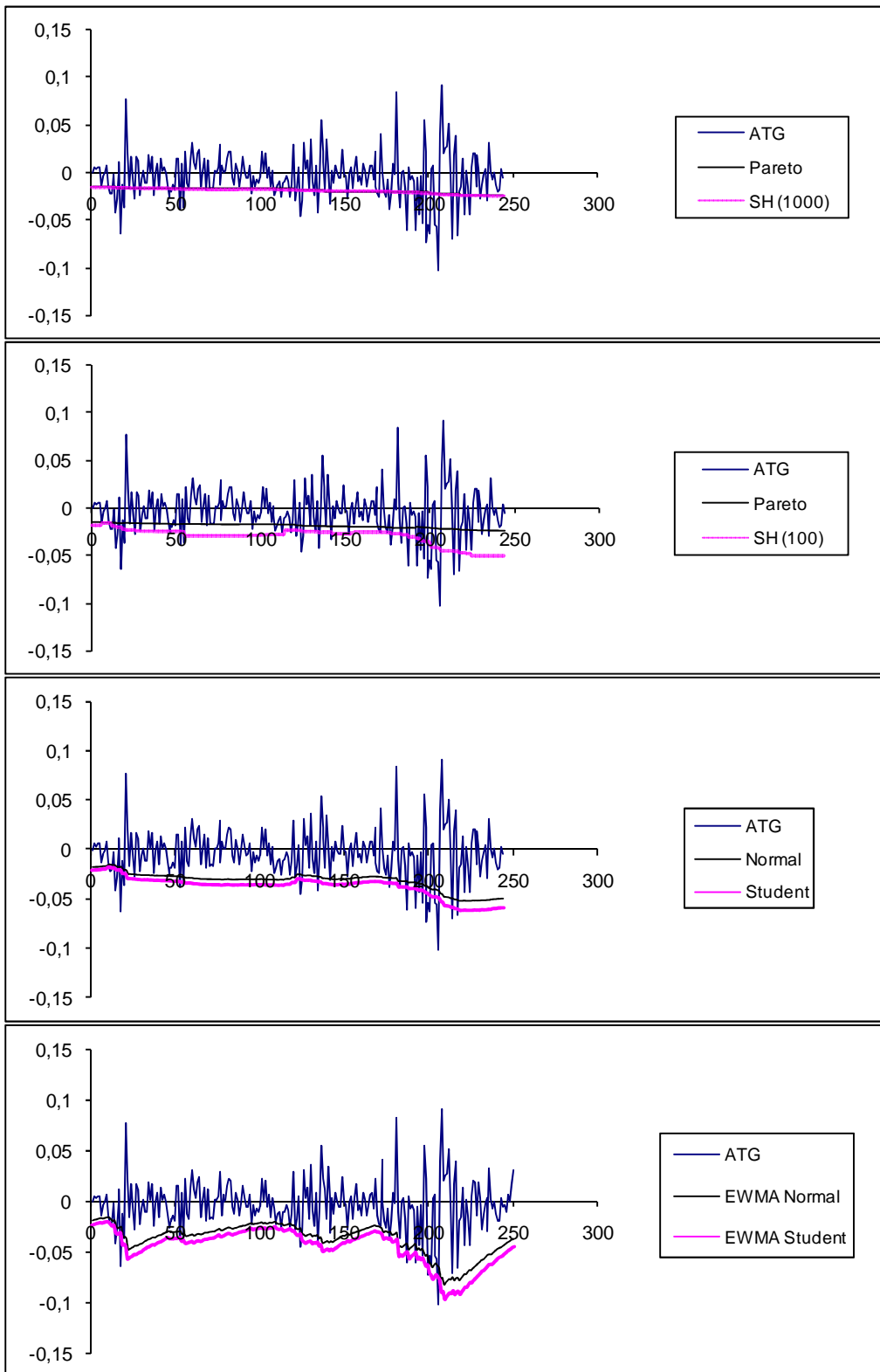
Rendibilidade logarítmica do índice BET vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 95% (2008).

Figura 18: SOFIX (2008) VaR a 95%



Rendibilidade logarítmica do índice SOFIX vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 95% (2008).

Figura 19: ATG (2008) VaR a 95%



Rendibilidade logarítmica do índice ATG vs VaR estimado (modelos: Pareto, HS (j=1000), HS (j=100), Normal (j=100), Student (j=100), EWMA Normal (j=100) e EWMA Student (j=100) ao nível de confiança de 95% (2008).