

Escola de Gestão

**CONTRIBUTOS PARA A EXPLICAÇÃO DOS PUZZLES *EQUITY
PREMIUM* E *RISK FREE RATE* A PARTIR DO MODELO
RECURSIVO EPSTEIN-ZIN-WEIL: UMA ANÁLISE EMPÍRICA**

Marco Biscaia Fernandes

**Tese especialmente elaborada para obtenção do grau de
Doutor em Economia**

**Orientador:
Doutor Luís Filipe Martins, Professor Auxiliar,
ISCTE-IUL**

Outubro, 2015



Escola de Gestão

**CONTRIBUTOS PARA A EXPLICAÇÃO DOS PUZZLES *EQUITY
PREMIUM* E *RISK FREE RATE* A PARTIR DO MODELO
RECURSIVO EPSTEIN-ZIN-WEIL: UMA ANÁLISE EMPÍRICA**

Marco Biscaia Fernandes

**Tese especialmente elaborada para obtenção do grau de
Doutor em Economia**

Júri:

**Doutor Luís Antero Reto, Professor Catedrático, ISCTE-IUL
Doutor Vasco Gabriel, Professor Associado, Universidade de Surrey
Doutor Manuel Rodrigues, Professor Principal, AESE Business School
Doutora Diana Bonfim, Economista, D.E.E.-Banco de Portugal
Doutor João Pereira, Professor Auxiliar, ISCTE-IUL**

Outubro, 2015

RESUMO

A partir do modelo Epstein-Zin-Weil (EZW), que separa o Coeficiente Relativo de Aversão ao Risco (CRAR) da Elasticidade Intertemporal de Substituição (EIS) do consumo, estudou-se a adequabilidade empírica na explicação dos retornos dos activos e variação do consumo, atendendo à importância da resolução dos puzzles relacionados com o Equity Premium.

Para tal, partiu-se do trabalho de Zhang (2006), que estimou o modelo EZW considerando o cálculo do portfólio óptimo (incluindo o capital humano) em detrimento da utilização do portfólio de mercado como proxy.

Aplicaram-se três métodos distintos de estimação e inferência estatística (GEL, Kleibergen e restrições de momento condicionais – todos estes novos contributos à literatura EZW), a duas amostras, uma parcial até 2001 no sentido de comparar com o trabalho de Zhang e outra actualizada até 2013, tendo-se ainda considerado quatro conjuntos distintos de instrumentos: Zhang (2006), Stock e Wright (2000), Yogo (2004) e Chen, Favilukis e Ludvigson (2013).

As estimações do modelo EZW com recurso ao método GEL por comparação com o GMM, confirmam a pertinência empírica do modelo, em especial nos casos da utilização dos instrumentos de Yogo e Zhang, evidenciando-se a significância estatística dos modelos estimados, e valores plausíveis para o CRAR e EIS, em geral abaixo de 10 e em torno da unidade, respectivamente. No âmbito da estimação por intervalos, com recurso à estatística de Kleibergen (2005) robusta a weak identification, os resultados foram no mesmo sentido, em especial para os instrumentos de Yogo. Quanto às estimações que consideram restrições de momento condicionais, conclui-se que confirmam os resultados anteriores, apesar de serem métodos computacionalmente difíceis de aplicar face à não linearidade acentuada do modelo.

Relacionaram-se as estimações dos Stochastic Discount Factors (SDF's), no âmbito das restrições de momento condicionais, com os ciclos económicos, e concluiu-se que em períodos de recessão os SDF's aumentam, fruto das precautionary savings realizadas pelos consumidores perante incerteza quanto ao rendimento, adiando consumo (poupando e investindo em activos) para quando o consumo marginal for mais valorizado. Dois períodos recentes onde este fenómeno aconteceu foi na crise do sub-prime em 2008 e das dívidas soberanas em 2011.

Com os resultados obtidos nas estimações, sugere-se que o modelo EZW, com cálculo do portfólio da riqueza conforme Zhang (2006), é relevante na explicação do valor dos activos financeiros, bem como na resolução do equity premium e risk free rate puzzles.

Classificação JEL: C52, C58, E21, E44, G12

Palavras-chave: Avaliação de Activos, Consumption-CAPM, Preferências com Utilidade Recursiva, Equity Premium Puzzle, Weak Identification, GMM, GEL, Estimação Condicional.

ABSTRACT

Considering the Epstein-Zin-Weil Model (EZW), which separates the Relative Risk Aversion (RRA) and the Consumption Elasticity Intertemporal Substitution (EIS) coefficients, we studied the empirical adequacy in explaining the assets returns and consumption changes, in order to shed some light about the Equity Premium related puzzles. We follow the work of Zhang (2006), who estimated the EZW model including human capital in the calculation of the optimal portfolio instead of the usual proxy - market portfolio.

In the empirical work we applied three different estimation and statistical inference methods (GEL, Kleibergen and conditional moment restrictions estimation - all these new contributions to EZW literature), considering two samples, until 2001 in order to compare to Zhang's work and the updated until 2013, and also considering four distinct sets of instruments: Zhang (2006), Stock and Wright (2000), Yogo (2004) and Chen, Favilukis and Ludvigson (2013).

The EZW model estimation results, using the GEL method and comparing with GMM, confirm the empirical relevance of the model, particularly using Yogo and Zhang instruments, showing the statistical significance of the estimated models, and plausible values for the RRA and EIS coefficients, generally below 10 and around 1, respectively. Similar conclusions are obtained when considering the confidence sets robust to weak identification of Kleibergen (2005), especially for the Yogo instruments. Regarding the estimations that consider the model's conditional moment restrictions, in general, they confirm the previous results, although these methods are computationally difficult to apply, given the sharp non linearity of the EZW model. Comparing the estimations of the Stochastic Discount Factors (SDF's), under the conditional moment restrictions, with economic cycles, we conclude that during recessions the SDF's increase, in result of consumers precautionary savings facing uncertainty about income, adding consumption (savings invested in assets) for when marginal consumption is valuable. Recently, we observed this phenomenon in 2008 sub-prime crisis and in 2011 sovereign debts crisis.

Considering the estimations results obtained, it is suggested that the EZW model with the calculation of the wealth portfolio as in Zhang (2006) is relevant in explaining the asset prices, as well as a possible resolution of the equity premium and risk free rate puzzles.

JEL Classification: C52, C58, E21, E44, G12

Keywords: Asset Pricing, Consumption-CAPM, Recursive Utility Preferences, Equity Premium Puzzle, Weak Identification, GMM, GEL, Conditional Estimation.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Doutor Luís Filipe Martins, por ter incentivado o trabalho desenvolvido na concepção e materialização desta dissertação, e acima de tudo pela sua resiliência no acompanhamento do orientando.

À minha família mais próxima: Pais, Raquel, Tomás e Afonso – por sempre terem incentivado e compreendido tudo o que implica este desafio.

À restante família, amigos e a todos os que manifestaram apoio moral para completar a tarefa.

À minha entidade patronal, DNA Cascais, o obrigado por ter facilitado, no período de frequência da parte escolar e da investigação para a tese, em termos de organização e disponibilização de tempo, a realização deste trabalho.

ÍNDICE GERAL

| | |
|---|-----------|
| RESUMO | 3 |
| ABSTRACT | 4 |
| AGRADECIMENTOS | 5 |
| ÍNDICE GERAL | 6 |
| ÍNDICE DE TABELAS | 8 |
| ÍNDICE DE FIGURAS | 8 |
| | |
| 1. INTRODUÇÃO | 9 |
| 1.1. ENQUADRAMENTO GERAL DOS MODELOS DO TIPO C-CAPM..... | 9 |
| 1.2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS A ATINGIR COM A INVESTIGAÇÃO | 13 |
| | |
| 2. AS BASES DOS MODELOS DE AVALIAÇÃO DE ACTIVOS DO TIPO C-CAPM | 17 |
| 2.1. TEORIA DA UTILIDADE – A BASE DOS MODELOS C-CAPM..... | 17 |
| 2.2. STOCHASTIC DISCOUNT FACTORS/TAXA MARGINAL DE SUBSTITUIÇÃO | 19 |
| 2.3. MODELO CAPM E MODELO FAMA E FRENCH “3 FACTORS MODEL” | 22 |
| 2.4. MODELO BÁSICO CONSUMPTION CAPM | 25 |
| 2.5. FUNÇÃO DE UTILIDADE POTÊNCIA | 28 |
| 2.6. EVIDÊNCIA EMPÍRICA SOBRE ACTIVOS FINANCEIROS | 29 |
| 2.7. EQUITY PREMIUM E OS PUZZLES | 32 |
| 2.8. HANSEN-JAGANNATHAN DISTANCE E EQUAÇÕES DE EULER..... | 35 |
| | |
| 3. MODELOS C-CAPM: A RELEVÂNCIA DO EPSTEIN-ZIN-WEIL | 39 |
| 3.1. CATEGORIAS DE MODELOS E EXTENSÕES AO C-CAPM..... | 39 |
| 3.2. MODELO TEÓRICO EPSTEIN-ZIN-WEIL | 46 |
| 3.3. APLICAÇÕES EMPÍRICAS DO EPSTEIN-ZIN-WEIL | 49 |
| 3.3.1. <i>Epstein Zin, 1991 e Weil, 1989</i> | 51 |
| 3.3.2. <i>Stock & Wright, 2000</i> | 53 |
| 3.3.3. <i>Yogo, 2004</i> | 55 |
| 3.3.4. <i>Zhang, 2006</i> | 56 |
| 3.3.5. <i>Chen, Favilukis e Ludvigson, 2013</i> | 63 |
| | |
| 4. VARIÁVEIS E DADOS A UTILIZAR..... | 65 |
| 4.1. LISTA DE VARIÁVEIS E SUAS DEFINIÇÕES | 65 |
| 4.2. PERÍODOS AMOSTRAIS E DADOS OBTIDOS | 67 |
| 4.3. O EQUITY PREMIUM NA AMOSTRA..... | 70 |

| | |
|---|------------|
| 5. ESTIMAÇÃO DO MODELO EPSTEIN-ZIN-WEIL: ESTIMATIVAS PONTUAIS COMPARANDO O GMM COM A APLICAÇÃO DO GEL..... | 71 |
| 5.1. OBJECTIVOS E INOVAÇÃO | 71 |
| 5.2. MÉTODOS ECONOMÉTRICOS UTILIZADOS | 72 |
| 5.2.1. <i>GMM</i> | 72 |
| 5.2.2. <i>GEL</i> | 77 |
| 5.3. RESULTADOS OBTIDOS | 79 |
| 5.4. CONCLUSÕES E COMPARAÇÃO COM LITERATURA | 84 |
| | |
| 6. ESTIMAÇÃO DO MODELO EPSTEIN-ZIN-WEIL: ESTIMATIVAS POR INTERVALO COMPARANDO OS S SETS COM OS DE KLEIBERGEN..... | 86 |
| 6.1. OBJECTIVOS E INOVAÇÃO | 86 |
| 6.2. MÉTODO ECONOMÉTRICO – ESTATÍSTICA DE KLEIBERGEN | 87 |
| 6.3. RESULTADOS OBTIDOS | 89 |
| 6.4. CONCLUSÕES E COMPARAÇÃO COM LITERATURA | 94 |
| | |
| 7. ESTIMAÇÃO DO MODELO EPSTEIN-ZIN-WEIL COM RESTRIÇÕES DE MOMENTO CONDICIONAIS..... | 95 |
| 7.1. OBJECTIVOS E INOVAÇÃO | 95 |
| 7.2. MÉTODOS ECONOMÉTRICOS UTILIZADOS | 96 |
| 7.3. RESULTADOS OBTIDOS | 99 |
| 7.4. STOCHASTIC DISCOUNT FACTORS: RELAÇÃO COM CICLOS ECONÓMICOS, POLÍTICA PÚBLICA E COM INVESTIMENTOS EM ACTIVOS FINANCEIROS | 102 |
| 7.5. CONCLUSÕES E COMPARAÇÃO COM LITERATURA | 108 |
| | |
| 8. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES GERAIS..... | 109 |
| | |
| BIBLIOGRAFIA..... | 113 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| Tabela 1 – Descrição das variáveis do Modelo EZW | 65 |
| Tabela 2 – Descrição dos conjuntos de instrumentos e das variáveis instrumentais | 66 |
| Tabela 3 – Estatística descritiva das variáveis do modelo e cálculo do EP observado | 67 |
| Tabela 4 – Estimativas do modelo com EGMM e CUE para a sub-amostra 1952-2001 | 79 |
| Tabela 5 – Estimativas do modelo com EL e ET para a sub-amostra 1952-2001 | 80 |
| Tabela 6 – Estimativas do modelo com EGMM e CUE para a amostra 1952-2013 | 81 |
| Tabela 7 – Estimativas do modelo com EL e ET para a amostra 1952-2013 | 82 |
| Tabela 8 – Comparação com estimativas da literatura..... | 84 |
| Tabela 9 – Range dos valores dos parâmetros e incrementos na análise S set e K set..... | 86 |
| Tabela 10 – Estimativas do modelo com S sets para a sub-amostra 1952-2001 | 89 |
| Tabela 11 – Estimativas do modelo com teste de Kleibergen para a sub-amostra 1952-2001 | 90 |
| Tabela 12 – Estimativas do modelo com S sets para a amostra 1952-2013 | 91 |
| Tabela 13 – Estimativas do modelo com teste de Kleibergen para a amostra 1952-2013 | 91 |
| Tabela 14 – Estimativas por intervalo dos S e K sets para a sub-amostra 1952-2001 | 92 |
| Tabela 15 – Estimativas por intervalo dos S e K sets para a amostra 1952-2013 | 93 |
| Tabela 16 – Estimativas do modelo com LGMM e DL para a sub-amostra 1952-2001 | 99 |
| Tabela 17 – Estimativas do modelo com LGMM e DL para a amostra 1952-2013 | 100 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 1 – Representação gráfica das variáveis principais do modelo | 68 |
| Figura 2 – Representação gráfica dos retornos trimestrais do SP500 | 68 |
| Figura 3 – Representação gráfica da variação do consumo, retornos do portfólio óptimo e do activo sem risco | 69 |
| Figura 4 – Representação gráfica do Equity Premium ao longo do período..... | 70 |
| Figura 5 – SDF's para a sub-amostra com base no estimador DL..... | 103 |
| Figura 6 – SDF's para a amostra com base no estimador DL | 104 |
| Figura 7 – SDF's para a sub-amostra com base no estimador LGMM | 105 |
| Figura 8 – SDF's para a amostra com base no estimador LGMM | 105 |

1. INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO GERAL DOS MODELOS DO TIPO C-CAPM

Segundo Cochrane (2005), um dos principais autores de referência neste campo, a teoria de avaliação de activos tem por principal propósito estudar os preços e valor dos activos com rendimentos futuros incertos, considerando as variáveis tempo e risco.

Para este autor, num trabalho mais recente publicado no *Journal of Finance* (2011), a componente que deve ser tida em conta é a taxa de desconto e suas determinantes. Cochrane (2011) divide em dois campos o estudo das taxas de desconto: as teorias baseadas em investidores fundamentais e as teorias baseadas em fricções. No primeiro campo insere as teorias macroeconómicas – onde se incluem as referentes ao consumo e riscos agregados (objecto deste estudo); as teorias comportamentais – onde inclui as focadas nas expectativas irracionais e, por terceiro, as teorias financeiras – onde se incluem os modelos factoriais, como por exemplo o tradicional *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), o *Arbitrage Pricing Theory* (APT) e o denominado modelo dos 3 Factores de Fama e French (FF3) - uma extensão ao clássico CAPM, muito usado em aplicações empíricas. No segundo campo, incluem-se as abordagens relacionadas com mercados segmentados (diferentes investidores actuam em diferentes mercados); com o papel dos intermediários na formação e evolução dos preços dos activos e, ainda, as relacionadas com a liquidez.

Com base neste quadro geral, o objecto de estudo a desenvolver prende-se com os modelos de avaliação de activos financeiros baseados no consumo - *Consumption-based Asset Pricing Model* - inicialmente introduzidos por Lucas (1978) e Breeden (1979) e a partir daqui referidos como C-CAPM.

Os modelos baseados no consumo representam um salto qualitativo em relação ao *mainstream* do *Asset Pricing*, permitindo a ligação entre a economia financeira/mercados financeiros e a denominada economia real, através da relação entre as variáveis preço dos activos e o consumo agregado. São modelos dinâmicos/intertemporais e geralmente não lineares, que representam a maximização do consumo e a optimização do portfólio do agente representativo ao longo da vida e não apenas referente a um período, como nos modelos estáticos e lineares.

Em recente edição do prémio Nobel em Economia, a Academia Sueca (2013) reconheceu a teoria e investigação em torno dos modelos da avaliação de activos e como são determinados os preços e o grau de previsibilidade dos mesmos, premiando o trabalho de Eugene Fama, Lars Peter Hansen e Robert Shiller. Foi assim relevada esta área de conhecimento, importante para investidores e decisores económicos, mas também para a generalidade dos agentes económicos quando têm que decidir sobre como afectar o seu rendimento/riqueza, como por exemplo, na decisão de compra de habitação, na escolha do tipo de depósitos bancários ou de aplicação financeira, ou seja, no investimento em activos financeiros ou não financeiros, onde a relação rentabilidade-risco esteja presente.

Como referido no survey sobre Asset Pricing referente à atribuição do prémio pela Academia Sueca (2013), na produção científica sobre avaliação de activos identificam-se ainda duas dimensões temporais de análise: no curto prazo, onde a generalidade da literatura aponta para a dificuldade na previsão dos preços e, no longo prazo, onde os trabalhos de Hansen e os modelos C-CAPM têm um papel relevante. Distingue-se ainda entre o estudo do mercado de forma agregada e os estudos cross section entre diferentes activos para perceber diferentes retornos entre os mesmos, com destaque para aplicações baseadas nos modelos CAPM e FF3.

O trabalho de investigação realizado insere-se no âmbito dos estudos de longo prazo, a partir de um modelo da categoria C-CAPM, e com utilização de dados agregados de mercado.

Hansen e Singleton (1982) testaram o modelo standard C-CAPM/CRRA (Constant Relative Risk Aversion) com recurso ao método GMM (Generalized Method of Moments), desenvolvido por Hansen, em 1982, como um método adequado para estimar modelos não lineares, mas os resultados dos testes ao nível da adequabilidade do modelo não foram satisfatórios, embora a intuição básica do mesmo não fosse rejeitada. Desde então várias extensões ao modelo standard foram desenvolvidas, considerando distintos tipos de preferências dos agentes representativos¹, e entre elas as preferências do tipo recursivo, formalizadas no âmbito dos trabalhos de Epstein-Zin (1989, 1991) e Weil (1989), a partir daqui EZW.

¹ Nas últimas quatro décadas têm-se desenvolvido muitos modelos C-CAPM a partir dos trabalhos de Lucas (1978) e Breeden (1979) e realizado muitos testes empíricos aos mesmos. Desde os trabalhos iniciais de Hansen e Singleton (1983), Mehra e Prescott (1985), Epstein e Zin (1989,1991) e Weil (1989), que se demonstraram pouco eficazes na explicação do valor dos activos, até aos modelos backward looking do tipo habit, como o external habit de Campbell e Cochrane (1999), o modelo Long Run Risks (LRR) de Bansal e Yaron (2004) e testes de modelos recursivos mais recentes, como em Zhang (2006), que evidenciam maior adequação aos dados.

Este tipo de preferências EZW (forward looking, pois a utilidade depende da utilidade presente e da antecipação da utilidade futura) permite uma separação entre a aversão ao risco e a substituição intertemporal do consumo, por contraponto ao modelo standard onde estas duas medidas estão ligadas, e tem ainda inerente uma variável adicional na explicação dos retornos dos activos, além do consumo - a variável riqueza do agente representativo (portfolio óptimo, que inclui o capital humano), cuja representação é um dos aspectos críticos no teste do modelo, adoptando-se, geralmente, a utilização do portfolio de mercado como proxy, ou optando-se pelo cálculo do mesmo como efectuado neste trabalho.

Contudo, têm-se levantado problemas no desenvolvimento de estudos empíricos, referentes ao *match* entre os modelos de consumo e os dados reais, causando os denominados puzzles², ou seja, situações em que os factos não se ajustam aos modelos teóricos desenvolvidos. Esta questão foi introduzida por Mehra e Prescott (1985) e na prática traduz a inexistência de consenso sobre a razão da rentabilidade das acções ser tão superior às obrigações de tesouro, visto que, à luz dos modelos, a magnitude da diferença implicaria um coeficiente de aversão ao risco demasiado elevado e implausível, por parte dos investidores.

Um dos puzzles, o Equity Premium Puzzle (EPP), surge então da não existência de *match* entre os valores dos activos nas últimas décadas e a teoria. Mesmo que considerássemos esse valor para a aversão ao risco cairíamos noutra puzzle, o Risk Free Rate Puzzle (RFRP), como foi inicialmente mostrado por Weil (1989).

O referido modelo EZW, ao separar o Coeficiente Relativo de Aversão ao Risco (que influi na relação retorno-risco) e a Elasticidade Intertemporal de Substituição (que influi na relação entre o consumo presente e futuro por via da taxa de juro), separa assim o Equity Premium da Risk Free Rate.

Apesar das condicionantes, os modelos baseados no consumo ou, em geral, os modelos que permitem relacionar o preço dos activos com a economia real são apontados como sendo o campo que poderá ter mais desenvolvimento nas próximas décadas no âmbito dos modelos de avaliação de activos (Campbell, 2003). Estes modelos partem da premissa que as pessoas (agente representativo) pretendem “alisar” o consumo ao longo do tempo. Executam isto ao adiar consumo (poupando) e investindo em activos financeiros durante os “good times”, quando não valorizam muito o consumo adicional

² Uma explicação mais detalhada dos puzzles encontra-se no ponto 2.7.

(utilidade marginal do consumo reduzida), e ao venderem esses activos nos “bad times”, quando valorizam mais o consumo extra (ou seja, utilidade marginal do consumo é alta). Os activos que têm retornos mais fracos durante “bad times” são menos úteis para “alisar” o consumo do que activos que permitem obter rendimentos mais elevados em “bad times”. Assim, os investidores requerem extra compensação – prémio de risco positivo - para os activos referidos em primeiro lugar. Por outras palavras, para deterem os activos que lhes permite diminuir oscilações negativas no consumo em períodos maus, estão dispostos a aceitar um prémio de risco menor associado aos mesmos.

Os principais temas em aberto nos trabalhos empíricos sobre modelos de avaliação de activos do tipo C-CAPM, segundo Ludvigson (2012), envolvem a discussão sobre:

- Que modelos são mais adequados para explicar o valor dos activos financeiros (entre os quais, o standard C-CAPM/CRRA, o Recursivo de EZW – com diferentes alternativas na forma de cálculo do portfolio óptimo, os modelos Habit Formation e o LRR, considerando aqui os mais utilizados empiricamente), de forma a não se registarem os puzzles.
- Quais os métodos econométricos mais adequados para a estimação dos modelos na forma Stochastic Discount Factor (SDF), desde a família do Generalized Method of Moments (GMM), passando pela ainda pouco explorada linha do Generalized Empirical Likelihood (GEL), aos métodos mais recentes de Restrições de Momento Condicionais.

1.2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS A ATINGIR COM A INVESTIGAÇÃO

Na base do trabalho empírico desenvolvido encontra-se a motivação a seguir explicitada, face aos trabalhos existentes e ao estado da arte actual.

Os modelos do tipo C-CAPM não têm um desempenho empírico totalmente adequado, tendo-se evidenciado um problema em relação ao match dos modelos baseados no consumo e os dados reais, que deu origem aos denominados puzzles e a parâmetros do coeficiente relativo de aversão ao risco (CRAR) e da elasticidade intertemporal de substituição de consumo (EIS), geralmente implausíveis.

Os puzzles identificados, o EPP no trabalho original de Mehra e Prescott (1985) e o RFRP por Weil (1989), este resultante de aceitarmos um CRAR elevado e implausível, não estão resolvidos de forma definitiva, pois há um conjunto de trabalhos que apresentam resultados apropriados, mas que diferem entre eles em termos de tipo de preferências do agente representativo, dos dados utilizados para as variáveis consumo e portfolio de mercado, bem como dos métodos de estimação utilizados.

A partir do modelo C-CAPM/CRRA foram sendo desenvolvidos outros modelos, com destaque para a categoria de modelos Habit e LRR, referenciados na revisão da literatura, mas sendo o modelo recursivo EZW considerado como uma melhor alternativa ao modelo standard CRRA, visto ser um modelo genérico e que permite separar o CRAR da EIS (Cochrane, 2008).

Um dos aspectos críticos na estimação deste modelo é a variável riqueza, que tem sido ultrapassado por via da utilização de uma proxy, geralmente o portfolio de mercado, com base nos trabalhos iniciais de EZW. Contudo, a componente riqueza é composta por outros activos, sejam não financeiros, seja o capital humano, pelo que a proxy não é adequada, conforme a crítica de Roll (1977) aos testes do modelo CAPM, em que este autor afirma que o portfolio de mercado é não observável pois deverá incluir, além de todos os activos financeiros, todos os activos não financeiros, como imobiliários e metais preciosos, além do capital humano. A utilização do capital humano para efeitos de cálculo de retorno do portfolio da riqueza agregada tem origem em Jaganhatan e Wang (1996).

Como base de trabalho para o desenvolvimento desta tese parte-se do artigo de Zhang (2006), onde é apresentada uma metodologia que permite resolver os puzzles e

demonstra a adequabilidade do modelo EZW para explicar os retornos agregados das acções. Este autor utiliza um portfólio óptimo para a variável riqueza, calculado com base nos vários tipos de activos existentes e não apenas usando o portfolio de mercado como proxy. Utiliza ainda a inovação introduzida por Stock e Wright (2000), a partir daqui SW, para ultrapassar os problemas de weak identification presentes nos métodos de estimação GMM quando aplicados a estes modelos C-CAPM.

Chen, Favilukis e Ludvigson (2013), a partir daqui CFL, utilizaram técnicas semi-paramétricas (não abordadas nesta investigação além da sua referência na revisão da literatura) com estimação simultânea dos parâmetros e da variável riqueza, concluindo, pela utilização da métrica HJ-distance, que o modelo EZW, dentro dos modelos C-CAPM, se mostra como o mais adequado a explicar o conjunto das carteiras testadas, em desfavor do modelo standard C-CAPM e Habit. O cálculo do parâmetro CRAR contudo fica acima dos valores teoricamente admissíveis.

Com a elaboração deste trabalho de investigação no âmbito dos modelos de avaliação de activos financeiros, pretende-se dar um contributo quanto à adequabilidade dos modelos baseados no consumo e à resolução dos puzzles, com foco na utilização do modelo recursivo EZW.

Face ao estado da arte e trabalhos de referência para esta investigação, os objectivos específicos a atingir e os principais contributos adicionais à literatura, são identificados a seguir:

1. Referir as principais bases teóricas dos modelos C-CAPM, com destaque para o CRRA, Habit, LRR e EZW.
2. Explicar os modelos C-CAPM, com foco no modelo EZW, e nos trabalhos empíricos baseados no modelo EZW (explicitação do modelo, dados, amostras, métodos econométricos de estimação e resultados), produzido por vários autores: EZW (1989,1991), SW (2000), Yogo (2004), Zhang (2006) e CFL (2013).
3. Elaborar um conjunto de estimações a partir do modelo EZW e considerando a utilização do portfólio óptimo calculado como Zhang (2006), em alternativa a trabalhos baseados noutros modelos C-CAPM que se revelaram pouco satisfatórios em termos da resolução dos puzzles e dos parâmetros estimados (como destaque para os trabalhos iniciais com o modelo CRRA, os trabalhos de EZW e de Campbell e Cochrane), e verificar se os resultados obtidos a partir do

modelo EZW com o portfólio óptimo calculado conforme Zhang são robustos a distintos períodos amostrais, diferentes conjuntos de instrumentos e outros métodos econométricos.

4. Efectuar estimativas pontuais para os parâmetros do modelo EZW (tendo como referência a abordagem adoptada por Zhang), com base nos métodos GMM - EGMM e CUE GMM - e nos métodos GEL - EL e ET - e comparar os resultados de forma a verificar se o GEL, sendo um método mais robusto, confirma os resultados anteriores. A utilização dos métodos da família GEL são uma componente adicional aos trabalhos nesta área dos modelos de activos financeiros.
5. Verificar se o modelo recursivo do tipo EZW, com recurso a métodos alternativos que consideram a existência de weak identification - GMM com utilização da estatística (mais robusta) de teste Kleibergen (2005) e respectivos confidence sets para os parâmetros – apresenta resultados diferentes do que utilizando a metodologia dos S confidence sets de SW (usada por Zhang). A utilização da estatística de teste Kleibergen é outra componente adicional à literatura a reter neste trabalho.
6. Além do problema de weak identification, nos trabalhos empíricos de modelos do tipo C-CAPM verifica-se que embora os modelos sejam definidos em termos de conditional moment restrictions, a estimação econométrica é baseada em incondicional, levando a uma perda de informação e menor eficiência, pois não considera toda a informação sobre os parâmetros contida nas conditional moment restrictions do modelo. Assim, pretende-se verificar para o modelo EZW, com a aplicação de métodos recentes de estimação conditional moment restrictions, nomeadamente o LGMM (Local GMM) de Gospodinov & Otsu (2012) e o método introduzido por Dominguez & Lobato (2004), quais os resultados obtidos e se confirmam as conclusões dos métodos anteriores. Tal como nos dois casos acima, também aqui a utilização destes métodos são uma componente adicional no âmbito dos modelos de avaliação de activos.
7. Aferir a eficácia e robustez dos resultados obtidos nas estimações efectuadas com recurso aos diferentes métodos, diferentes conjuntos de instrumentos e distintas amostras. Esta eficácia será avaliada através da validade estatística dos modelos, dos valores dos parâmetros estimados - coeficientes de aversão ao

risco e elasticidades intertemporais de substituição do consumo - e, ainda, do contributo dos resultados para a resolução dos puzzles.

8. Evidenciar a relação entre SDF's estimados (também designados por taxa marginal de substituição intertemporal do consumo) e os ciclos económicos, tendo como base literatura existente sobre o tema.

O carácter inovador e os resultados da aplicação das técnicas referidas serão referidos ao longo do trabalho, nomeadamente na introdução de cada capítulo empírico, nos resultados das estimações e nas conclusões.

O desenvolvimento do documento inicia-se pela apresentação de apontamentos sobre as bases dos modelos C-CAPM (capítulo 2), focando-se depois na descrição dos principais modelos desta categoria, com destaque para o EZW (capítulo 3), bem como para as principais aplicações empíricas à luz desde modelo referenciadas na literatura (capítulo 4). No capítulo 5 são descritas as variáveis utilizadas nas estimações do modelo, e identificados os períodos amostrais utilizados. Nos capítulos 6, 7 e 8 são desenvolvidas as aplicações empíricas com métodos econométricos alternativos, nomeadamente a estimação do modelo com recurso ao GMM e GEL, a estimação por intervalos com utilização da estatística de Kleibergen (2005) e a estimação condicional. Por fim, no capítulo 9 conclui-se sobre os resultados gerais obtidos ao longo do trabalho, e deixam-se pistas de investigação futura.

2. AS BASES DOS MODELOS DE AVALIAÇÃO DE ACTIVOS DO TIPO C-CAPM

Este capítulo e o seguinte têm por finalidade apresentar um survey teórico das bases e dos desenvolvimentos dos modelos baseados no consumo, com foco no modelo Epstein-Zin-Weil.

2.1. TEORIA DA UTILIDADE – A BASE DOS MODELOS C-CAPM

Na base da teoria de avaliação de activos financeiros com recurso a modelos baseados no consumo encontra-se a teoria da utilidade. Os modelos Consumption based são modelos de equilíbrio que derivam das escolhas de maximização da utilidade do agente representativo.

A teoria da utilidade é uma ferramenta para a tomada de decisão na escolha entre diferentes opções que significam diferentes graus de satisfação do agente económico. A função de utilidade mede o nível de satisfação e tem uma constante que representa o trade-off entre rentabilidade e risco, denominado coeficiente de aversão ao risco do agente.

O problema que um consumidor (que auferir um determinado fluxo de rendimento) enfrenta é como afectá-lo entre consumo actual ou futuro (através da poupança e investimento em activos). Para a parte do rendimento investida enfrenta ainda a decisão de escolher onde aplicar o rendimento poupado (problema da selecção de portfolio – risco vs rentabilidade - que permita aumentar o consumo futuro).

A função utilidade³, ao hierarquizar níveis de satisfação, permite racionalizar a escolha do consumidor. Considerando um nível inicial de riqueza (w), a função utilidade reage a diferenças relativas em w .

A função power para um agente representativo, com a forma isoelástica (elasticidade constante) vem como:

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad (1)$$

³ Elencam-se a título ilustrativo os seguintes 4 tipos básicos de funções de utilidade: Função power, logarítmica (caso específico da power), quadrática e exponencial.

onde γ o coeficiente relativo de aversão ao risco (CRAR), C_t é o consumo no momento t e $U(C_t)$ é a medida de utilidade desse mesmo consumo para o agente.

Esta função de utilidade - função power - caracteriza-se por um conjunto de propriedades muito úteis:

- Possibilita a neutralidade ao risco (com $\gamma = 0$) e quando $\gamma = 1$ possibilita que a função se transforme em $U(C_t) = \ln C_t$, ou seja, evidencia preferências logarítmicas do consumidor.
- A forma funcional adoptada, função *power*, permite que os prémios de risco não dependam de variações na riqueza inicial ou da dimensão da economia. Ou seja, estamos perante um coeficiente relativo de aversão ao risco e não um coeficiente absoluto.
- Os agentes têm uma função de utilidade do mesmo tipo, o que permite agregar as funções. Deste modo, justifica-se a utilização do consumo agregado nas equações e testes econométricos, e não o consumo individualizado.
- A função de utilidade é isoelástica, ou seja, γ constante determina o CRAR e δ a elasticidade da substituição inter temporal.
- O CRAR γ é o recíproco de δ , ou seja, um elevado CRAR implica uma reduzida preferência pela substituição inter-temporal do consumo. Contudo, estas duas preferências são distintas (uma tem a ver com a incerteza entre dois estados da economia que proporcionam utilidades diferentes e a outra com a dimensão temporal e preferência pelo consumo presente ou futuro que proporciona igualmente diferentes níveis de utilidade).
- Se a $U(X) > U(Y)$, então o agente prefere sempre X.
- A utilidade é usada para ordenar combinações alternativas de risco. $E(U(W)) = \sum_i p_i U(w_i)$. Um investidor maximiza a utilidade, seleccionando W que permite maior nível de utilidade.
- $U'(W) > 0$ e $U''(W) < 0$, ou seja, mais utilidade é sempre preferível que menos (1ª derivada positiva), mas a utilidade marginal alcançada é decrescente à medida que se aumenta a utilidade em valor absoluto (2ª derivada negativa).

2.2. STOCHASTIC DISCOUNT FACTORS/TAXA MARGINAL DE SUBSTITUIÇÃO

No âmbito da teoria financeira e da avaliação de activos tem vindo a adquirir crescente importância, e a ser muito usado na literatura empírica, um método de avaliação econométrica dos modelos de activos financeiros baseados nos denominados Stochastic Discount Factors (SDF) ou taxa marginal de substituição intertemporal no consumo. Diz-se estocástico ou aleatório porque não é conhecido com certeza no momento t .

O SDF relaciona os valores dos payoffs⁴ futuros de um activo com o seu valor actual, de forma a que o Valor Actual = E (SDF * Payoffs), com E(.) como valor esperado condicional. Cada modelo identifica um SDF que é função das variáveis observadas e dos parâmetros do modelo.

A estimação de modelos recorrendo aos SDF é em geral realizada com o Generalized Method of Moments (GMM), embora técnicas mais recentes como os estimadores da classe Generalized Empirical Likelihood (GEL) devam ser estudadas⁵. O GMM sendo um quadro favorável para analisar modelos lineares e não lineares (como são os modelos baseados no consumo) tem tido uma aplicabilidade mais geral em relação ao Ordinary Least Square (OLS).

Retenha-se agora a equação de Lucas (1978) aplicável a um conjunto variado de modelos de avaliação de activos inter temporais:

$$P_{i,t} = Et(M_{t+1} X_{i,t+1})^6, \quad (2)$$

onde $P_{i,t}$ é o preço actual do activo i ; Et é o operador de expectativa condicionada à informação actual; M_{t+1} é o SDF e $X_{i,t+1}$ é o Payoff aleatório de i em $t+1$.

⁴ $X_{t+1} = \text{Payoff}_{t+1}$; D_{t+1} é o dividendo distribuído entre t e $t+1$; $X_{t+1} = P_{t+1} + D_{t+1}$; R_{t+1} (Rendimento Bruto em $t+1$) = X_{t+1}/P_t e (Rendimento Líquido em $t+1$) = $R-1$. No texto utiliza-se payoff, retorno ou rentabilidade com o mesmo significado. A fórmula apresentada é referente ao retorno efectivo, com dividendos, e não ao retorno período a período.

⁵ No sentido de melhorar as propriedades dos estimadores GMM para pequenas amostras, foram sugeridos um conjunto de estimadores alternativos por Newey e Smith (2004), incluindo o EL e ET. Os autores mostraram que estes estimadores, que não apresentam enviesamento assintótico, partilham uma estrutura comum, sendo assim membros da classe GEL.

⁶ Esta é considerada a equação básica do Asset Pricing, podendo ser apresentada de forma mais simples como $p=E(mx)$, tal como Cochrane (2005) a define.

Cochrane (2005) refere que o M_{t+1} é igual para todos os activos a avaliar com o modelo, ou seja, o SDF é único.

Considerando a equação básica referida acima vem:

- Sem incerteza ou com risco neutro: $P_t = \frac{1}{R_f} X_{t+1}$, com R_f a ser a taxa de rentabilidade do activo sem risco e $\frac{1}{R_f}$ o factor de desconto sem prémio de risco incluído.
- Se incluirmos o factor risco teríamos: $P_{i,t} = \frac{1}{R_i} E(X_{i,t+1})$, com $\frac{1}{R_i}$ a ser o factor de desconto para o activo i, ou seja, o prémio de risco de i está aqui incorporado.
- Se tivéssemos n activos teríamos $\frac{1}{R_i}$ n vezes.

Ou seja, partindo de $P_{i,t} = \frac{1}{R_i} E(X_{i,t+1})$ chega-se a uma fórmula muito importante para o

trabalho empírico (Cochrane, 2005):

- $P_{i,t}$ pode ser escrito como uma probabilidade ponderada média dos payoffs, multiplicada pelo ratio preço do estado/probabilidade cada estado. Não havendo arbitragem os state prices existem e o SDF positivo existe. Se os mercados forem completos os state prices e o SDF são únicos.
- O problema de optimização da utilidade com introdução do agente k com a função de utilidade: $U(C_{kt}) + \delta U(C_{k,t+1})$, supondo que o agente pode transaccionar livremente o activo i, origina a condição de 1ª ordem $U'(C_{k,t})P_{i,t} = \delta E_t[U'(C_{k,t+1})X_{i,t+1}]$ que iguala o custo marginal de uma unidade extra do activo i (adquirida hoje) ao benefício marginal esperado do extra payoff (recebido amanhã).
- $P_{i,t} = \delta \frac{E_t[U'(C_{k,t+1})X_{i,t+1}]}{U'(C_{k,t})}$ ou $P_{i,t} = \delta \frac{[U'(C_{k,t+1})]}{U'(C_{k,t})} X_{i,t+1}$, (3)

$$\text{onde } \delta \frac{U'(C_{k,t+1})}{U'(C_{k,t})} = M_{t+1}, \quad (4)$$

é o factor de desconto único do modelo ou o SDF.

Em termos mais simples, como visto, pode-se escrever como (2) ou ainda dividindo ambos os lados por $P_{i,t} \neq 0$ e como $(1 + R_{i,t+1}) = X_{i,t+1}$ vem:

$$1 = Et[M_{t+1}(1 + R_{i,t+1})], \quad (5)$$

que é a fórmula usada nos trabalhos empíricos.

Os SDF podem ser usados para testar empiricamente modelos de avaliação de activos lineares, não lineares e na avaliação de derivados. Os SDF e os métodos GMM ganham assim grande aceitação actualmente, decorrente das suas propriedades e generalizações.

Refira-se uma importante relação entre a volatilidade do SDF e o ratio de Sharpe (ratio entre os excess returns e o desvio padrão desses returns). Calcula-se o limite inferior do SDF conforme o ratio de Sharpe observado empiricamente. No mercado norte-americano, historicamente, este ratio aproxima-se dos 50% (Campbell, 2003). Ou seja, a volatilidade do SDF é elevada.

O SDF e a variável consumo adquirem assim uma importância essencial no modelo. Como já foi referido, a função de utilidade é côncava, ou seja, a 1ª derivada é positiva e a 2ª derivada negativa.

Considerando a utilidade global ao longo do tempo, $U_N = U(U_t, U_{t+1}, \dots, U_{t+N})$, e com base na aditividade separada com taxa de desconto subjectiva constante, vem $U_N = U(C_t) + \phi U(C_{t+1}) + \dots + \phi^N U(C_{t+N})$, com $0 < \phi < 1$.

$\phi = \frac{1}{1+d}$, com ϕ a ser a taxa a que o indivíduo troca utilidade inter temporal e a mantém a utilidade constante em termos de *lifetime*, e com d a ser a taxa subjectiva de preferência temporal, que depende da escolha entre consumo presente e futuro.

Com este quadro pode-se aplicar a teoria dos SDF, com algumas definições matemáticas para a função utilidade e ϕ , nomeadamente com a função utilizada a ser a função *power*.

2.3. MODELO CAPM E MODELO FAMA E FRENCH “3 FACTORS MODEL”

Não sendo o objecto deste estudo, neste ponto abordam-se contudo alguns tópicos sobre os modelos lineares factoriais, seguindo Cochrane (2005). O modelo CAPM tem como pressuposto que o valor de cada activo é o valor actual ou valor descontado dos cash-flows futuros, e o CAPM permite-nos obter informação para a taxa de desconto a aplicar. O CAPM é um modelo linear que parte do princípio que todos os investidores têm fronteiras média-variância óptimas e é baseado na relação entre a rentabilidade de um activo e a rentabilidade do mercado, através do β que mede essa relação. Quanto maior a associação maior o risco sistémico do activo, e assim tal como no C-CAPM os investidores pretendem proteger-se nos “bad times” escolhendo activos com β 's reduzidos.

O CAPM foi desenvolvido em simultâneo por Sharpe em 1964, Lintner em 1965 e Mossin em 1966. A referida extensão ao CAPM clássico - modelo dos 3 Factores de Fama e French (1993) / (FF3) - acrescenta ao factor mercado, os factores Size (medido pela capitalização do activo/market equity) e Value (medido pela relação entre valor contabilístico e valor de mercado/book-to-equity ratio).

Mais recentemente outras inovações foram introduzidas, como por exemplo a inclusão do Momentum (valor actual dos activos está relacionado com o seu desempenho passado recente) e da Liquidez (valor dos activos está relacionado com a sua maior ou menor liquidez no mercado) como factores explicativos adicionais do valor dos activos financeiros.⁷

O modelo APT desenvolvido por Ross (1976), explica os rendimentos das acções com base numa função de factores ou variáveis macroeconómicas.

Estes modelos – CAPM, FF3 e APT – que preenchem os manuais de gestão financeira e investimentos, baseiam-se na relação entre rentabilidades dos activos e do mercado (no caso do CAPM) e entre a rentabilidade dos activos e factores ou variáveis macroeconómicas (como no caso do APT). Ou seja, estes modelos explicam a variação do *pricing* dos activos com base no próprio mercado ou noutras variáveis económicas, que no fundo se influenciam mutuamente, não podendo afirmar-se haver uma

⁷ Ver por exemplo trabalhos de Fama e French (2012) sobre o factor momentum e Amihud, Mendelson e Pedersen (2012) sobre o factor liquidez.

componente exógena explicativa dos modelos – como seja o consumo nos modelos do tipo C-CAPM.

Os modelos factoriais têm um SDF na forma: $m_{t+1} = a + b \int_{t+1}$. Assim, importa aferir que factores se devem usar em \int_{t+1} antes de definir as aplicações empíricas com SDF.

Em termos analíticos, no formato standard o CAPM vem:

$$Er_j = r_f + \beta_j (Er_m - r_f) \quad (6)$$

O modelo CAPM no formato SDF vem: $m_{t+1} = a - bR_{t+1}^w$, com R_{t+1}^w a ser o retorno de mercado, ou seja,

$$E[(a - bR_{t+1}^w)R_{t+1}] = 1 \quad (7)$$

Um modelo muito utilizado nas análises empíricas (Cochrane, 2005) é o referido modelo dos 3 factores de Fama e French (1993). Para formar 2 novos factores, estes autores dividiram todas as empresas em 6 partes, conforme a sua dimensão (ME, Market Equity) e o ratio BE/ME (Book to Equity/Market Equity):

| | |
|---------------|-------------|
| Small Value | Big Value |
| Small Neutral | Big Neutral |
| Small Growth | Big Growth |

- Small stocks vs Big stocks – As small stocks têm um ME menor que a mediana. Normalmente as small stocks têm melhor desempenho do que o CAPM prevê (justificação para o factor SMB de FF3).
- Value stocks – Têm BE/ME elevado, mais precisamente maior que o percentil 70 do BE/ME.
- Growth stocks – Têm BE/ME abaixo do percentil 30, ou seja, BtM baixo. Normalmente o BE/ME é elevado quando o ME é baixo. Isto acontece quando a empresa tem tido retornos baixos. Apesar disso, a maioria das empresas recupera e por isso os investidores acabam por ter mais retorno do que o modelo CAPM sugeriria (justificação para o factor HML).

O modelo multifactorial FF3 tem por base o cálculo mensal dos factores SMB e HML (v. Keneth French webpage para pormenores). O modelo FF3 tem tido sucesso empírico a explicar os retornos dos activos, explicando melhor que o CAPM a evolução do preço dos activos.

O formato standard do FF3 vem:

$$Er_j - r_f = \beta_{jm}(Er_m - r_f) + \beta_{js}E(SMB) + \beta_{jh}E(HML) \quad (8)$$

No formato SDF o FF3 vem:

$$E_t((a + b_mMKT_{t+1} + b_{sb}SMB_{t+1} + b_{hl}HML_{t+1})R_{i,t+1}) = 1 \quad (9)$$

Com:

SMB – Small (market capitalization) minus Big stocks portfolio return, HML – High (book-to-market ratio) minus Low stocks portfolio return, MKT – Market portfolio return, r_j - retorno do activo com risco, r_f - retorno do activo sem risco, r_m - retorno do mercado e $R_{i,t+1}$ - retorno do activo i em t+1.

2.4. MODELO BÁSICO CONSUMPTION CAPM

O modelo foi inicialmente desenvolvido por Lucas (1978) e Breeden (1979). O mais interessante no modelo é que os preços e *yields* dos activos financeiros estão ligados, num contexto de equilíbrio geral intertemporal/dinâmico, às decisões dos investidores sobre o consumo e poupança⁸.

A estrutura da *yield* prevista no modelo está ligada às preferências do investidor quanto à aversão ao risco e à Elasticidade Intertemporal de Substituição (EIS), que mede a resposta na taxa de crescimento do consumo, em relação à taxa de juro real. O efeito líquido no consumo futuro é a EIS⁹.

Este modelo pressupõe que o agente representativo quer tornar “*smooth*” o seu padrão de consumo ao longo da vida. Assim, o consumidor reduz por exemplo o seu consumo em t , poupando e investindo em activos, para aumentar o consumo em $t+1$ (vendendo activos para compensar quebras de rendimento e manter consumo em anos maus, ou seja, os activos permitem transferir poder de compra entre estados). Os activos cujos retornos estejam correlacionados negativamente com o consumo são mantidos, mesmo que tenham retornos mais baixos, pois são vendidos quando o consumo cai e a utilidade marginal é maior.

O modelo no fundo associa o risco sistemático de um activo com o estado da economia (i.e. rendimento e consumo). O que importa é a covariância entre o retorno do activo e o consumo, de forma a permitir compensar o consumo em períodos maus.

O C-CAPM é um modelo mais geral de avaliação de activos que o standard CAPM. Aqui os investidores não consideram apenas um período e os respectivos retornos e desvio padrão nesse período, como no CAPM.

O modelo é inter-temporal pois o agente procura maximizar a utilidade intertemporal esperada do consumo presente e futuro.

A abordagem standard para testar o modelo usa o consumo agregado com uma parametrização de uma função de utilidade representativa do consumidor para modelar a TMS entre diferentes momentos e estados.

⁸ No caso dos modelos CAPM, FF3 e APT estamos perante modelos estáticos onde a decisão dos investidores está ligada à riqueza e num dado momento do tempo, ou seja, sem perspectiva intertemporal.

⁹ A um aumento da taxa de juro real corresponde um aumento da poupança/diminuição do consumo, mas o aumento de rendimentos de capital, derivado da taxa real aumentar, leva, por outro lado a aumentar o consumo. Destes dois movimentos emerge o efeito líquido – EIS.

Lucas (1978) considera um agente representativo com uma função de utilidade standard maximizadora do valor esperado da utilidade ao longo da vida, aplicando o factor de desconto em cada momento. Demonstrou ainda que o equilíbrio de uma economia implica a existência de um SDF (M_t), tal que o valor esperado do seu produto com qualquer rentabilidade real de um activo é igual a 1, ou seja,

$$Et[M_{t+j}(1 + R_{i,t+j})] = 1, \quad (10)$$

com M_t = Taxa Marginal de Substituição = Pricing kernel.

Se $SDF > 1$, o investidor prefere a taxa marginal de utilidade futura, o que é irracional. Aplicando as condições de 1ª ordem (FOC) de Euler¹⁰ ao modelo, os preços dos activos podem ser modelados com recurso ao consumo exógeno e SDF's.

Em suma, o agente representativo enfrenta o seguinte problema de maximização,

$$MaxEt \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t) \right], \quad (11)$$

com $Et[.]$ como o valor esperado condicional às expectativas em t, com β^t a ser o factor de desconto constante, com $U(.)$ a ser uma função de utilidade côncava e C_t como o consumo no momento t.

O agente pode, em cada momento, consumir e investir mais ou menos em activos, que rendem R_{t+1} . Tem ainda rendimentos de activos anteriormente na sua posse e ainda o seu fluxo de rendimento do período - salário (W_t).

Assim, o agente representativo enfrenta a seguinte restrição orçamental,

$$C_t + \sum_{i=0}^N P_{it} Q_{it} \leq \sum_{i=0}^N P_{it} Q_{i,t-1} + W_t, \quad (12)$$

com N como o nº de activos, P_{it} como o valor do activo i em t (preço mais dividendos), Q_{it} como a quantidade detida do activo i em t, e W_t a ser o valor real do salário em t.

¹⁰ Campbell et al (1997): Equações de Euler são as condições de 1ª ordem (FOC) para escolha óptima do consumo e portfolio do agente representativo, que podem ser usadas para ligar os retornos dos activos e o consumo.

A maximização das duas expressões acima dá a necessária FOC ou equação de Euler (permite otimizar o consumo e as escolhas do portfolio pelo agente representativo e liga as rendibilidades brutas dos activos ao consumo):

$$P_{it}U'(C_t) = \beta^{M_i} E_t [R_{it} + M_i U'(C_{t+M})] \quad (13)$$

Esta equação permite constatar que o agente adia 1 u.m. de consumo hoje e investe no activo i , desde que o valor esperado da utilidade marginal adicional descontada, seja maior que a utilidade marginal de 1 u.m. de consumo hoje.

Na teoria financeira standard o valor esperado do excess return de R_i sobre R_f é explicado pela quantidade de risco vezes o preço do risco.

Nos modelos baseados em consumo, a quantidade de risco de um activo é medido pela covariância ente o excess return com o aumento do consumo. O preço de risco é medido pelo coeficiente relativo de aversão ao risco de um agente representativo.

2.5. FUNÇÃO DE UTILIDADE POTÊNCIA

Para obter um teste do modelo é preciso especificar uma função utilidade, neste caso a já referida função power¹¹, sendo que $U'(C_t) = C_t^{-\gamma}$ e para o CRAR=1 ou $\gamma=1$ vem a denominada log utility, $U(C_t) = \ln C_t$.

Aplicando a equação de Euler e usando a função power, vem:

$$E_t \left[\beta \left(\frac{C_{t+j}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + R_{i,t+j}) \right] = 1 \quad (14)$$

A equação representa a essência do modelo baseado no consumo (standard C-CAPM/CRRA), e a base para a componente empírica desta família de modelos.

O parâmetro β é a taxa de preferência temporal. Quanto maior, mais os consumidores valorizam o consumo futuro, preferindo poupar hoje e consumir amanhã. Um valor plausível para β em termos económicos deve ser <1 , significando que os consumidores descontam o consumo futuro.

O parâmetro γ é o CRAR (Coeficiente relativo de aversão ao risco). Quanto maior o CRAR, maior a aversão ao risco do agente económico. Para Mehra e Prescott (1985) as estimativas plausíveis para γ devem situá-lo entre 0 e 10. Para Cochrane (2005) os valores plausíveis devem estar, aproximadamente, entre 1 e 5.

Para $\text{CRAR} \geq 10$ temos consumidores extremamente avessos ao risco, que preferem taxas de crescimento de consumo baixas (consumo pouco volátil ao longo do tempo).

$\text{CRAR} < 0$ contradiz a equação de Euler, pois indica preferências convexas (utilidade marginal do consumo crescente) e a inexistência de equilíbrio inter-temporal para os preços dos activos.

Um activo com risco maior tem covariância negativa com a EIS ou SDF. A covariância negativa significa que um activo tende a oferecer um maior prémio de risco/excess return quando a EIS é mais fraca que o esperado, ou seja o consumo absoluto é mais forte. O risco está assim associado à taxa de crescimento da utilidade marginal do consumo agregado.

¹¹ Como referido atrás esta função tem propriedades teóricas desejáveis e assim é usada em muitos testes. As outras formas de equação são mais fáceis de trabalhar, como a quadrática (Modelo C-CAPM), mas são pouco adequadas à modelação do comportamento do consumidor.

2.6. EVIDÊNCIA EMPÍRICA SOBRE ACTIVOS FINANCEIROS

Considerando o trabalho de Campbell (2003), podemos encontrar um market Sharpe ratio histórico para a economia americana de 50%. Para explicar este ratio com base no modelo consumo implica assumir um coeficiente de aversão ao risco demasiado elevado. Isto pode acontecer porque:

- Os indivíduos são muito mais avessos ao risco do que se pressupunha.
- Os activos nas últimas décadas têm tido retornos acima daquilo que o risco implícito sugere.
- O modelo consumo tem alguma fragilidade ou os dados agregados do consumo não são estimativas adequadas.

Considerando a aceitação do modelo em termos teóricos, os dados reais sugerem assim que existe um puzzle, ou seja, os dados empíricos não se ajustam ao modelo analítico.

Este primeiro puzzle denomina-se de Equity Premium Puzzle (EPP) e significa que o prémio de risco observado é maior que aquele que a teoria sugere.

O EPP tem sido investigado, em especial no sentido de perceber de que forma variações do modelo base podem permitir a eliminação ou menor relevo do puzzle.

Segundo Cochrane (2005) é preciso encontrar um modelo que satisfaça as seguintes condições:

- Elevado market Sharpe ratio.
- Elevado nível e volatilidade dos retornos dos activos.
- Reduzido nível e relativamente constantes taxas de juro.
- Crescimento do consumo com pouca volatilidade.
- Previsibilidade dos retornos dos activos.

Em conclusão, é necessário encontrar modelos que não evidenciem uma pouco plausível (demasiado elevada) aversão ao risco dos investidores.

Campbell (2003) considera alguns factos que caracterizam os dados do Mercado norte-americano e relaciona-os com o modelo de avaliação de activos baseado no consumo. Compara ainda os dados dos EUA com outros países para aferir a similitude de análise.

Conclui que para o modelo teórico fazer sentido face aos factos históricos é preciso um modelo em que o CRAR (price of risk) é:

- Elevado.
- Time-varying (variável em t).
- Correlacionado com o estado da economia.

Baseado então em Campbell (2003) apresentam-se os factos que caracterizam o mercado financeiro americano¹²:

1. Rentabilidades reais médias das acções são elevadas, cerca de 8% por ano;
2. Taxa de juro real média sem risco (como proxy utiliza-se geralmente os T-Bills a 3 meses) é baixa, cerca de 1% por ano;
3. Rentabilidades reais das acções são voláteis, com um desvio padrão de 16%;
4. Taxas de juro são muito menos voláteis, menos que 2%;
5. Crescimento do consumo real é muito “smooth”, com desvio padrão de 1%;
6. Crescimento dos dividendos reais são voláteis no curto prazo (28%) mas são muito menos a longo prazo (6%), situando-se entre a volatilidade dos retornos das acções e do crescimento do consumo;
7. O crescimento real do consumo trimestral e o crescimento real dos dividendos apresentam uma fraca correlação, mas aumenta com dados de baixa frequência e num horizonte de 4 anos;
8. Crescimento real do consumo e dos retornos reais apresentam uma correlação trimestral de 0,23, mas decai para horizontes alargados;
9. Crescimento trimestral dos dividendos reais e retornos reais das acções têm uma baixa correlação, mas esta aumenta com dados de baixa frequência e num horizonte de 4 anos;
10. A previsão do crescimento real do consumo nos EUA não é plausível com base nos seus dados históricos ou pelo mercado de acções;
11. O crescimento real dos dividendos nos EUA tem alguma previsibilidade no curto prazo mas não é bem previsto pelo mercado de acções;
12. As taxas de juro reais têm alguma correlação positiva;

¹² Os factos apresentados têm por base o período do pós-guerra (1947-1998), baseiam-se em dados do mercado americano, com periodicidade trimestral – esta é uma das amostras mais usada nos trabalhos empíricos sobre preços de acções. Campbell compara ainda com dados de mais 10 países e conclui que em geral os resultados são similares.

13. Os excess returns no mercado de acções dos EUA sobre os T-Bills são altamente previsíveis.

Segundo Campbell (2003), estes factos levantam 2 importantes questões para as finanças e macroeconomia:

- a) Qual a razão para que os retornos reais médios das acções sejam tão elevados em relação à taxa de juro média de curto prazo/T-Bills a 3 meses?
- b) Porque motivo é a volatilidade dos retornos reais das acções tão elevada em relação à volatilidade da taxa de juro real de curto prazo/T-Bills a 3 meses?

Para este autor, um modelo completo do mercado de activos deve explicar, quer o nível dos preços dos activos, quer os seus movimentos ao longo do tempo, ou seja a sua variação.

Num documento recente, Damoradan (2015) apresenta as estatísticas referentes ao mercado financeiro americano, utilizando um período de análise longo, de 1928 a 2014. Em geral confirma a análise atrás referida. Do exposto retenham-se as rentabilidades médias anuais das acções do mercado americano (sendo usado o índice SP500) e do activo sem risco (T-bills), ambos em termos nominais.

Para o período de 1928 a 2014 a rentabilidade média anual das acções é de 11,5% com uma volatilidade medida pelo desvio padrão, de 19,9%. No caso do T-bills a rentabilidade média anual é de 3,5% e a volatilidade, medida pelo desvio padrão, é muito mais baixa, cerca de 3,06%.

Ou seja, verifica-se um equity premium associado ao período integral de 8%. O autor calcula ainda um equity premium de 6% para o período de 1965-2014 e de 8% para um período mais recente de 2005-2014.

2.7. EQUITY PREMIUM E OS PUZZLES

A origem da discussão sobre o Equity Premium encontra-se no trabalho de Robert Shiller (1982), que sugere a necessidade de um elevado CRAR ou elevada variação do consumo, para explicar a média e variação dos retornos dos activos, e ainda no trabalho original de Mehra and Prescott (1985) que estudaram a primeira questão referida no fim do ponto anterior, tendo concluído pelo denominado Equity Premium Puzzle.

Na realidade, os factos 1 e 2 identificados por Campbell (2003) implicam um Expected Excess Returns¹³ e um Equity Premium elevado. O facto 5 (smoothness do consumo) implica uma reduzida covariância dos retornos dos activos com o consumo. Assim, o Equity Premium só pode ser explicado pelo elevado e implausível CRAR, e daqui o EPP.

Weil (1989) argumenta que, de facto, os investidores serão muito mais avessos ao risco que o pressuposto, mas isso levar-nos-ia a outro puzzle, o Risk Free Rate Puzzle (RFRP). No modelo standard C-CAPM, para conciliar um elevado CRAR com a baixa taxa de juro verificada historicamente, o investidor teria uma baixa ou negativa taxa de preferência temporal (prefere consumo no futuro que no presente).

Considerando a expressão para o valor esperado da taxa de juro sem risco:

$$Er_{f,t+1} = -\log \delta + \gamma g - \frac{\gamma^2 \sigma_c^2}{2}, \quad (15)$$

com δ como o SDF, γ como o CRAR, g como a taxa média de crescimento do consumo e σ_c^2 como a variância do consumo.

Sabendo-se pelos factos identificados por Campbell (2003) que a taxa de juro sem risco é tendencialmente 1 e desvio padrão do consumo próximo de 1%, e como g é positivo, vem para elevados valores de CRAR que o SDF deve ser próximo de 1 ou mesmo ligeiramente superior – significa baixa ou negativa preferência temporal o que é pouco plausível e daí o puzzle.

¹³ Expected Excess Return ($E (Re) - Rf$) = Quantidade de risco X Preço de risco. Sendo a Quantidade de risco – medido pela covariância do excess stock return com o crescimento do consumo e o Preço de risco – CRAR de um investidor representativo.

Outro trabalho que aprofunda a questão do EP, tem origem em Hansen and Jagannathan (1991), que relacionam o EPP com a volatilidade do SDF, ou dito de outro modo, com a volatilidade da EIS. Isto significa que, para ser coerente com o ratio de Sharpe de cerca de 50%, é necessário uma elevada volatilidade do SDF.

Um aspecto importante neste âmbito é a Fronteira ou Limite de Hansen-Jagannathan. Considerando que a covariância do activo com o SDF - σ_m - pode ser escrito como o produto do desvio padrão do activo i (σ_i^2), desvio padrão do SDF e a correlação entre ambos, vem a seguinte expressão:

$$\sigma_m \geq \frac{E_t[r_{i,t+1} - r_{f,t+1}] + \frac{\sigma_i^2}{2}}{\sigma_i} \quad (16)$$

Esta relação ilustra a Fronteira Hansen-Jagannathan. Significa que o desvio padrão do log SDF deve ser maior ou igual que este Sharpe ratio, para todos os activos. Isto é, deve ser maior ou igual que o valor máximo possível do Sharpe ratio no mercado.

Segundo Cochrane (2008), os trabalhos a explicar os puzzles diminuíram pois existem várias “preferências” consistentes com o EPP e RFRP, como sejam os modelos habit e recursivos. As preferências do tipo recursivo quebram o elo entre a aversão ao risco e a substituição intertemporal, ou seja, entre o CRAR e EIS, não havendo assim um valor implausível da última quando aceitamos um CRAR mais elevado. Contudo, para este autor, nenhum modelo validou ainda de forma clara um CRAR plausível, o que implica aceitar uma elevada aversão ao risco do agente representativo, para conciliar o consumo agregado com os retornos de mercado neste tipo de modelos C-CAPM.

Campbell (2003) denomina a segunda questão elencada no fim do ponto anterior de Equity Volatility Puzzle (EVP). Como os factos sugerem que a previsão da variação nos excess returns é uma importante origem de volatilidade de mercado, são desenvolvidos modelos em que a quantidade do risco e o preço do risco variam ao longo do tempo.

Desta forma temos assim 3 puzzles identificados na literatura, o EPP, RFRP e por último o EVP.

No âmbito do EP, devem ser referidos um conjunto de trabalhos mais recentes, que abordam o tema e apresentam valores de referência para a parte empírica desta tese.

Assim, Mehra & Prescott (2008), num trabalho que actualiza algumas conclusões do seu paper original de 1985, reafirmam a importância do EP no seio da literatura, definindo-o como o retorno de um índice de mercado sobre o retorno de um activo sem risco, e colocando a questão da sua magnitude como central.

Os autores apresentam valores para o EP histórico no mercado americano, calculado a partir do valor real médio anual dos retornos do mercado (7,6%) e do activo sem risco (1,3%), ou seja, um EP de 6,3% (a amostra usada vai de 1889 a 2005).

Num trabalho ainda mais recente, Mehra (2012), estes valores são confirmados, calculando um EP de 6,7% (com uma amostra de 1946 a 2010) e um EP de 6,4% (com amostra de 1889 a 2010). Neste paper, Mehra refere a pertinência da utilização do modelo EZW, visto permitir separar CRAR e EIS e assim resolver o RFRP, mesmo com CRAR elevado, como o calculado no paper de Mehra e Prescott (1985) para explicar o EP, utilizando o modelo CRRA/standard C-CAPM.

Por outro lado, refira-se ainda Damodaran (2013), que no seu trabalho anual sobre ERP's, apresenta valores para os retornos dos activos de mercado e sem risco, e por conseguinte para o EP. Para uma amostra entre 1928 e 2013, Damodaran calcula um retorno nominal médio de mercado de 11,2% e um retorno nominal médio do activo sem risco de 3,6%, ou seja, evidencia um EP de 7,6%. Para uma amostra iniciada em 1963, o autor calcula um EP mais reduzido, na ordem dos 6%.

Como conclusão, retenha-se, tal como Mehra e Prescott (2008) preconizam, que o EP histórico se situa, geralmente, entre 6 e 8%, dependendo das amostras e dados utilizados. É este valor factual do EP que os modelos no âmbito do C-CAPM têm vindo a demonstrar pouca capacidade de explicar, e desta forma a existência dos denominados puzzles.

2.8. HANSEN-JAGANNATHAN DISTANCE E EQUAÇÕES DE EULER

Um outro tema que importa referir, visto que os modelos de avaliação de activos são uma aproximação à realidade e além de se testar se determinado modelo é verosímil face aos dados reais, tem a ver com a aferição da qualidade do modelo, comparando o desempenho com modelos alternativos, implicando um teste de especificação do modelo.

A métrica desenvolvida em 1997, Hansen-Jagannathan distance (HJ-distance), tem sido usada para o diagnóstico e como ferramenta de selecção de modelos. Na prática é realizado um teste para aferir se dois modelos têm HJ-distance igual, pois a comparação das HJ-distance não é por si esclarecedora, pois a diferença entre os dois modelos poder não ser estatisticamente significativa. Pela sua relevância para trabalhos futuros a esta investigação, é aprofundado este conceito de HJ-distance, embora o trabalho empírico desenvolvido nesta tese não se baseie neste método.

Hansen e Jagannathan (1997), sugerem uma solução para comparar modelos $M_t(\theta_j)$, onde θ_j são parâmetros do “ j^{th} SDF model”, usando a distância métrica (HJ distance):

$$Dist_T(\theta_j) \equiv \sqrt{\min_{\theta} g_T(\theta_j) G_T^{-1} g_T(\theta_j)} \quad (17)$$

A minimização é baseada na aplicação standard do GMM mas com uma matriz não óptima, $W_T = G_T^{-1}$. Esta matriz, não óptima, já não depende dos parâmetros θ_j , e a métrica $Dist_T$ é comparável entre modelos.

Assim, a métrica “HJ distance” tem utilidade para:

- Comparação entre modelos.
- Evidencia uma medida do “model misspecification”, pois mede a distância entre o SDF do modelo e o ponto mais próximo de todos os SDF’s associados aos assets.
- Fornece o máximo “pricing erros” de qualquer portfolio formado dos N assets.

A métrica de Hansen-Jagannathan reconhece explicitamente que todos os modelos, sendo abstrações da realidade, são mal especificados, e fornece assim um método para comparar modelos avaliando qual o que apresenta erros de especificação menores.

Esta abordagem de quantificação e comparação de erros de especificação dos modelos é muito relevante para a investigação econométrica no âmbito do asset pricing, permitindo um upgrade aos testes de OID, que verificam se um determinado modelo é verdadeiro contra a hipótese de ter algum erro de especificação, o que, se por definição todos têm erros, não acrescenta valor significativo.

Isto vem colocar grande interesse no trabalho empírico com base em metodologias de comparação de modelos (competing misspecified models), reduzindo interesse em testes de hipóteses de modelos individuais ou se determinado modelo é especificado sem erro. Contudo, a abordagem de HJ tem uma limitação. Não fornece um método para comparar as HJ distance estatisticamente. Permite saber se uma determinada HJ distance é menor ou maior que outra, mas serão estatisticamente diferentes?

Chen e Ludvigson (2009) desenvolveram um procedimento estatístico para comparar HJ distances de K modelos competitivos. A vantagem desta abordagem é que pode ser usada para comparar qualquer número de múltiplos modelos competitivos de forma geral, com qualquer lei estacionária para os dados.

Suponhamos que se pretende comparar as HJ distance de vários modelos estimados usando esta técnica.

Define-se a $d_{j,T}^2$ - squared HJ distance do modelo j:

$$d_{j,T}^2 \equiv \left(Dist_T(\theta_j) \right)^2 \quad (18)$$

A técnica assenta nos passos seguintes:

1. Definição do modelo benchmark com menor (HJ dist)² entre os k modelos $d_{j,T}^2$.
2. Hipótese nula é $d_{1,T}^2 - d_{2,T}^2 \leq 0$, onde $d_{2,T}^2$ é o modelo seguinte com menor (HJ dist)².
3. Estatística de teste: $T^W \equiv \sqrt{T} d_{1,T}^2 - d_{2,T}^2$.
4. Se a hipótese nula é verdadeira, o valor T^W não deve ser grande, dado o erro da amostra.

5. Dada a distribuição T^W , rejeitar a hipótese nula se $T^W > 95^{th}$ percentil da distribuição T^W .

Esta distribuição apresenta alguns problemas, calculando-se a distribuição via “block bootstrapping” (Chen e Ludvigson, 2009). Isto é válido para a maioria das aplicações, seja modelos paramétricos ou semi-paramétricos.

Este método de comparação estatística da HJ distance, segue a recomendação de Hansen-Jagannathan (1997), segundo a qual todos os modelos são mal especificados e são avaliados consoante a magnitude do seu erro de especificação, mas acrescenta algo novo permitindo uma avaliação estatística dos modelos. Este método pode ser usado complementarmente ou em vez do teste simples sobre especificação do modelo, mas só se aplica a casos onde se utiliza a matriz não ótima.

Outra razão para usar uma matriz não ótima reside no evitar problemas econométricos para amostras pequenas. Usar a matriz identidade revela-se mais robusto para amostras pequenas e permite investigar a performance do modelo para portfolios economicamente interessantes. Contudo, com $W_T = I$ vai-se condicionar a função objetivo do GMM, visto estar dependente dos “initial test assets”.

Em qualquer aplicação empírica deve-se considerar estas questões e decidir se se pretende dar ênfase ao teste do modelo para se ajustar aos originais “test assets economically” ou à robustez da performance do modelo para os “test assets”.

Noutro âmbito de avaliação da qualidade dos modelos importa também reter o seguinte. Hansen e Singleton (1982), mostraram as dificuldades do modelo standard C-CAPM em explicar dados empíricos. Estas conclusões derivaram da investigação com base nas equações de Euler usando instrumentos, x_t , para capturar a *conditioning information* sobre a qual os investidores têm as suas expectativas.

Outra limitação empírica difícil de explicar mesmo para outros modelos, é a dimensão significativa dos “unconditional Euler equation errors” quando aplicado numa lógica cross-section dos asset returns (com instrumentos x_t a ser um vector de 1’s).

Lettau e Ludvigson (2009) mostraram que mesmo com valores livres para β e γ os erros são grandes, ou seja, ao contrário do EPP de Mehra e Prescott (1985), os significativos “Euler errors” não podem ser resolvidos com elevados valores de aversão ao risco.

Os “Euler equation errors” podem ser interpretados economicamente como os “pricing errors”, pois são muito semelhantes em valor, sendo os últimos a diferença entre a média dos seus excess returns históricos sobre o EP (prémio de risco) do modelo.

Lettau e Ludvigson (2009) estimaram os erros da equação de Euler para dois conjuntos de asset returns, tendo concluído que o valor dos pricing errors nunca se aproxima de 0, para qualquer valor do CRAR. Ou seja, ao contrário do EPP, os erros da equação de Euler não se resolvem com valores de CRAR grandes.

Concluindo, explicar porque é que no standard CCAPM as unconditional equations de Euler são violadas, para qualquer valor dos parâmetros de preferências do modelo, permanece em aberto, tendo-se apostado em desenvolver novas formulações para as preferências e não tanto em explicar os “large unconditional Euler equation errors”.

3. MODELOS C-CAPM: A RELEVÂNCIA DO EPSTEIN- ZIN-WEIL

3.1. CATEGORIAS DE MODELOS E EXTENSÕES AO C-CAPM

Segundo Cochrane (2008), os modelos devem ser estimados e testados, isto antes dos puzzles, pois estes são uma mera explicação para o insucesso dos testes. Hansen e Singleton (1982, 1984) estiveram no início da investigação destes modelos, conduzindo à rejeição do modelo clássico e introduzindo o EPP como uma realidade não explicada pelo modelo.

Na realidade, uma elevada aversão ao risco é requerida para digerir o EP evidenciado nos dados. Associado a um coeficiente elevado de aversão ao risco vem um baixo valor para a elasticidade de substituição intertemporal do consumo, que mede quanto se está disposto a diferir o consumo para beneficiar no presente dos returns oferecidos. Esta elasticidade é o inverso do CRRA. Logo, um elevado CRRA implica uma muito baixa EIS e uma não plausível baixa taxa de juro sem risco, levando ao RFR puzzle.

As duas décadas seguintes ao trabalho pioneiro de Hansen e Singleton viram um enorme desenvolvimento nestes modelos, com ênfase em aspetos como: Qual a função de utilidade a usar? Como tratar a agregação temporal e dados do consumo? Como considerar os múltiplos bens: duráveis, não duráveis e serviços? Que instrumentos usar? A investigação passou de instrumentos como o β , industry portfolios e lagged returns e lagged crescimento do consumo, para instrumentos como size, book-to-market e momentum portfolios, ou ainda dividend – price ratio, etc..

Como é que os modelos consumption-based se portaram perante este conjunto vasto de hipóteses alternativas? Para Cochrane (2008) registaram-se 10 anos de insucesso seguidos de 10 anos de crescente sucesso dos modelos. Para este autor os modelos consumption-based devem estar correctos se queremos que a economia explique o mercado de capitais. A ideia de que as pessoas temem deter acções (risco), e que não comprem mais, mesmo face a expectativas de maiores retornos, pois temem os bad times em que este activo mais desce, faz sentido economicamente.

Considerando a emergência de novas funções de utilidade, Cochrane (2008) define uma categorização baseada em funções non-separable (o modelo clássico é baseado em time-separable functions):

1. Considera a non-separability entre bens (a utilidade marginal dos bens não duráveis é afectada pela posse de bens duráveis ou lazer). Um exemplo é o trabalho de Yogo (2004 e 2006) que usa o agregador intertemporal de Epstein-Zin. Seguindo a tradição usa o return do portfolio de mercado como proxy para o wealth portfolio ou utility index, que aparece no SDF.
2. A non-separability intertemporal (bens duráveis têm utilidade em períodos temporais latos; consumos passados/habits têm influência na utilidade marginal presente). O trabalho mais emblemático neste âmbito é o de Campbell e Cochrane (1999).
3. A non-separability entre diferentes estados da natureza. O modelo EZW (1989, 1991) é o benchmark clássico deste tipo de preferências, separando o CRRA e a TMSI. Neste modelo os returns co-variam com o consumo e com um segundo factor – utility index, que não é mensurável e é aproximado por uma proxy, o wealth portfolio (EZW, 1989 e 1991).

Segundo Cochrane (2008), muitos consideram que os modelos consumption based falharam. Para este autor é precisamente o contrário, pois estão ainda na fase inicial de desenvolvimento. O campo para trabalho empírico evoluiu muito desde as investigações clássicas e extensões para funções de utilidade non-separable. Agora testam-se os modelos com base nas características size, book-to-market, momentum e liquidez, em vez dos industry e β portfolios. Em vez de se usar instrumentos como lags de returns e crescimento do consumo, usam-se instrumentos muito mais poderosos que explicam os returns. Há ainda interesse nos pricing errors além dos p-value, ou seja, na comparação de modelos entre si além da validação estatística de cada um.

Para Cochrane ainda estamos no início da descoberta em como funcionam empiricamente os modelos consumption based, desde o standard às extensões non-separable.

Evidenciou-se a partir de factos empíricos do mercado americano o problema que se coloca à teoria dos activos financeiros, nomeadamente no contexto do Consumption-based model (Campbell, 2003).

De forma breve, o EPP sugere que o CRAR deve ser elevado e o EVP sugere que o CRAR varia ao longo do tempo. Segundo Campbell (2003) apresentam-se, a título introdutório, modelos que apresentam estas características e que são usados em trabalhos empíricos no âmbito dos modelos Consumption-based.

Para este autor, a partir do modelo básico Consumption-based, foram desenvolvidos outros modelos para se encontrar uma aplicação que explique melhor os factos empíricos¹⁴:

- Habit Formation.
- LRR
- Heterogeneous Investors.
- Irrational Expectations.
- Irrational Exuberance

O principal pressuposto na classe de modelos habit é que o consumo de hoje tem um efeito positivo na utilidade marginal do consumo de amanhã. Para além da variável consumo (C_t), a função utilidade incorpora um hábito time-varying ou nível de subsistência (X_t).

Em termos funcionais existem duas linhas nesta classe de modelos. A primeira utiliza a função power do ratio C_t/X_t (Abel, 1990 e 1991) e a segunda usa a função power da diferença $C_t - X_t$ (Constantinides, 1990 e Campbell e Cochrane, 1999)

Nesta classe de modelos habit formation podem-se identificar dois sub-modelos:

- Internal habit models (Constantinides, 1990) – o hábito depende do consumo do próprio agente e ele considera isso quando decide o que consome.
- External habit models (Abel, 1990 e 1991 e Campbell e Cochrane, 1999) – depende do consumo agregado que não é afectado pelas acções individuais do agente. Abel faz o hábito depender do consumo desfasado um lag.

¹⁴ O modelo EZW será destacado mais à frente, sendo apresentado com pormenor a sua descrição e vantagens associadas. Incluem-se ainda neste ponto os modelos LRR e Irrational Exuberance de Shiller.

Constantinides, Campbell e Cochrane assumem que o hábito reage gradualmente à variação do consumo.

Campbell and Cochrane (1999) construíram um modelo de external habit formation em que um agente representativo deriva a utilidade da diferença entre consumo e um nível de subsistência variante com t ou habit level. As diferenças entre o modelo Campbell-Cochrane (CC) habit formation e o power utility model básico com elevada aversão ao risco são:

1. O modelo de CC evita o riskfree rate puzzle.
2. O modelo de CC apresenta uma aversão ao risco que varia com o nível de consumo, e o modelo power utility básico tem uma aversão ao risco constante. A variação da risk aversion explica a volatilidade no mercado mesmo com consumo *smooth* e uma riskless interest rate constante.

As condições de momento a utilizar em aplicações empíricas são:

$$\text{Abel (1990): } E_t \left[\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{C_t}{C_{t+1}} \right)^{\gamma-1} (1 + R_{i,t+1}) \right] = 1 \quad (19)$$

$$\text{CC (1999): } E_t \left[\beta \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + R_{i,t+1}) \right] = 1 \quad (20)$$

Outro modelo que tem sido utilizado neste campo para investigar a flutuação dos preços dos activos agregados com choques do consumo agregado, considerando uma dada função de utilidade/preferências do agente representativo é o denominado long run risks, tendo a sua origem em Bansal e Yaron (2004). Estes modelos explicam a variação do preço dos activos como uma resposta às flutuações persistentes na média e à volatilidade do crescimento do consumo agregado.

Estes autores partiram das preferências do tipo EZW, combinando com uma dinâmica de longo prazo do crescimento do consumo e dos dividendos (considerando o preço dos activos como função dos dividendos).

Esta dinâmica do consumo contém duas componentes: uma de longo prazo, referente às expectativas de crescimento do consumo, e que é reduzida e previsível. Outra relativa à incerteza económica medida pela volatilidade do consumo.

Utilizando como método a calibração do modelo, mostram que esta especificação para o consumo e dividendos são consistentes com os dados observados e assim explica o comportamento dos activos financeiros e o EP e RFRP. Os valores estimados para CRAR e EIS são, respectivamente, 10 e 1,5, ou seja, na linha do preconizado como aceitável na literatura.

Em conclusão, os autores fornecem evidência empírica para os processos de crescimento dos dividendos e crescimento do consumo agregado, sendo que este contém uma componente pequena e persistente taxa de crescimento esperado e outra componente de volatilidade condicional. Estas dinâmicas de crescimento conjugadas com as preferências EZW explicam os puzzles.

Retenha-se neste campo dos LRR dois trabalhos recentes. Por um lado, para Beeler e Campbell (2012), que aceitam a relevância do modelo visto permitir perceber a variação dos preços dos activos numa economia, com choques persistentes no crescimento do consumo e na volatilidade do mesmo, o trabalho de Bansal e Yaron (2004) apresenta contudo deficiências na aplicação empírica ao mercado americano, tal como calibrado por estes autores.

Em resposta a esta crítica, Bansal, Yaron e Kiku (2012) compararam o modelo LRR com o habit de Campbell e Cochrane (1999) e concluíram que o LRR capta os factos principais do mercado de forma mais adequada.

Os modelos descritos até agora consideram um agente representativo que contribui para o consumo agregado. Mas o consumo agregado não é uma proxy adequada para o consumo dos investidores.

A explicação para isto é que há dois tipos de agentes: *constrained agents* que não transaccionam no mercado de acções e *unconstrained agents*.

O consumo dos *constrained agents* (principalmente em países com mercados de capitais menos desenvolvidos e menos participados pelos consumidores - investidores) pode ser uma larga parte do total do consumo.

Constantinides and Duffie (1996) construíram um quadro de análise simples para se compreender os efeitos da heterogeneidade: consideraram uma economia onde k investidores individuais têm diferentes níveis de consumo C_{kt} .

Para estes autores a heterogeneidade teria que ser maior para ter impacto nos SDF e explicar o EPP. Os autores concluem assim que a heterogeneidade pode ser uma

explicação suplementar para uma elevada aversão ao risco, mas por si não a entendem como uma explicação para o EPP.

No fundo, segundo Campbell (2003), o consumo pode variar aleatoriamente período após período mas de forma reduzida, limitando os efeitos da heterogeneidade do consumo nos preços dos activos.

Até agora considerámos modelos em que os investidores têm expectativas racionais. Mas como referido por Campbell (2003), podem-se considerar expectativas irracionais para definir um modelo de avaliação de activos. Muitos dos trabalhos neste campo trabalham com modelos de equilíbrio parcial e assumem que os preços das acções são determinados pelos valores esperados dos dividendos futuros descontados a uma taxa constante. Outra linha de trabalho investiga a irracionalidade derivada do facto dos investidores não identificarem correctamente o que é nominal e real, descontando fluxos reais com taxas de juro nominais.

Uma limitação destes modelos apontada por Campbell (2003) é não considerarem equilíbrio geral (aspectos importantes da economia, como a produção e consumo não são retratados nos modelos), em particular as implicações da irracionalidade ligadas ao consumo agregado.

Segundo Campbell (2003), investidores com pessimismo irracional (que prevêem uma taxa de crescimento do consumo menor que a real), podem levar a um decréscimo na risk-free rate média e aumentar o Equity Premium, ajudando a explicar o puzzle. Assim, o pessimismo leva aos mesmos efeitos que uma baixa taxa de preferência temporal ou uma alta aversão ao risco, e ajuda assim a explicar o EPP e RFRP.

Outra dimensão tem por base a denominada exuberância irracional, definida por Shiller (1984, 2003 e 2015), introduzindo as denominadas finanças comportamentais, e colocando em causa a hipótese de eficiência dos mercados e as expectativas racionais, por contraponto a um maior papel da psicologia e sociologia. Para este autor, o equilíbrio nos mercados financeiros (que estão sujeitos a fases de pessimismo e optimismo irracional) resulta da interacção de agentes racionais e irracionais, sendo o valor dos activos resultante do valor actual dos dividendos futuros descontados e da procura exógena dos investidores irracionais, divergindo dos níveis esperados caso

todos os agentes se comportassem de acordo com o pressuposto das expectativas racionais.

Para Shiller (2015), a base do fenómeno da exuberância irracional é a psicologia associada às bolhas especulativas, que leva a que os investidores perante uma subida contínua e apesar de dúvidas sobre o valor real dos investimentos, continuem a comprar activos. Nesta sua obra mais recente, Shiller mostra numa perspectiva temporal de longo prazo (entre 1871 e 2014) a relação entre os preços dos activos financeiros e os retornos associados (ambos em termos reais), evidenciando as bolhas de 1929, 1973, 2000 (aqui ligada às empresas tecnológicas) e 2007/2008 (ligado ao imobiliário). O autor refere ainda a actualidade (em referência a 2014) como um período em que a relação entre o preço dos activos financeiros (acções – incluindo startup's, obrigações – incluindo dívida soberana e imobiliário) e dos retornos associados se aproxima de um novo ponto máximo.

Apesar destes novos caminhos de análise e avaliação, para Campbell (2003), o futuro próximo na teoria de avaliação de activos será baseado no desenvolvimento dos modelos C-CAPM, que serão uma base de trabalho empírica. A relação entre mercados financeiros e economia real será um dos campos de investigação mais interessantes da economia e finanças (Campbell, 2003). Acrescente-se a esta premonição a crescente sofisticação de métodos econométricos adequados para testar os modelos teóricos.

3.2. MODELO TEÓRICO EPSTEIN-ZIN-WEIL

Tem-se assistido a um crescente interesse na modelação no âmbito do asset pricing com base em modelos recursivos¹⁵, em especial do tipo que EZW desenvolveram, pois permitem uma generalização do modelo standard investigado por Hansen e Singleton (1982 e 1983).

EZW desenvolveram um modelo geral, em que o CAPM e C-CAPM são casos particulares, e mais flexível, separando o CRAR e EIS. Neste modelo o risco sistemático é determinado pela covariância do retorno do portfolio de mercado com o crescimento do consumo.

Os modelos empíricos não tinham tido até então um desempenho satisfatório, como Hansen e Singleton (1982) e Mehra e Prescott (1985) evidenciaram, sendo a inflexibilidade dos mesmos apontada como um dos factores críticos para tal.

EZW mostram a vantagem e diferença entre uma função utilidade determinística e recursiva. No segundo caso, o agente forma um equivalente certo da utilidade futura. Para obter a utilidade corrente, o equivalente certo é combinado com o consumo corrente através de uma função agregadora, como demonstrado nos artigos destes autores.

A razão para o tipo de preferências recursivas despertarem interesse no âmbito do asset pricing reside assim em pelo menos dois aspectos. Em primeiro lugar, na grande flexibilidade no que respeita à atitude em relação ao risco e à taxa de substituição intertemporal, em relação ao modelo standard time-separable power utility e, em segundo, os modelos asset pricing formados por este tipo de preferências contêm um factor de risco adicional (utility index – tendo como proxy o market portfolio) para explicar os asset returns, para além do fator de risco consumo do modelo básico (Ludvigson, 2012).

EZ (1989) e Weil (1989) com base no trabalho de Kreps e Porteus (1978), desenvolveram então uma versão mais flexível do modelo básico power utility e modelizaram uma forma onde se mantêm as características desejáveis do modelo

¹⁵ Os modelos baseados em preferências do tipo recursivas têm-se tornado muito utilizados para estudar comportamentos dos agentes económicos em ambientes dinâmicos e estocásticos. As preferências recursivas baseiam-se num trade-off entre a utilidade presente e a utilidade derivada de todos os períodos futuros, considerando que os comportamentos de hoje têm efeito no futuro (traduzido num índice que representa a utilidade futura) e, assim, permitindo que problemas de decisão multiperíodo sejam reduzidos para decisões com base em 2 períodos. No caso dos comportamentos presentes terem efeitos em eventos aleatórios nos períodos futuros, o trade-off entre 2 períodos é entre utilidade corrente e o equivalente certo da utilidade aleatória futura.

standard, mas quebrando a ligação entre a EIS e o CRAR, nomeadamente a EIS ser igual ao inverso do CRAR.

Não é claro que estes 2 conceitos se liguem assim, pois o CRAR descreve a relutância em substituir consumo entre estados da natureza e tem sentido mesmo num quadro atemporal, e a EIS descreve a disponibilidade para substituir consumo ao longo do tempo e faz sentido num quadro determinístico (Campbell, et al, 1997 e Cochrane, 2008).

Segundo Campbell, et al, (1997), a função objectivo do agente representativo segundo o modelo EZW é definida recursivamente e vem:

$$U_t = \left\{ (1-\beta)C_t^{\frac{1-\gamma}{\theta}} + \beta(E_t[U_{t+1}^{1-\gamma}])^{\frac{1}{\theta}} \right\}^{\frac{\theta}{1-\gamma}}, \quad (21)$$

com $\theta \equiv \frac{1-\gamma}{(1-1/\psi)}$ e com C_t - consumo em t; $0 < \beta < 1$ - factor de desconto temporal; γ

> 0 - coeficiente relativo de aversão ao risco (CRAR); $\psi > 0$ Elasticidade Intertemporal de Substituição (EIS) e $E_t(\cdot)$ como o operador de expectativas condicionais.

A restrição orçamental intertemporal para o agente representativo vem:

$$W_{t+1} = (1 + R_{m,t+1})(W_t - C_t), \quad (22)$$

com W_{t+1} a ser a riqueza do agente representativo e $(1 + R_{m,t+1})$ a ser o retorno do portfolio de “mercado” de toda a riqueza investida.

Através de programação dinâmica os autores chegaram à seguinte FOC:

$$E_t \left[\left\{ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\psi}} \right\}^{\theta} \left\{ \frac{1}{1 + R_{m,t+1}} \right\}^{1-\theta} (1 + R_{i,t+1}) \right] = 1 \quad (23)$$

A EIS mede a resposta na taxa de crescimento do consumo, em relação à taxa de juro real. O efeito líquido no consumo futuro é a EIS. Aumentos da taxa de juro real induzem maior poupança e menor consumo, mas induzem também mais rendimentos de capital e um aumento de consumo associado.

Ainda segundo Campbell (1997), o equity premium ou excess return pode ser descrito como:

$$E_t[r_{i,t+1}] - r_{f,t+1} + \frac{\sigma_i^2}{2} = \theta \frac{\sigma_{ic}}{\psi} + (1-\theta)\sigma_{im} \quad (24)$$

Com σ_i^2 como a variância do retorno i , σ_{im} como a covariância entre o activo com risco e o mercado e σ_{ic} como a covariância entre o activo com risco e o consumo.

Assim, para EZW, com $\theta = 0$ vem o tradicional CAPM, dependente de σ_{im} , e para $\theta = 1$ vem o standard C-CAPM, dependente de σ_{ic} .

O modelo EZW é uma CES – Constant elasticity of substitution - que é uma propriedade de algumas funções de utilidade. Refere-se a um tipo específico de função agregadora, que combina 2 ou mais tipos de consumo numa quantidade agregada, exibindo CES. Uma função de utilidade recursiva pode ser construída a partir de 2 componentes: time aggregator e risk aggregator. Com as preferências do tipo EZW, o time aggregator é uma CES agregada do consumo corrente e do valor descontado da utilidade esperada do consumo futuro.

Esta estrutura torna assim a estimação do modelo difícil pois o SDF é uma função do valor de continuação não observável do consumo futuro.

Uma abordagem a esta dificuldade, baseada no trabalho original de Epstein e Zin (1989), é explorar a relação entre o continuation value/utility index e o return do portfolio de riqueza agregada, reduzindo a função continuation value a uma variável observada.

No sentido em que o return do portfolio de riqueza agregada pode ser medido ou proxied, o continuation value não observável pode ser substituído no SDF e a estimação pode prosseguir só com variáveis observadas (ex. Epstein e Zin (1991), que usaram a proxy do return do mercado acionista agregado para o aggregate wealth portfolio; Campbell (1996), que assume que o retorno da riqueza agregada resulta dos retornos de um portfolio da riqueza humana e da financeira e estima este valor. Cochrane (2008) propõe também usar o wealth portfolio.

Mas segundo Ludvigson (2012) o portfolio da riqueza agregada depende do consumo futuro e por isso é não observável e ainda, dada a importância do capital humano e outros ativos não observáveis na riqueza agregada, o seu return não pode ser estimado via uma proxy do asset market return.

3.3. APLICAÇÕES EMPÍRICAS DO EPSTEIN-ZIN-WEIL

Uma parte significativa da literatura sobre asset pricing é focada nos modelos de risco que são funções dos activos financeiros. Estas abordagens, que empiricamente têm sido validadas, enfermam contudo de um problema. Os verdadeiros riscos sistémicos são de natureza macroeconómica. Nos modelos consumption-based os fatores de risco sistémico têm origem endógena, na EIS, implicando uma relação de equilíbrio entre fatores de risco macroeconómicos e os financial returns e assim explicando a importância destes modelos.

Considerando o trabalho de Ludvigson (2013) sobre aplicações empíricas nos modelos baseados no consumo procede-se a uma introdução sobre esta temática.

Na última década e meia assistiu-se a um crescimento destes modelos no sentido de se encontrarem explicações para o comportamento do mercado, após um período onde estes modelos eram rejeitados empiricamente e a sua aceitação levantava reticências (Campbell, 2003 e Cochrane, 2005).

Na sua forma inicial estes modelos eram baseados no agente representativo com função power utility time separable – modelo standard Consumption based. Este modelo tinha sérias limitações, como Ludvigson (2013) apresenta.

Surgiram então modelos alternativos, baseados em preferências diferentes dos agentes, como os já mencionados, modelos habit, heterogeneidade dos agentes, irrational expectations e recursive utility.

O modelo habit de Campbell-Cochrane (1999) mostra que uma elevada volatilidade do mercado e previsibilidade, pode ser explicada por uma pequena variação da volatilidade do consumo agregado, se for permitido “time varying risk aversion”. Constantinides e Duffie (1996) mostram que também o modelo de agentes heterogéneos melhora os resultados.

Epstein e Zin (1989) e Weil (1989), mostram que as especificações do tipo “recursive utility”, quebrando a ligação entre o CRAR e a EIS, pode resolver o puzzle de baixas taxas de juro reais, simultaneamente com um elevado prémio de risco – puzzle risk free rate.

Campbell (2003) e Bansal e Yaron (2004) mostraram que com a função recursiva de EZW, com $CRRA \geq$ inverso EIS, uma componente previsível do crescimento do consumo pode explicar um equity premium elevado com CRAR modesto.

Segundo Ludvigson (2013), estas descobertas, baseadas na introdução de novas funções de utilidade/nova modelação de preferências dos agentes, revigoraram o interesse nestes modelos, levaram a resultados mais adequados com a realidade dos dados, importando agora retomar a aposta na estimação formal, em testes estatísticos e métodos econométricos distintos, e na comparação de modelos concorrentes.

Noutra perspectiva, os novos modelos testados individualmente não se apresentam muito eficientes, com erros de especificação significativos, levando há necessidade de aplicar metodologias de avaliação para aferir dimensão de erros entre modelos concorrentes, como a abordagem de Hansen e Jagannathan (1997). Não é este tipo de análise o objecto desta tese.

Segundo Ludvigson (2013), apesar do interesse nestes modelos do tipo recursivo, o trabalho de estimação de parâmetros relevantes e de adequação dos modelos com os dados tem sido lento, pois são modelos muito desafiantes para aplicar empiricamente.

Assim, no âmbito das aplicações empíricas com base no modelo Epstein-Zin-Weil (EZW) apresentam-se os principais métodos utilizados e os resultados, que ultrapassaram a questão dos returns da riqueza agregada de forma diferente, nos trabalhos originais de EZW, Zhang e Chen, Favilukis e Ludvigson (CFL). Apresentam-se ainda dois trabalhos relacionados pela sua importância no contexto desta investigação, nomeadamente de Stock & Wright (SW) e Yogo. A apresentação seguinte é por ordem cronológica:

- Epstein Zin, 1991 e Weil, 1989
- Stock & Wright, 2000
- Yogo, 2004
- Zhang, 2006
- CFL, 2013

3.3.1. Epstein Zin, 1991 e Weil, 1989

Epstein e Zin (1991), com base no seu trabalho anterior de 1989, e considerando o fraco desempenho dos modelos C-CAPM até então, produziram uma investigação empírica ao modelo recursivo, com base no método GMM empregue anteriormente por Hansen e Singleton (1982) e abordaram a dificuldade referida acima com uma representação alternativa, do SDF:

$$M_{t+1} = \left\{ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\rho} \right\}^{\frac{1-\theta}{1-\rho}} \left\{ \frac{1}{R_{W,t+1}} \right\}^{\frac{\theta-\rho}{1-\rho}} \quad (25)$$

Com $R_{W,t}$ - Retorno bruto da riqueza agregada e $W_{t+1} = R_{w,t}(W_t - C_t)$ - Restrição orçamental intertemporal, ligando o consumo e a riqueza agregada. O retorno $R_{W,t}$ é em geral não observável pois inclui variáveis como o capital humano, além dos retornos dos activos financeiros.

EZ (1991) produziram trabalhos empíricos usando uma proxy para $R_{W,t}$, nomeadamente, o retorno do mercado bolsista, substituindo na equação acima e calculando a equação de Euler pelo GMM. Contudo, esta metodologia apresenta um ponto fraco, que é o facto de $R_{W,t+1}$ ser não observável e ser aproximada pela proxy do retorno do mercado bolsista, especialmente se activos não transaccionáveis, como o capital humano, forem relevantes no conjunto da riqueza agregada.

Ao se incluir retorno do mercado bolsista, junto com crescimento do consumo, na explicação do modelo, pode levar a resultados muito mais ajustados. A utilização de proxy para o “utility index” é o ponto teórico e empírico crucial do modelo Epstein e Zin. Contudo, esta modificação tem um problema pois a substituição só resulta para o portfolio riqueza completo, incluindo activos não transaccionáveis como “real estate” e o valor presente do rendimento do trabalho, e não apenas o stock market return. Mais ainda, a riqueza e o consumo não são independentes, pois news acerca do crescimento do consumo influenciam o return da riqueza.

A aplicação empírica de Epstein-Zin considerou dados mensais para o mercado americano entre 1959-86 (consideraram ainda uma sub-amostra entre 1959-78, similar a Hansen e Singleton, 1982, para comparar resultados), utilizaram 4 medidas para o consumo – entre elas despesas em bens não duráveis e serviços - o portfólio óptimo é aproximado pelo índice de acções NYSE (reconhecem a crítica de Roll mas não consideram no trabalho empírico a mesma, assumindo que os factores extra ao índice NYSE não afectam a análise de forma significativa), e para testar o modelo ainda utilizam os returns reais de acções e obrigações do tesouro a 1 mês, através da estimação cross section de returns e cinco industry portfolios. Os instrumentos utilizados foram lags do crescimento do consumo e do market returns, seguindo em geral Hansen e Singleton (1982).

Contudo, os resultados em geral não foram satisfatórios, com o modelo a mostrar-se sensível a diferentes medidas de consumo e diferentes conjuntos de instrumentos usados. O valor encontrado para a EIS foi em geral menor que um, o CRAR é próximo de 1, mas o factor de desconto temporal estimado é em geral maior que um, o que representa um padrão problemático para a validação do modelo. Nas conclusões do seu trabalho, EZ (1991) já indicam como futura investigação a necessidade de estudar a integração do rendimento do trabalho no modelo – dando razão à crítica de Roll.

Para Cochrane (2008) importa ver como resulta este modelo Epstein-Zin num set up mais moderno¹⁶. Noutro âmbito, relativo ao campo dos já referidos long run risks models, não explorado nesta tese do ponto de vista empírico, o modelo Epstein-Zin tem vindo a ser alvo de muito trabalho com relativo sucesso quanto ao desempenho dos modelos especificados.

Por outro lado, Weil (1989), considerando o artigo de Mehra e Prescott (1985), demonstrou no seu artigo que no caso dos modelos recursivos, a separação entre o CRAR e EIS não resolve o problema do equity premium puzzle identificado por estes dois autores, antes revelando outro puzzle - RFRP.

Weil simula os valores para o RRA e EIS que seriam necessários para se aproximar dos valores históricos do EP - 6,2% e RFR – 0,75%, concluindo que o RRA teria que ser perto de 45 e o EIS 0,1. Ou seja, valor implausível para o RRA segundo a literatura. Se

¹⁶ No âmbito desta tese, a partir do modelo EZW, estimam-se os parâmetros de interesse considerando a construção de um portfolio da riqueza onde se inclui o capital humano, entre outros activos, conforme Zhang (2006), ao contrário dos trabalhos iniciais EZW. Por outro lado, EZW utilizaram o GMM como método de estimação, enquanto nesta tese se evolui para métodos da família GEL e de restrições de momento condicionais.

considerarmos valores de 1 a 3 para o RRA e 0,1 para EIS, o modelo estima um equity premium de 0,45% e uma risk free rate de 20 a 25%. Weil identifica assim dois distintos puzzles, o EPP que Mehra e Prescott já tinham evidenciado, e agora o RFRP.

3.3.2 Stock & Wright, 2000

Estes autores desenvolveram uma nova teoria de distribuição assintótica para os estimadores GMM, quer na vertente de variáveis instrumentais lineares, quer na vertente de modelos não lineares, onde o trabalho estava menos desenvolvido. Os autores identificaram que o problema do GMM com variáveis instrumentais se relaciona com o facto de os instrumentos serem fracamente correlacionados com as variáveis endógenas dos modelos, ou seja, com o problema de weak identification de parte ou totalidade dos parâmetros do modelo.

Esta nova abordagem foi testada num trabalho empírico sobre o C-CAPM, com dados agregados do mercado americano, sob três especificações de preferências: standard C-CAPM/CRRA; Habit Formation e EZW. Nas estimações efectuadas revela-se evidente a presença de weak identification e os novos confidence S sets propostos para os parâmetros de interesse diferem dos conventional sets do GMM, assumindo a inexistência de weak identification.

Foram feitas estimações com base em dados anuais e mensais para o mercado americano. Em termos de instrumentos, SW utilizaram primeiros e segundos lags do retorno do portfolio de mercado (S&P500), do activo sem risco e do crescimento do consumo, tradicionalmente utilizados por outros autores nesta área, a que juntaram mais dois instrumentos, a saber, o dividend yield e o spread entre taxas de juro de longo prazo das OT e a taxa de juro de curto prazo.

No que respeita a resultados, SW concluíram que para o modelo standard CRRA se verifica a rejeição da hipótese nula, para 5% de significância, do teste associado à estatística J, baseado nos valores críticos da distribuição qui-quadrado, para ambos os conjuntos de dados. No modelo habit os resultados indicam a rejeição a 10% para dados anuais e uma inconsistência no que concerne a dados mensais. No modelo EZW a estimação com os três instrumentos base é estatisticamente válida mas o sinal do parâmetro de interesse é negativo. No caso em que se consideram os dois instrumentos adicionais o modelo é rejeitado a 5% embora na estimação com o método Continuous Updating Estimator (CUE) tal não se verifique para o caso dos instrumentos com

segundos lags. Ou seja, o modelo EZW revela-se adequado para a estimação com o método CUE e para instrumentos com 2 lags.

Os autores, considerando a possibilidade de existência de weak identification, produziram então a estatística de teste *S* válida assintoticamente, e os *S* sets para parâmetros dos modelos¹⁷.

Para uma análise fina dos resultados referentes aos modelos CRRA e Habit, recomenda-se SW (2000), pg 1081-1089. No que respeita ao modelo EZW os autores concluíram, após construção dos *S* sets, que as áreas não coincidem. Os únicos conjuntos *S* não nulos foram obtidos para o EZW com segundos lags. No caso da estimação com os 4 instrumentos com 2 lags, verifica-se que o *S* set sugere um nível moderado a elevado para o CRAR (conforme tabela 6 e figura 6 de SW), retendo-se aqui que o CRAR estimado foi entre 30 a 60 e que o EIS entre 0,4 e 1. Ou seja, os valores plausíveis para CRAR não estão dentro do intervalo.

Os resultados em geral sugerem fortes sintomas de weak identification:

- Conclusões derivadas dos valores da estatística *J* para os dois métodos (Efficient GMM – EGMM - e CUE) diferem.
- O método EGMM é sensível à escolha de instrumentos mesmo quando o valor de *J* é estatisticamente válido. É o caso dos dois modelos EZW com os instrumentos base, com um e dois lags de desfasamento, respectivamente.
- As estimativas com CUE diferem das efectuadas com o EGMM.
- Os *S* sets e os convencional sets GMM, no geral, não coincidem, mesmo quando os modelos não são rejeitados pela estatística *J*.

Para estes autores isto leva a concluir que as inferências usuais baseadas no GMM são pouco fiáveis. Os *S* sets tendem a levar a conclusões diferentes, indicando maiores níveis de aversão ao risco. Para o modelo EZ apenas as variantes com 2 lags nos instrumentos são não rejeitados, e os *S* sets associados, embora sugiram que se alcançam estimativas mais interessantes face à análise tradicional, apresentam contudo pouca evidência em favor do EZW em detrimento do standard CRRA.

¹⁷ Ver fórmula da estatística *S* na secção 6.2.

3.3.3 Yogo, 2004

No seu trabalho Yogo estuda a EIS no caso de weak identification, considerando a importância desta medida, quer no âmbito de modelos macroeconómicos relacionados com efeitos das taxas de juro na procura agregada, quer no âmbito das decisões dos agentes entre consumo e investimento. No caso do modelo standard C-CAPM sob função de utilidade power, o inverso da EIS é o CRAR.

Segundo Yogo vários autores estimaram a EIS com dados do mercado americano, mas na prática as estimativas revelaram-se muito diferentes e até contraditórias. A explicação para Yogo reside na presença de weak identification.

Yogo estuda para um conjunto de onze países a EIS de forma a encontrar estimativas válidas, atendendo ao problema referido. O trabalho deste autor é orientado para o modelo EZW, mas num formato linear (aproxima a equação de Euler original através da sua linearização). Apesar disso, Yogo refere a linha de estimação orientada para equações de Euler não lineares, mas salienta a dificuldade no âmbito do EZW no formato não linear, associada à necessidade de conhecer os returns do portfolio “riqueza”/óptimo. No caso do modelo linear, a EIS pode ser estimada sem conhecer este portfolio e assim Yogo ultrapassa esta questão crítica, tratada mais à frente no trabalho de Zhang (2006).

Os dados utilizados por Yogo são trimestrais e as variáveis do modelo são as tradicionais: returns reais do portfolio de mercado e da taxa de juro sem risco e taxas de crescimento reais do consumo. Os instrumentos utilizados são a taxa de juro nominal, inflação, crescimento do consumo e o rácio log dividend-price, todas com 2 lags.

Considerando que o motivo do trabalho de Yogo é a versão linear do modelo EZW, não se aprofundam aqui os resultados obtidos, apenas referindo que, quanto ao EPP, Yogo conclui, face aos intervalos de confiança, uma EIS entre 0 e 0,5 (no caso do mercado americano um valor estimado entre 0 e 0,2), implicando que o CRAR implícito é elevado (intervalo estimado entre 2 e infinito), consistente com a literatura sobre o tema. Num trabalho prévio onde Yogo participou, SWY (2002), a questão da weak identification para modelos lineares e não lineares estimados com recurso ao GMM, já tinha sido abordada sob a forma de um survey. Neste trabalho conjunto, Yogo já aferiu

a necessidade de métodos mais robustos que o tradicional. Como descrito neste trabalho, e focando no caso de modelos não lineares, os autores apontam métodos totalmente robustos à weak identification: S sets de Stock&Wright (2002) e estatística K de Kleibergen (conforme trabalhos anteriores deste autor em 2001 e 2002); e ainda métodos parcialmente robustos: CUE GMM e GEL.

3.3.4. Zhang, 2006

O trabalho deste autor, nomeadamente o seu artigo de 2006, introduziu contributos importantes no que respeita à estimação do modelo Epstein-Zin no âmbito dos modelos de avaliação de activos. Este trabalho é a referência empírica principal que será a base dos trabalhos subsequentes desta tese.

Com o trabalho de Zhang (2006), foram introduzidas essencialmente duas inovações neste campo, a saber, o cálculo de um portfolio óptimo em vez da utilização da proxy do portfolio de mercado (o que representa um avanço significativo à solução original de Epstein-Zin e ultrapassando assim a crítica de Roll, que constatava que o portfolio de mercado não incluía outras fontes de riqueza como os activos não financeiros e o capital humano), e ainda a utilização da metodologia de Stock e Wright (2000) com testes robustos à weak identification aplicados ao modelo Epstein-Zin (o que representa uma evolução no que respeita ao problema de weak identification em geral diagnosticado nos modelos C-CAPM).

Com estas inovações incorporadas no seu trabalho, Zhang concluiu que o modelo Epstein-Zin, que separa o RRA da EIS, explica melhor os puzzles equity premium e rate free risk, tendo-se estimado valores plausíveis para o CRAR (3 a 11) e EIS (0,96).

Zhang estruturou o seu trabalho a partir de uma nova abordagem de cálculo do portfolio óptimo, que é uma das variáveis presentes no SDF do modelo Epstein-Zin. Este portfolio calculado por Zhang reflecte, além dos retornos do mercado accionista agregado/portfolio de mercado, a riqueza gerada por outros activos, como por exemplo, imobiliário, obrigações, bens duradouros e depósitos, e principalmente a riqueza gerada pelo capital humano¹⁸. A abordagem de Zhang é algo similar a Jagannathan e Wang

¹⁸ A literatura no âmbito do capital humano em asset pricing iniciou-se com Jagannathan e Wang (1996). Assumem que o retorno do capital humano é uma função linear da taxa de crescimento do rendimento do trabalho per capita, bem como uma versão dinâmica do CAPM – conditional CAPM – por contraponto ao modelo clássico CAPM (linear e estático). A utilização do conditional CAPM e da proxy para retorno do capital humano incluída no portfolio da riqueza, permitiu a estes autores concluir que o modelo é mais robusto e explica melhor a evolução dos activos financeiros. Recentemente, Sylvain (2014) mostra que considerando o retorno do capital humano nas regressões conditional e unconditional do CAPM permite explicar melhor os retornos

(1996), pois também considera o crescimento do rendimento do trabalho para captar o retorno do capital humano, embora este autor considere que esta variável é previsível (ao contrário de Jagannathan e Wang), sendo uma fracção constante do capital humano ao longo do tempo.

Para Zhang, a maioria dos estudos usa a proxy do portfolio de mercado, mas esta hipótese condiciona muito os resultados empíricos e o desempenho dos modelos, pois a volatilidade do portfolio óptimo não será tão elevada como a do portfolio de mercado constituído apenas por acções.

O método de cálculo do portfolio óptimo baseou-se em três equações e passos sequenciais a seguir descritos. A partir da restrição orçamental seguinte:

$$W_{t+1} = (W_t - C_t)R_{W,t+1}, \quad (26)$$

sendo W_t a riqueza total do agente, C_t o fluxo de consumo, geralmente aproximado pelo consumo de bens não duráveis e serviços no período, e $R_{W,t+1}$ o retorno do portfolio óptimo, ou seja, a média ponderada do retorno dos activos financeiros e do capital humano.

Assim, para calcular o portfolio óptimo e sendo conhecida a variável consumo, será preciso apenas calcular a variável riqueza total. Dividindo a expressão anterior por W_t , vem:

$$\frac{W_{t+1}}{W_t} = \left(1 - \frac{C_t}{W_t}\right)R_{W,t+1}, \quad (27)$$

e substituindo $R_{W,t+1}$ conforme a expressão da restrição vem:

$$\frac{W_{t+1}}{W_t} = \frac{C_{t+1}}{C_t} \cdot \frac{\frac{C_t}{W_t}}{\frac{C_{t+1}}{W_{t+1}}}. \quad (28)$$

dos activos e é necessário para se obter uma boa proxy para o portfolio riqueza, como Jagannathan e Wang (1996) defendiam inicialmente.

O primeiro factor multiplicativo – consumo - é observável e por isso calculado directamente, sendo apenas necessário estimar $\frac{C_t}{W_t}$ para calcular o crescimento da série

da riqueza total e após isso o $R_{W,t+1}$.

Zhang (2006) explica (pp 876-878) como calcular a série $\frac{C_t}{W_t}$ a partir da variável *cay*

construída por Lettau e Ludvigson (2004), no pressuposto que o ratio consumo-riqueza é aproximadamente proporcional à variável proxy *cay*¹⁹, isto é, $\frac{C_t}{W_t} \equiv k \exp(cay_t)$, sendo

k uma constante.

Com a série $\frac{C_t}{W_t}$ estimada é fácil derivar o crescimento da riqueza pela expressão

imediatamente acima, usando a outra anterior para calcular o retorno do portfólio óptimo.

Segundo Zhang este método permite ultrapassar a crítica de Roll, pois apesar das aproximações utilizadas revela-se um método muito mais preciso que a utilização simples do retorno agregado de mercado como proxy. Zhang compara ainda a série estimada do portfólio óptimo com a série dos retornos NYSE, concluindo que a média trimestral das duas é similar (cerca de 1,976% e 1,986%, respectivamente), mas a volatilidade difere de forma significativa, com a volatilidade dos retornos NYSE – 0,007976 - a registar um valor cerca de dez vezes superior à volatilidade da série do portfólio óptimo – 0,000838. A explicação reside no facto dos retornos do capital humano serem muito menos voláteis. Comparando ainda o valor médio trimestral do portfólio óptimo com o retorno de 10% ao ano, considerado na literatura para o capital humano, confirma-se a razoabilidade da estimativa, conforme Zhang.

No modelo Epstein-Zin o agente representativo tem uma função de utilidade recursiva, que isola as preferências de risco da intenção de substituir consumo ao longo do tempo, escolhendo consumo e um portfólio de activos que maximize a função de utilidade:

¹⁹ Uma variável importante neste contexto é a denominada *cay*, proxy para o consumption–wealth ratio. A *cay* resulta dos resíduos do modelo de regressão linear que tem o consumo (C) como variável dependente e aggregate wealth (A) (activos financeiros e bens de consumo duradouro, entre outros activos) e income (Y) (rendimento do trabalho e subsídios diversos, depois de impostos e contribuições obrigatórias) como regressores e cujos parâmetros são estimados por mínimos quadrados (ou outro método de estimação da mesma classe). Normalmente, as variáveis estão todas em logaritmos e o *cay* pode ou não ser apresentado em termos de diferenças em relação à sua média.

A intuição económica subjacente à *cay* é a seguinte: quando o equity premium é elevado (baixo) no futuro, os agentes aumentarão (diminuirão) o consumo corrente relativamente à riqueza financeira corrente e rendimento do trabalho, implicando uma correlação positiva entre a *cay* e o equity premium futuro.

$$U_t = \left\{ (1-\beta)C_t^\rho + \beta \left(E_t U_{t+1}^\alpha \right)^{\rho/\alpha} \right\}^{1/\rho}, \quad (29)$$

sujeita à restrição orçamental referida atrás e com β como o factor de desconto temporal, $\alpha = 1 - RRA$ e $\rho = 1 - 1/EIS$ e diferente de zero.

Seguindo trabalhos anteriores como o original de Epstein-Zin, Zhang define $\lambda = \alpha / \rho$ e $\gamma = 1/EIS$ para apresentar a equação de Euler seguinte²⁰:

$$E \left[\beta^\lambda \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\lambda\gamma} \left(R_{W,t+1} \right)^{\lambda-1} R_{j,t+1} \right] = 1, j = 1, \dots, N-1. \quad (30)$$

Com R_W como o retorno bruto do portfolio riqueza e R_j o retorno bruto do activo j. O activo N é o capital humano e pode não ser transacionável (Zhang, 2006).

Zhang utiliza a equação de Euler acima explicitada com a série calculada do portfolio óptimo para estimar e testar o modelo Epstein-Zin²¹.

Em termos de método econométrico, Zhang considera a conclusão de Stock e Wright quanto à existência de weak identification na generalidade dos modelos C-CAPM, incluindo o Epstein-Zin, o que segundo estes dois autores pode invalidar a inferência estatística baseada na teoria assintótica standard para o GMM. Na presença de weak identification as estimativas pontuais não são precisas, aconselhando-se a construção de “weak identification robust sets” para os parâmetros, com a metodologia de Stock e Wright (2000). Como já referido, para estes autores os sintomas de weak identification evidenciam-se em estimativas de parâmetros diferentes para estimadores assintoticamente similares, estimativas não robustas à adição de instrumentos, inferências sensíveis ao estimador GMM utilizado e conjuntos de confiança para o estimador EGMM com áreas substanciais de desacordo com o comparável S confidence set.

Zhang parte da estimação do modelo Epstein Zin (com base no portfolio óptimo calculado) segundo os métodos tradicionais GMM (EGMM e CUE GMM), concluindo pela existência de weak identification, e assim adicionando o método desenvolvido por

²⁰ As fórmulas aqui apresentadas permitem calcular o CRAR e a EIS após a estimação de λ e de γ .

²¹ As equações 30 e 31 são similares às 21 e 23, estas últimas conforme Campbell (2003)

Stock e Wright (método mais robusto para CUE GMM na presença de weak identification).

Os conjuntos robustos weak identification não podem ser nulos, pois neste caso implicam a rejeição do modelo. No caso de serem conjuntos pequenos gera-se alguma ambiguidade segundo Zhang. O autor resolve esta questão validando os conjuntos S gerados através da verificação da existência de combinações dos parâmetros nos conjuntos de confiança que permitam o match com o equity premium e a risk-free rate, conforme o procedimento descrito por Zhang.

A partir desta metodologia, considerando o portfolio óptimo calculado, e com base em dados trimestrais agregados para o mercado americano, referente ao período 1959:1 - 2001:4, Zhang estimou o modelo Epstein-Zin usando dois retornos trimestrais: valor ponderado dos retornos reais das acções do NYSE e retorno real dos T-Bills. A medida de consumo usada foi a despesa real per capita em bens não duráveis e serviços, excluindo vestuário e calçado e ajustada conforme a sazonalidade. Esta medida é usada em Lettau e Ludvigson (2004) para estimar a variável cay.

Zhang utilizou ainda 4 conjuntos de instrumentos (ver pp 886 e tabela 1 na pp 887) e, seguindo a prática para colmatar possíveis enviesamentos na agregação temporal dos dados, utilizou ainda um lag de cada conjunto nos testes realizados.

Zhang começa por estimar valores para os parâmetros usando o método tradicional GMM e CUE, calculando λ e γ , em vez do CRAR e EIS directamente, aplicando depois as fórmulas atrás apresentadas para chegar a estes valores.

Da estimação feita, conforme resultados apresentados por Zhang (Tabela 1, pp 887) conclui-se pela existência de weak identification: A estimativa de λ varia bastante com os dois métodos; considerando o CUE varia ainda entre diferentes conjuntos de instrumentos; e o teste J associado aos dois estimadores da classe GMM revela diferentes conclusões quanto ao ajustamento do modelo a 5% de nível de confiança em 4 dos 8 casos, com os p-values $< 5\%$ o que implica rejeitar o modelo. Mesmo considerando um nível de significância de 10% continua a haver desajustamentos nas conclusões referentes aos dois métodos GMM.

Assim, perante a elevada sensibilidade na estimação do parâmetro face ao método usado e à adição de instrumentos, conclui-se pela evidência de weak identification. Segundo Zhang uma evidência ainda maior de weak identification resulta da análise dos conjuntos de confiança usuais para os parâmetros, comparando com os conjuntos S

respectivos. Da análise efectuada Zhang conclui que em dois dos casos não existe sequer sobreposição dos conjuntos e nos restantes verifica-se uma área significativa de discordância entre as regiões de confiança usuais e os S sets. A não sobreposição ou significativa área de discordância são, segundo SW (2000), importantes sintomas de weak identification.

Da análise aos S sets (tabela 3, pp 891 em Zhang) conclui-se que os intervalos para o RRA incluem os valores considerados plausíveis nos casos dos conjuntos de instrumentos 1, 2 e 3, sugerindo que o modelo não é rejeitado para esses valores.

Ou seja, os testes S sets não rejeitam o modelo Epstein-Zin, ao contrário dos testes com base no GMM, que rejeitavam o modelo para os instrumentos 2 e 3.

Zhang procede ainda à validação dos S sets estimados e ao estreitamento dos valores estimados para os parâmetros, utilizando equações de cálculo do equity premium (EP), da risk free rate (RFR) e stock return volatility (SRV).

Para EZ (1991) e Campbel (1996) a importância relativa de cada risco depende de λ e de γ . Se λ for igual a 1 vem o modelo standard C-CAPM/CRRA, e interessa apenas o risco do consumo. Se λ for igual a 0 vem o modelo CAPM, e interessa apenas o risco de mercado.

Na tabela 5 na pp893 Zhang apresenta os resultados deste procedimento. As principais conclusões indicam, para os valores estimados dos β , à volta de 0,98 – uma taxa de desconto temporal anual que ronda os 5,2%, e, mais relevante, indicam que para as combinações de λ e γ os valores do CRAR estarão entre 0,95 e 2,33 e os da EIS entre 0,99 e 1,03.

A partir daqui os cálculos do equity premium, risk free rate e stock return volatility são possíveis e em geral ajustam-se aos valores reais, nomeadamente no caso dos joint S sets para os instrumentos 1 e 3, que originam um EP, RFR e RVS similar ao histórico para o período 1959-2001, e que são, respectivamente, 1,5%, 0,46% e 0,0065, ao trimestre.

O que deve ser relevado aqui é que para os parâmetros de interesse (RRA e EIS), a utilização dos S sets permite inferir pela resolução dos puzzles EPP e RFRP, atendendo aos valores plausíveis estimados para os parâmetros, o que não é conseguido pelos métodos standard GMM ou quando a crítica de Roll é negligenciada.

Comparando assim com os trabalhos originais de Epstein Zin, que testaram o modelo e concluíram pela sua rejeição, tendo estimado valores de RRA centrados em 1, a grande inovação de Zhang prende-se com a consideração da crítica de Roll - ao calcular o portfólio óptimo - e com a consideração do problema de weak identification.

Campbell (1996) estimou um modelo multi-factorial motivado pelo modelo EZW, considerando o capital humano, mas não levando em conta a crítica de Roll, tendo estimado um coeficiente de RRA de 5,5 para dados anuais e 23 para mensais.

Em relação ao trabalho original de Stock e Wright (2000) a inovação de Zhang prende-se com a introdução do portfólio óptimo. SW (2000) utilizando o standard GMM estimaram um valor para λ entre 0 e 1. Quando consideraram a existência de weak identification mas não a crítica de Roll, no teste da equação de Euler do modelo EZW, o seu joint S set para (β, λ, γ) e o seu concentrated S set para (λ, γ) produziram resultados que sugerem a rejeição do modelo, ao contrário dos resultados de Zhang com base nos S sets.

Ou seja, para 3 dos 4 conjuntos de instrumentos usados por Zhang, os testes S sets não rejeitam o modelo EZW a 5% de significância, para valores plausíveis da taxa de desconto temporal, do RRA e da EIS, considerando a crítica de Roll. Os S sets obtidos com os 3 primeiros conjuntos de instrumentos contêm ainda combinações de parâmetros que produzem os valores correctos (i.e. cf. realidade) do EP, RFR e stock return volatility.

No modelo standard C-CAPM com função utilidade potência, um elevado e implausível RRA é necessário para explicar o EP anual e ao mesmo tempo um factor de desconto maior que 1 é necessário para acomodar um baixo risco da RFR nos dados. O valor plausível de RRA é cerca de 2 e o factor de desconto deve ser maior que 1, dando-se assim origem aos 2 puzzles: EPP e RFRP.

Zhang (2006) após considerar a crítica de Roll e a weak identification, conclui que, ao contrário do modelo standard, o modelo EZW permite explicar o EP histórico com base num RRA plausível, e que a RFR não implica um factor desconto menor que 1. Assim, separar o RRA da EIS aparenta ser uma estratégia válida para resolver os puzzles, ao contrário do que trabalhos anteriores demonstraram.

3.3.5. *Chen, Favilukis e Ludvigson, 2013*

Ludvigson (2013) identifica ainda um caminho diferente para se proceder a estimações a partir da função de utilidade recursiva de EZW, ultrapassando os desafios já referidos e sem usar simplificações feitas noutros trabalhos.

Chen, Favilukis e Ludvigson (2013) aplicam técnicas semi-paramétricas para estimação e teste do modelo EZW, sem necessidade de ter uma proxy para os returns não observáveis da riqueza, sem linearizar o modelo, sem definir restrições para os parâmetros e para a distribuição conjunta do consumo e asset returns e sem definir valores para parâmetros das preferências como a EIS. Esta abordagem é apropriada quando se pretende estimar o modelo sem aplicar restrições ao LOM dos dados. Não sendo o caminho seguido neste trabalho de investigação, apenas se irão apresentar algumas notas sobre os resultados e método aplicado por estes três autores.

O trabalho destes autores teve por objetivo estimar os parâmetros do modelo EZW, avaliando a capacidade de ajustamento do modelo aos dados dos returns dos activos em relação a outros modelos e investigar as implicações para os returns da riqueza não observados. As principais conclusões remetem para um RRA entre 17 e 60; uma EIS acima de 1 e retornos da riqueza fracamente correlacionados com retornos do mercado, ou seja, os retornos do capital humano não aparentam estar correlacionados com retorno de mercado.

O modelo foi testado para um cross section de retornos de activos, com dados referentes ao período 1952-05 e com periodicidade trimestral. Os activos considerados foram as T-Bills a 3 meses e os 6 portfólios de Fama e French. A medida de consumo utilizada é a despesa em bens não duráveis e serviços.

A motivação base do seu trabalho reside na verificação que o portfolio óptimo, mesmo considerando a riqueza total dos agentes e sendo assim uma melhor aproximação, continua dependente do consumo futuro e logo é não observável. Para resolver esta dificuldade utilizam um método semi-paramérico que permite avaliar o modelo sem utilizar proxies para o portfolio óptimo, estimando os parâmetros de interesse em simultâneo com a estimação da função continuation value não observável do consumo futuro.

Os autores comparam o modelo EZW com outros modelos (standard C-CAPM/CRRA, scaled C-CAPM, Habit Formation e o modelo FF3), utilizando a métrica Hansen-Jagannathan distance (1997), que compara os erros de especificação dos vários modelos. O modelo FF3 tem o melhor desempenho no global, mas da classe de modelos C-CAPM, o modelo EZW é o que apresenta um menor erro de especificação.

4. VARIÁVEIS E DADOS A UTILIZAR

4.1. LISTA DE VARIÁVEIS E SUAS DEFINIÇÕES

No sentido de descrever os dados utilizados, quer na componente de variáveis principais do modelo, quer como variáveis instrumentais, apresentam-se as seguintes tabelas. Os dados utilizados são em termos reais e as taxas de rentabilidade são em termos brutos (quando aplicável).

O modelo EZW implica as variáveis principais a seguir apresentadas.

Tabela 1 – Descrição das variáveis do Modelo EZW

| Variáveis do Modelo | | | |
|---------------------|--|--|---|
| Designação | Descrição | Fonte | Comentários |
| Cg | Taxa de crescimento do Consumo. | BEA – Bureau of Economic Analysis (US Dep. Of Commerce) | A partir do Log real per capita do Consumo em bens não duráveis e serviços, excluindo calçado e vestuário |
| OptRet | Rentabilidade do Portfolio Ótimo/Riqueza | Zhang e cálculos do autor para actualização | As fórmulas de cálculo podem ser vistas no Cap. 3.3.4. |
| SP500Ret | Rentabilidade do Portfolio de Mercado | BGFRS - Board of Governors of the Federal Reserve System/SP500 Index | Por maior acessibilidade aos dados, foi utilizado o SP500 em detrimento do NYSE Composite Index. Este índice, tal como o NYSE, também é ponderado com base na capitalização das empresas, e representa as 500 maiores empresas cotadas, abrangendo todos os sectores. O coeficiente de correlação entre os dois índices é aproximadamente 1, pois 93% das acções do SP500 estão no NYSE Composite Index. SW (2000) e Shiller (2015) utilizam também o SP500 nos seus trabalhos. |
| T-BillsRet | Rentabilidade dos Bilhetes do Tesouro a 3M | FRB - Federal Reserve Bank - H.15 Release | |

No que respeita aos instrumentos utilizam-se 4 conjuntos, relacionados com os trabalhos empíricos referenciados no capítulo anterior, nomeadamente Zhang, SW, Yogo e CFL.

Na tabela seguinte apresentam-se os conjuntos, variáveis incluídas nos mesmos e fontes de informação.

Tabela 2 – Descrição dos conjuntos de instrumentos e das variáveis instrumentais

| Variáveis Instrumentais – Zhang | | | |
|--|---|---|--|
| Designação | Descrição | Fonte | Comentários |
| Cg_1 | Cg com 1 lag | BEA | |
| Term_Premium_1 | Diferença entre taxas de juro de LP e de CP | FRB | Taxas a 10 anos vs 1 ano |
| Div_Yield_1 | Taxa de dividendos referente ao SP500 | CRSP – The Center for Research in Security Prices | |
| T-BillsRet_1 | T-BillsRet com 1 lag | FRB H.15 Release | |
| Dy_1 | Crescimento do Rendimento real do trabalho após impostos per capita | BEA | Como LL(2004) |
| Default_1 | Bond default premium | FRB | |
| Variáveis Instrumentais – SW | | | |
| Designação | Descrição | Fonte | Comentários |
| Sp500Ret_1 | SP500Ret com 1 lag | BGFRS/SP500 Index | |
| T-BillsRet_1 | Ver tabela acima | FRB H.15 Release | |
| Cg_1 | Ver tabela acima | BEA | |
| Term_Premium_1 | Ver tabela acima | FRB | |
| Div_Yield__1 | Ver tabela acima | CRSP | |
| Variáveis Instrumentais – Yogo | | | |
| Designação | Descrição | Fonte | Comentários |
| T-BillsRet_2 | T-BillsRet com 2 lags | FRB H.15 Release | |
| Dp_2 | Taxa de inflação com 2 lags | BEA | Deflactor implícito dos preços, para bens não duráveis e serviços (menos vestuário e calçado). |
| Cg_2 | Cg com 2 lags | BEA | |
| LDP_2 | Log Dividend/Price Ratio com 2 lags | CRSP | |
| Variáveis Instrumentais – CFL | | | |
| Designação | Descrição | Fonte | Comentários |
| Cg_1 | Ver tabela acima | BEA | |
| RREL_1 | Taxa relativa dos T-Bills: T-BillsRet – T-BillsRet 1y MAq | BGFRS | Taxa T-Bills a 3 meses menos a média móvel trimestral do último ano . |
| Spex_1 | Log Excess returns on SP500 | BGFRS | |
| CAY_1 | Proxy Log Consumption-wealth ratio | S. Ludvigson homepage | Ver nota 19. |

Nota: Todos os conjuntos incluem a constante como instrumento.

4.2. PERÍODOS AMOSTRAIS E DADOS OBTIDOS

No âmbito da investigação considerou-se uma amostra global com 246 observações trimestrais, que cobre o período de 1952Q1 a 2013Q2.

Para efeitos de comparação com Zhang (2006) considerou-se, para além da referida amostra global, uma outra para um sub-período igualmente iniciado em 1952Q1 mas apenas até 2001Q4 (embora Zhang utilize na realidade uma amostra de 1959Q1 a 2001Q4, preferiu-se aqui usar mais informação disponível).

De seguida apresenta-se um resumo das variáveis do modelo à luz dos dados e amostra global, nomeadamente quanto aos seus valores médios trimestrais e anuais, desvio padrão e variância trimestrais. Calcula-se ainda o EP da amostra em termos trimestrais e anuais.

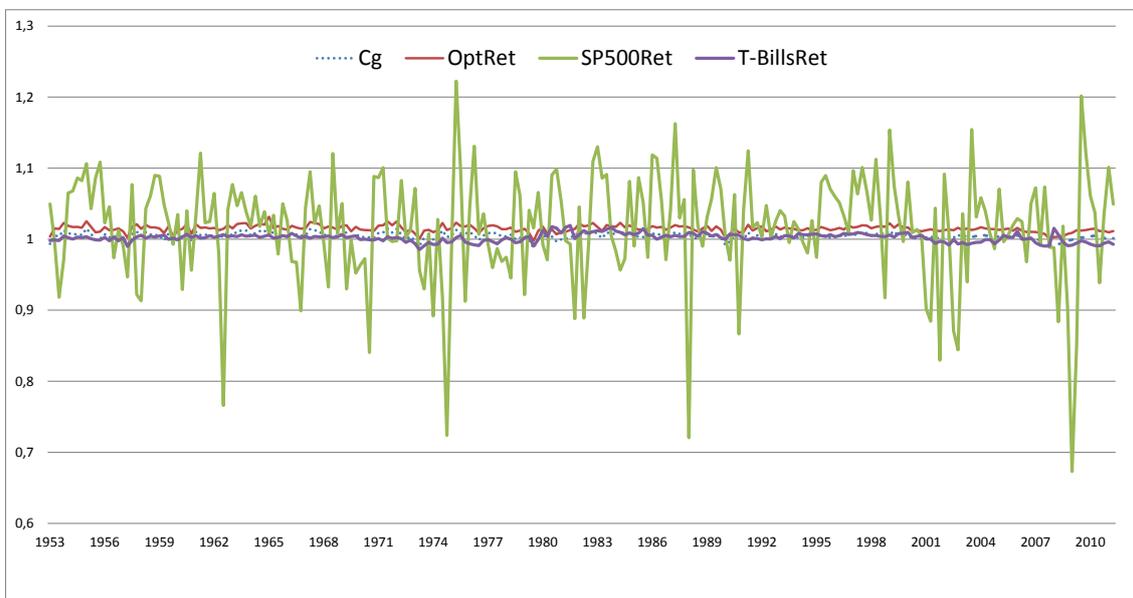
Tabela 3 – Estatística descritiva das variáveis do modelo e cálculo do EP observado para a amostra integral

| | Cg | OptRet | SP500Ret | T-BillsRet | EP |
|--|----------|----------|----------|------------|-------|
| Média Trim. | 0,45% | 1,47% | 1,69% | 0,21% | 1,48% |
| Média Anual | 1,84% | 6,05% | 6,94% | 0,84% | 6,10% |
| Desvio Padrão | 0,0046 | 0,0047 | 0,0757 | 0,0057 | - |
| Variância | 0,000021 | 0,000022 | 0,0057 | 0,000033 | - |
| Média Trim. (cf. Zhang, 2006) | - | 1,9% | 1,9% | 0,46% | 1,5% |

Nota: No caso de Zhang a amostra é diferente, sendo usado o NYSE e não o SP500. O Sharpe Ratio (Excess returns do SP500 sobre os T-Bills no numerador e no denominador o desvio-padrão dos Excess returns, ou seja, dá-nos o equity premium por unidade de risco) é de 20%.

Como se pode observar, o valor trimestral e anual do EP observado é de 1,48% e 6,1%, respectivamente, o que apesar das diferenças referidas na nota à tabela, é muito similar ao EP calculado por Zhang (tendo este utilizado o NYSE index returns), bem como aos valores geralmente referidos na literatura, como salientado e mostrado em pormenor no capítulo sobre o Equity Premium. Para a amostra reduzida os valores não variam substancialmente, com o EP anual observado de 6,6% (1,6% trimestral), ligeiramente superior ao da amostra integral, mas em consonância com Zhang.

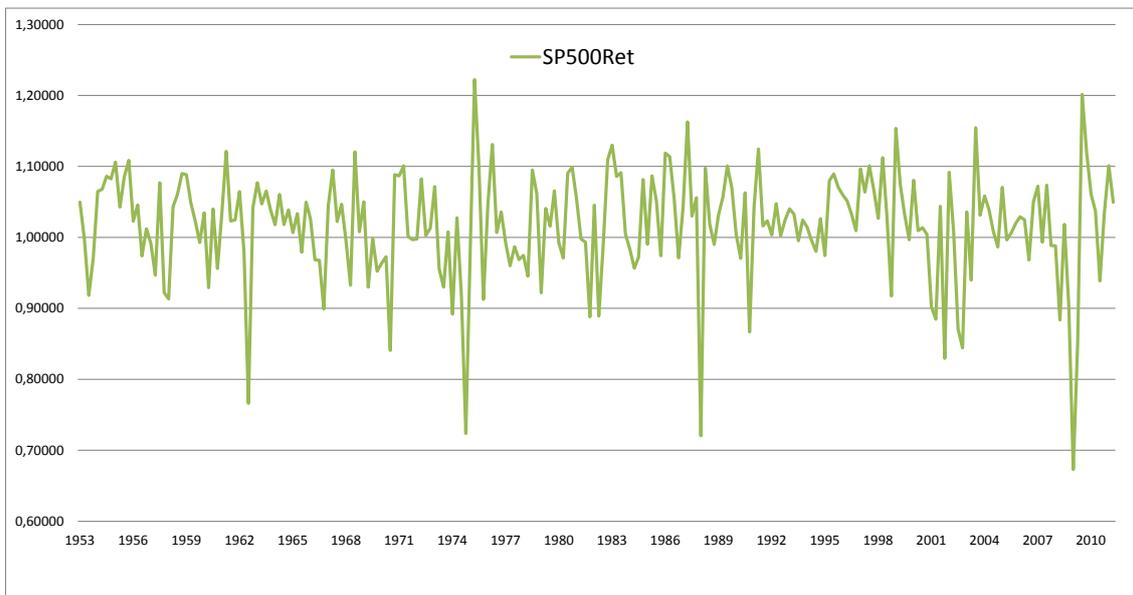
Figura 1 – Representação gráfica das variáveis principais do modelo



Nota: Elaborado com base nos dados de crescimento do consumo e dos retornos dos activos em termos reais.

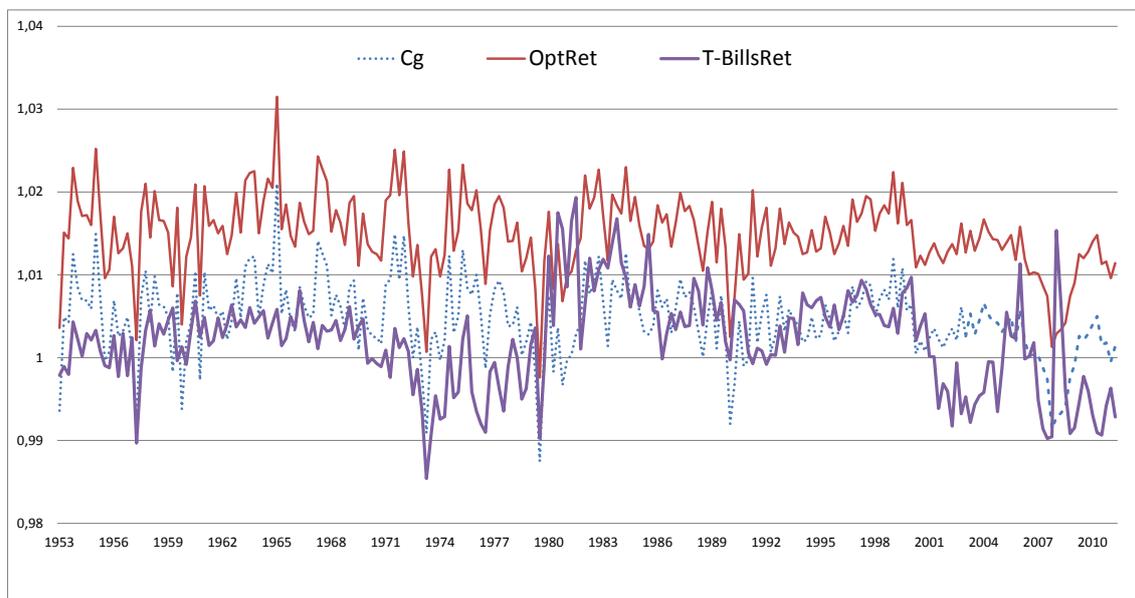
A Figura 1 reflecte as estatísticas apresentadas na tabela, evidenciando que apesar das séries oscilarem em torno de um valor comum, existem diferenças de amplitude na variação do crescimento do consumo, do portfolio óptimo e dos T-Bills, por contraponto à variação muito significativa dos retornos do SP500 ao longo do período.

Figura 2 – Representação gráfica dos retornos trimestrais do SP500



Na Figura 2 evidencia-se a evolução temporal da série dos retornos do SP500, verificando-se variações negativas mais elevadas no período dos anos 70, em 1987 e por último em 2008, ano em que se registou a maior descida do índice, com uma queda acima dos 30%. A média é de 1,69% ao trimestre.

Figura 3 – Representação gráfica da variação do consumo, retornos do portfólio óptimo e do activo sem risco



Como se pode aferir na Figura 3, a variação do consumo e dos retornos do portfólio óptimo e do activo sem risco tem uma ordem de magnitude muito menor que os retornos do SP500, de resto como esperado.

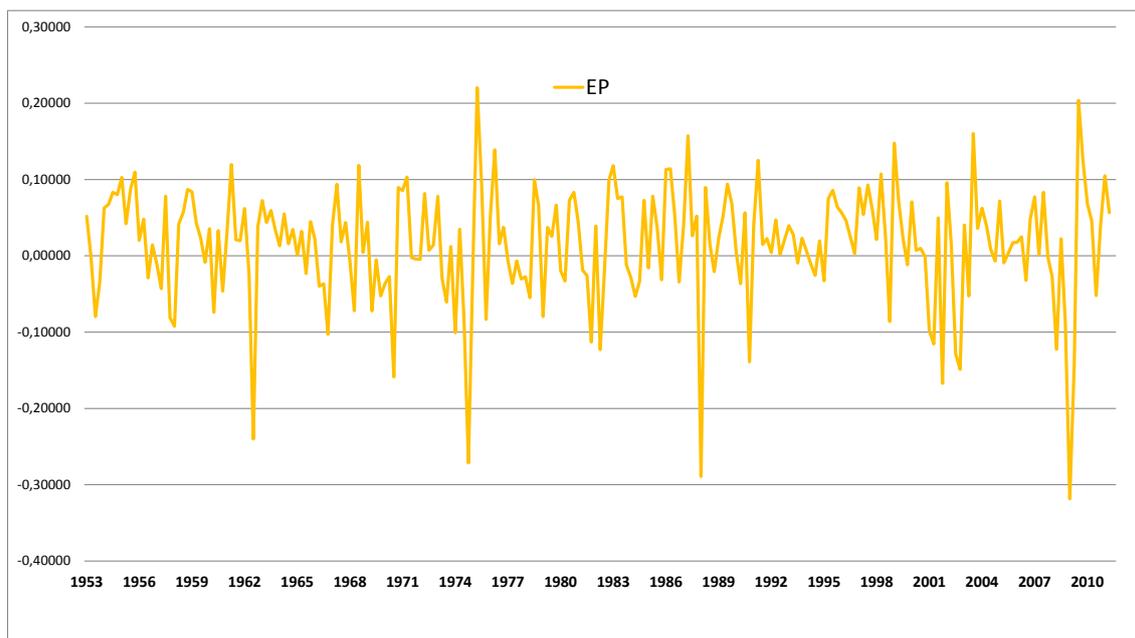
A evolução da variável Cg e do portfólio óptimo (constituído por activos financeiros, não financeiros e rendimentos do trabalho) é bastante similar, salvo o valor médio mais baixo do Cg face ao OptRet.

A importância do rendimento do factor trabalho e da riqueza não financeira no consumo corrente poderá explicar este facto.

4.3. O EQUITY PREMIUM NA AMOSTRA

De seguida representa-se graficamente o Equity Premium observável com base na amostra global.

Figura 4 – Representação gráfica do Equity Premium ao longo do período



Na Figura 4 evidencia-se, assim, a variação do Equity Premium ao longo do período. Esta evolução acompanha, grosso modo, e como esperado, a evolução do SP500, visto o retorno do activo sem risco ter um valor reduzido comparavelmente ao retorno do SP500. A média trimestral do EP é de 1,48%, ou seja, 0,0148.

5. ESTIMAÇÃO DO MODELO EPSTEIN-ZIN-WEIL: ESTIMATIVAS PONTUAIS COMPARANDO O GMM COM A APLICAÇÃO DO GEL

5.1. OBJECTIVOS E INOVAÇÃO

Neste capítulo efectua-se um exercício de estimação pontual não condicional para os parâmetros do modelo EZW, tendo como referência a abordagem adoptada por Zhang (2005), com aplicação de uma estimativa para o portfólio óptimo.

A inovação reside na utilização, além dos métodos EGMM e CUE, dos métodos GEL – Empirical Likelihood (EL) e Exponential Tilting (ET) – de forma a perceber se os resultados obtidos diferem e em que sentido em relação aos obtidos pelo tradicional GMM, usado em Zhang²².

Os métodos GEL apresentam melhores propriedades para amostras finitas, permitindo assim confirmar, por um lado, os resultados obtidos por Zhang, e por outro, as estimações aqui produzidas com recurso ao GMM. Para tal utilizam-se os 4 conjuntos de instrumentos referidos atrás, de forma a testar o modelo com vários métodos e vários conjuntos diferentes de instrumentos²³.

²² Segundo Martins e Gabriel (2009), face às limitações que o GMM apresenta em termos de amostras finitas, um conjunto de estimadores alternativos foram propostos, entre eles, o EL, ET e CUE, os quais pertencem à classe GEL como demonstrado por Newey e Smith (2004), que evidenciam similitude entre o GMM e GEL para as propriedades assintóticas de primeira ordem, sendo os estimadores da classe GEL mais eficientes perante a utilização de mais condições de momento. Por exemplo, o enviesamento do estimador EL não aumenta com mais condições de momento, tal como acontece com o GMM.

²³ As estimações efectuadas no âmbito da tese foram feitas com recurso ao software Gauss, tendo sido necessário codificar alguns procedimentos ainda não disponíveis.

5.2. MÉTODOS ECONOMÉTRICOS UTILIZADOS

No âmbito da aplicação empírica realizada utilizaram-se métodos econométricos da família GMM e GEL.

5.2.1. GMM

A maioria das análises empíricas aplica directamente o GMM, desenvolvido por Hansen (1982) ou metodologias relacionadas para estimar e testar os modelos consumption-based.

$$E\{h(\theta, W_t)\} = 0, \quad (31)$$

é a equação base do método GMM.

Este método considera um conjunto de r restrições de momento na população a serem satisfeitas. $E(\cdot)$ representa o valor esperado não condicional. W_t representa um vetor $h \times 1$ de variáveis conhecidas em t . θ representa um vetor $a \times 1$ de parâmetros desconhecidos para serem estimados. A ideia é escolher θ que faça os momentos amostrais tão próximos quanto possível dos momentos da população.

Sendo $g(\theta, y_T) \equiv (1/T) \sum_{t=1}^T h(\theta, W_t)$, em que T é a dimensão da amostra e $y_T \equiv (W'_T, W'_{T-1}, \dots, W'_1)$ um vector de observações $T \cdot h \times 1$, o estimador GMM $\hat{\theta}$ minimiza o escalar:

$$Q(\theta, y_T) = [g(\theta, y_T)]' W_T [g(\theta, y_T)] \quad (32)$$

Em que W_T é uma sequência de matrizes positivas definidas, que pode ser uma função dos dados, y_T .

O GMM refere-se à utilização de (36) para estimar θ quando $r > a$. As propriedades assintóticas de $\hat{\theta}$ foram estabelecidas por Hansen (1982) e, pressupondo que os dados são estritamente estacionários, o estimador $\hat{\theta}$ é consistente e gaussiano (distribuição normal).

Hansen também definiu a matriz ponderada óptima $W_T = \hat{S}^{-1}$, de que resulta o estimador com a variância mínima para $\hat{\theta}$ na classe dos estimadores GMM²⁴. A matriz ponderada óptima é a estimativa consistente da inversa de $S = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E\{[h(\theta_0, W_t)][h(\theta_0, W_{t-j})]'\}$. Foi usado o método automático de Andrews com o kernel de Bartlett para a matriz ponderada óptima estimada. Este método tem-se mostrado como o melhor na estimação da matriz em causa, pois não fixa uma truncagem à priori, mas sim a partir dos próprios dados.

O estimador GMM para $W_T = \hat{S}^{-1}$ é denominado EGMM (Efficient GMM) pois é o que apresenta menor variância. Este é o estimador GMM usado na tese.

Nas aplicações asset pricing é muitas vezes não desejável usar $W_T = \hat{S}^{-1}$, ou seja, deve-se usar matrizes não óptimas. A matriz óptima depende de $\hat{\theta}_T$, que depende de W_T , o que implica um processo iterativo, iniciado com $W=I$ (matriz identidade).

Hansen mostra que, sob um determinado número de pressupostos, o estimador GMM é consistente e com uma distribuição assintótica normal. A fórmula da matriz das variâncias-covariâncias do GMM pode ser vista nos papers de referência e a partir daí obtêm-se os standard errors do estimador, útil para os testes t-Student e intervalos de confiança.

Hansen também propõe um teste de sobre-identificação (OID) das restrições baseado na estatística de testes:

$$J_T \equiv TQ\left(\hat{\theta}, y_T\right)^a \sim \chi^2(r-a), \text{ com } r > a. \quad (33)$$

O teste OID é um teste ao modelo, que testa se as condições de momento igualam 0, considerando um determinado nível de confiança, se o modelo é verdadeiro e se as restrições de momento da população são satisfeitas. J_T é facilmente calculado, pois,

²⁴ Ver trabalho de Hansen (1982) para detalhes sobre obtenção de \hat{S} .

após o procedimento GMM efetuado, é simplesmente o resultado de $T \times$ função objetivo do GMM com os valores estimados dos parâmetros.

Hansen e Singleton (1982) usaram o método GMM referido para estimar e testar o modelo standard C-CAPM/CRRA. Neste modelo os agentes maximizam a utilidade, com base na função utilidade da forma “power utility”. Vêm assim as condições de momento que formam a base da estimação GMM:

$$E_t \left\{ 1 - \beta \left[(1 + R_{i,t+1}) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}} \right] \right\} = 0 \quad (34)$$

Há 2 parâmetros para estimar: β e γ , ou seja $\theta = (\beta, \gamma)$. A equação (34) é um modelo asset pricing cross sectional. Dado um conjunto de $i=1, \dots, N$ asset returns, a equação mostra que a variação cross-sectional nos returns esperados é explicada pela covariância dos returns com o SDF ou pricing kernel:

$$M_{t+1} = \beta (c_{t+1} / c_t)^{-\gamma}. \quad (35)$$

Na equação (34), o valor esperado é condicional, i.e., com x_t^* - information set dos agentes, (34) vem:

$$0 = E \left\{ 1 - \beta \left[(1 + R_{i,t+1}) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}} \right] \middle| x_t^* \right\}, \text{ com } i = 1, \dots, N \quad (36)$$

Onde $x_t \subseteq x_t^*$, sendo x_t um subset disponível de x_t^* , observável para efeitos de estimação e normalmente denominado por instrumentos, então (36) implica o modelo unconditional, da forma (31):

$$0 = E \left\{ 1 - \beta \left[(1 + R_{i,t+1}) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}} \right] x_t \right\}, \text{ com } i = 1, \dots, N \quad (37)$$

Na mesma lógica, o modelo EZW em análise na tese, admite uma representação como

$$\text{em (31): } h(\theta, W_t) = \left[1 - \beta^\lambda \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\lambda\gamma} (R_{t+1}^m)^{\lambda-1} R_{t+1}^j \right] \cdot X_t = 1, j = 1, \dots, N-1, \quad \text{com}$$

$\theta = (\beta, \lambda, \gamma)$, $W_t = Cg_t$, R_t^W , R_t^i e $X_t \equiv \text{Instrumentos}$.

Hansen e Singleton usaram lags de “consumption growth” e dos “asset returns” para a variável x_t e $\min_{\theta} Q(\theta, y_T) = [g(\theta, y_T)]' \hat{S}_T^{-1} [g(\theta, y_T)]$, com \hat{S}_T^{-1} a ser uma estimativa da matriz ponderada óptima, S^{-1} .

Para uma amostra de dados mensais entre 1959-1977, estimaram um β de 0,99 e um CRRA (γ) $\approx [0,35;0,99]$. Concluíram que o modelo é rejeitado de acordo com o OID test. Isto leva à rejeição do modelo standard (Campbell, 1997, também concluiu isso), e sugerem que um modelo viável deve ser baseado em diferentes tipos de preferências.

Stock & Wright (2000) aplicaram igualmente os métodos GMM tradicionais a modelos C-CAPM (standard C-CAPM e EZW) com base em dados mensais do mercado americano e concluíram igualmente pela inadequação dos modelos.

Yogo (2004) usou o GMM tradicional para estimar a EIS e chegaram a resultados pouco interessantes, com a estimativa de EIS a registar valores muito pequenos ou mesmo negativos, sugerindo um CRAR muito elevado.

Como referido, o GMM requiere muitas vezes um matriz ponderada não óptima, ou seja, $W_t \neq \hat{S}^{-1}$. Isto acontece porque não se pode usar $W_t \neq \hat{S}^{-1}$ para aferir erros de especificação e comparar modelos. Se usarmos a matriz óptima para estimar e comparar dois modelos, para o mesmo conjunto de returns, e concluirmos que as condições de OID não são rejeitadas para um deles, não se pode concluir que este é superior ao outro, pois a estatística J_T depende da matriz \hat{S} . O modelo pode parecer superior apenas porque o SDF e pricing errors são mais voláteis e não porque os pricing errors sejam menores e as equações de Euler menos violadas.

No âmbito do GMM são utilizados geralmente dois métodos, o denominado 2 steps GMM (EGMM) e o Iterated GMM. O primeiro inicia com um sub-óptimo (geralmente matriz I) da matriz ponderada W_t para dar uma estimativa (minimização da função critério) de θ e depois uma estimativa da matriz ponderada óptima. Depois a matriz óptima é usada num segundo passo para fornecer um estimador eficiente de θ . Hansen

(1982) aplicou este método ao modelo standard C-CAPM. No segundo método são feitas iterações entre a estimativa de θ e a matriz óptima até se obter convergência.

Hansen, Heaton & Yaron (1996) apontam que os dois métodos demonstram lacunas, pois têm distribuição para amostras finitas que podem ser distorcidas, levando a testes de hipótese e intervalos de confiança pouco fiáveis. Recomendam um método GMM alternativo – Continuous Updating Estimator (CUE).

Os dois métodos tradicionais tomam a matriz óptima como fixa em cada passo da estimação (quando se minimiza a função critério). A CUE altera a matriz à medida que θ muda com a minimização - $W_t(\theta)$.

Hansen, Heaton & Yaron (1996) investigam as propriedades do CUE e concluem que este estimador GMM é mais interessante para amostras finitas, pelo menos no contexto dos modelos C-CAPM, devendo assim ser este o método usado nas estimativas quando os tradicionais são deficientes.

As deficiências dos dois métodos tradicionais GMM estão relacionadas com o problema da weak identification.

Stock & Wright (2000) demonstraram muito bem esta questão e propuseram o CUE como alternativa de estimação mais consistente para os modelos C-CAPM, construindo

a partir de $T.Q_T^{CUE}$ os S confidence sets robustos à presença de weak identification.

Estes dois autores aplicaram esta metodologia e verificaram que as conventional confidence ellipses e os S sets diferem significativamente, para o modelo standard, Habit e EZW. Os S sets são geralmente maiores e implicam um CRAR muito maior (superior a 20), sendo inclusive em alguns casos nulos, ou seja, não há estimativas de parâmetros consistentes com as restrições de momento.

Yogo (2004) aplicou igualmente os S sets para estimar a EIS, de forma a mitigar o problema de weak identification.

Em resumo, os resultados das investigações empíricas com base em métodos robustos à presença de weak identification (geralmente diagnosticada quando existem diferenças substanciais entre S sets e conventional confidence sets e/ou diferenças substanciais nas estimativas obtidas por via de métodos assintoticamente similares como o 2 step e Iterated GMM) diferem significativamente das obtidas pelos métodos tradicionais ou

convencionais. Contudo, embora os modelos sejam rejeitados em menor grau, os confidence sets são maiores e consistentes com níveis de aversão ao risco muito elevados.

5.2.2. GEL

Considerando a ineficácia do método tradicional GMM face a amostras pequenas/finitas e weak identification, foram desenvolvidos outros métodos de estimação – nomeadamente os da família GEL (para uma visão alargada desta classe ver Kitamura, 2006).

O estimador GEL é:

$$\hat{\theta}_{GEL} = \arg \min_{\theta \in \mathfrak{R}^p} \sup_{\lambda \in \Delta_T} T^{-1} \sum_{t=1}^T \rho[\lambda' h_t(\theta)], \quad (38)$$

Temos ainda o estimador smoothed GEL, mais apropriado para séries temporais:

$$\hat{\theta}_{SGEL} = \arg \min_{\theta \in \mathfrak{R}^p} \sup_{\lambda \in \Delta_T} T^{-1} \sum_{t=1}^T \rho[\lambda' h_{tT}(\theta)], \quad (39)$$

$\rho(v)$ é uma função côncava, $\lambda \in \Delta_T(\theta)$ é um parâmetro vector $r \times 1$ e h_{tT} é uma média móvel centrada em h_t .

Newey e Smith (2004) mostraram que a classe de métodos GEL é mais eficiente em amostras finitas, pois elimina fontes de enviesamento do GMM. Nesta classe dois tipos de métodos devem ser considerados no âmbito desta investigação: Empirical Likelihood (EL) com $\rho(v) = \ln(1-v)$ e Exponential Tilting (ET) com $\rho(v) = -\exp(v)$.

Como referido na introdução ao capítulo, os métodos GMM, EL e ET são todos estimadores consistentes e com a mesma distribuição assintótica de primeira ordem, mas isso não permite distinguir qual o mais adequado para amostras finitas. Contudo, têm diferentes propriedades em termos de high order, ou seja, quando consideradas mais condições de momento. O EL apresenta, quando comparado com outros métodos,

menor enviesamento em modelos com número de condições de momento elevado, pois o enviesamento (high order) não aumenta com o número de condições de momento.

O EL apresenta assim neste âmbito as melhores propriedades, pois nos outros métodos (inclusive o ET), o enviesamento cresce sem limites com o aumento das condições de momento.

Aplicações neste âmbito concluem que os standard errors do EL são menores, nomeadamente que os do GMM, e que o enviesamento estimado no quadro do EL é negligenciável. O método GEL/EL, para modelos de condições de momento incondicional, apresenta propriedades para amostras finitas melhores que o tradicional GMM.

Martins & Gabriel (2009) aplicaram métodos de inferência de condições de momento da classe GEL, no âmbito de um modelo macroeconómico, aplicando ainda um processo robusto para o problema da weak identification.

Em concreto aplicaram o CUE, desenvolvendo conjuntos de confiança dos parâmetros robustos à identificação, baseados no procedimento para o CUE de Kleibergen e que tem como vantagens: ser válido perante weak identification, eficiente para condições de momento high order e com melhores propriedades para amostras finitas.

Como referido em Martins & Gabriel (2009), na verdade sendo o GEL mais eficiente, se existe weak identification os t-ratios podem não ser válidos e assim justifica-se o procedimento de Kleibergen (2005). Apontam assim a estatística K e $K^*=K+J$ para teste de estimação.

5.3. RESULTADOS OBTIDOS

De seguida apresentam-se os resultados das estimações pontuais efectuadas considerando os dois períodos amostrais e os 4 conjuntos diferentes de instrumentos utilizados, e por fim notas conclusivas e comparação com literatura.

Para o efeito pretendido neste capítulo, aplicaram-se os métodos GMM, nomeadamente o EGMM e CUE, tal como em Zhang (2006), e ainda os métodos EL e ET da família GEL, de forma a ser efectuada uma comparação dos resultados entre vários métodos de estimação.

Apresentam-se os resultados das estimativas pontuais com base em (30) – equação de Euler do modelo EZW conforme Zhang (2006).

As tabelas 4 a 7 descrevem os resultados e testes derivados da aplicação de dois estimadores GMM e dois estimadores GEL, para os dois períodos amostrais. Nestes resultados, λ e γ , em vez do CRAR (Coeficiente relativo de aversão ao risco) e da TMSI (Taxa marginal de substituição intertemporal) do consumo, são directamente estimados, visto integrarem os modelos enquanto parâmetros²⁵.

Tabela 4 – Estimativas do modelo com EGMM e CUE para a sub-amostra 1952-2001

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | J-stat (P-value) |
|--------------|--------|----------------|------------------|---------------|------------------|
| Zhang | EGMM | 0,988 (0,0003) | -13,715 (4,035) | 0,987 (0,022) | 9,066 (0,61) |
| | CUE | 0,989 (0,0002) | -17,828 (4,2888) | 0,980 (0,016) | 19,529 (0,052) |
| SW | EGMM | 0,989 (0,0002) | -18,408 (3,789) | 0,996 (0,016) | 9,013 (0,436) |
| | CUE | 0,989 (0,0003) | -22,067 (4,931) | 0,979 (0,017) | 20,985 (0,012) |
| Yogo | EGMM | 0,989 (0,0003) | -18,533 (7,362) | 0,985 (0,024) | 7,768 (0,353) |
| | CUE | 0,988 (0,005) | -17,824 (8,023) | 0,964 (0,037) | 12,860 (0,075) |
| CFL | EGMM | 0,989 (0,001) | -20,920 (3,783) | 0,974 (0,022) | 8,662 (0,277) |
| | CUE | 0,989 (0,001) | -10,946 (2,656) | 1,091 (0,044) | 11,413 (0,121) |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Os valores dos standard errors estão entre parênteses. Na última coluna da tabela encontra-se o valor da estatística J e do respectivo P-value entre parênteses. Todos os valores são estatisticamente significativos (t-ratio fora do intervalo entre -2 e 2).

No que respeita aos valores estimados para os parâmetros os resultados apresentam-se de acordo com valores considerados plausíveis na literatura, quer em termos dos dois métodos GMM, quer em termos dos vários conjuntos de instrumentos utilizados. No

²⁵ Os modelos permitem estimar directamente os dois parâmetros referidos. As fórmulas para o cálculo do CRAR e EIS, a partir destes, encontram-se descritas no ponto 3.3.4.

caso do CRAR, calculado a partir das fórmulas referidas no cap. 3.3.4, o seu valor, atendendo aos modelos estimados na Tabela 4 e estimativa mais baixa e elevada de λ (e correspondente γ), insere-se no intervalo entre 0,01 a 1,66.

Embora plausíveis, registam-se algumas diferenças entre estimativas de parâmetros consoante se aplique EGMM ou CUE, mais visível no caso dos instrumentos CFL, SW e Zhang.

Contudo, onde se detetam diferenças assinaláveis é nos níveis de significância estatística dos modelos, para cada conjunto de instrumentos, e consoante o método EGMM ou CUE que é utilizado. Na verdade, nos 4 casos a estimação pelo método EGMM tem níveis de significância acima de 10%, sendo que no caso do CUE apenas um dos casos tem significância acima de 10% e no caso dos instrumentos de SW só mesmo a 1%.

Estas diferenças entre os dois métodos (assimptoticamente similares) pode ser um sinal de weak identification.

Quanto ao parâmetro de interesse γ verifica-se um valor estimado em torno de 1, com preponderância de valores entre 0,96 a 0,99, o que se encontra dentro do aceitável.

Tabela 5 – Estimativas do modelo com EL e ET para a sub-amostra 1952-2001

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | LR0 e LR (P-value) |
|--------------|--------|----------------|------------------|---------------|--------------------|
| Zhang | EL | 0,988 (0,0001) | -9,183 (3,932) | 0,902 (0,051) | 12,214 (0,011) |
| | ET | 0,989 (0,0006) | -17,199 (3,073) | 0,966 (0,013) | 16,983 (0,108) |
| SW | EL | 0,989 (0,0001) | -28,003 (4,024) | 0,978 (0,011) | 12,027 (0,004) |
| | ET | 0,989 (0,0001) | -62,165 (32,362) | 0,821 (0,096) | 18,658 (0,028) |
| Yogo | EL | 0,989 (0,0003) | -19,025 (7,115) | 0,950 (0,021) | 8,386 (0,019) |
| | ET | 0,989 (0,0005) | -22,388 (6,442) | 0,964 (0,015) | 9,107 (0,245) |
| CFL | EL | 0,989 (0,0005) | -10,075 (4,245) | 1,089 (0,061) | 7,895 (0,027) |
| | ET | 0,988 (0,0001) | -27,366 (12,807) | 0,825 (0,094) | 20,323 (0,005) |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Os valores dos standard errors estão entre parênteses. Na última coluna da tabela encontra-se o valor da estatística de teste LR0 e LR e ainda o respectivo P-value entre parenteses, conforme teste de qui-quadrado. Todos os valores são estatisticamente significativos (t-ratio fora do intervalo entre -2 e 2).

Considerando a aplicação do GEL, nomeadamente o EL e ET, e tal como no caso da aplicação EGMM e CUE, os valores estimados para os parâmetros encontram-se na linha do preconizado na literatura como aceitável, para os dois métodos e para os vários conjuntos de instrumentos utilizados. O CRAR, seguindo os valores estimados na Tabela 5 e estimativa mais baixa e elevada de λ (e correspondente γ), está no intervalo entre 1,91 e 12,12.

Situando-se dentro dos valores considerados aceitáveis, registam-se, contudo, algumas diferenças entre estimativas de parâmetros consoante se aplique EL ou ET, mais visível no caso dos instrumentos CFL, SW e Zhang.

Onde se detectam diferenças assinaláveis é nos níveis de significância estatística dos modelos, para cada conjunto de instrumentos, e consoante o método GEL que é utilizado. Embora retendo que a estimação com EL revela P-values tradicionalmente baixos, em 3 dos casos pelo método ET os modelos revelam-se estatisticamente significativos, e no caso dos instrumentos Zhang e Yogo verifica-se mesmo uma significância acima de 10%.

Quanto ao parâmetro γ verifica-se um valor estimado em torno de 1, com preponderância de valores entre 0,82 e 0,97, também dentro do plausível, tal como atrás nas estimações GMM.

Comparando os métodos GMM e GEL para a sub-amostra, podemos concluir que os métodos EL e ET confirmam, em geral, as conclusões quanto à estimação dos modelos e parâmetros, mas sendo estes métodos mais robustos e apresentando melhores propriedades em amostras finitas. Apesar dos P-values obtidos com GMM serem tendencialmente maiores, as propriedades dos estimadores EL e ET devem ser relevadas quando comparados, mesmo que apresentem p-values menores.

Tabela 6 – Estimativas do modelo com EGMM e CUE para a amostra 1952-2013

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | J-stat/P-value |
|--------------|--------|----------------|-------------------|-----------------|----------------|
| Zhang | EGMM | 0,989 (0,0002) | -21,906 (5,045) | 1,018 (0,011) | 12,092 (0,356) |
| | CUE | 0,989 (0,0001) | -25,003 (4,889) | 1,013 (0,008) | 27,697 (0,003) |
| SW | EGMM | 0,986 (0,035) | -140,828 (16,37)* | 1,955 (11,047)* | 0,001 (1,000) |
| | CUE | 0,989 (0,0001) | -29,505 (5,202) | 1,017 | 24,302 (0,003) |
| Yogo | EGMM | 0,989 (0,0001) | -38,889 (11,211) | 1,006 | 3,851 (0,796) |
| | CUE | 0,989 (0,0001) | -34,010 (7,762) | 1,016 | 8,285 (0,308) |
| CFL | EGMM | 0,989 (0,0003) | -8,562 (4,486) | 1,282 | 9,370 (0,227) |
| | CUE | 0,989 (0,0001) | -12,864 (1,758) | 1,061 | 14,265 (0,046) |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Os valores dos standard errors estão entre parênteses. Na última coluna da tabela encontra-se o valor da estatística J e do respectivo P-value entre parênteses. Todos os valores são estatisticamente significativos (t-ratio fora do intervalo entre -2 e 2), excepto os assinalados com * – revelam problemas na estimação.

Considerando o período amostral global, e no que respeita aos valores estimados para os parâmetros os resultados apresentam algumas divergências. No caso da utilização dos instrumentos de Zhang, os valores calculados para CRAR são plausíveis - entre 0 e 10 conforme preconizado por Mehra e Prescott (1985), mas o modelo não é

estatisticamente significativo no caso do método CUE. No caso de SW e CFL as estimativas também apresentam problemas, dando inclusive origem a valores negativos para o CRAR no caso do EGMM e CUE, respectivamente. Assim, considerando o período 1952 a 2013, o modelo que se adequa melhor é o que utiliza os instrumentos Zhang com método estimação EGMM, e os dois modelos com instrumentos de Yogo. Nestes três casos foi possível encontrar valores para o CRAR dentro do esperado, entre 0 e 1.

Em termos de níveis de significância estatística dos modelos consoante o método EGMM ou CUE que é utilizado, não é possível concluir qual o melhor.

O γ estimado é ainda em torno de 1 mas aqui sempre superior à unidade, com dois valores menos interessantes, acima de 1,2.

Tabela 7 – Estimativas do modelo com EL e ET para a amostra 1952-2013

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | LR0 e LR/P-value |
|--------------|--------|----------------|-----------------|---------------|------------------|
| Zhang | EL | 0,990 (0,0002) | -44,293 (6,669) | 1,031 (0,005) | 14,522 (0,002) |
| | ET | 0,990 (0,0002) | -41,468 (6,161) | 1,030 (0,005) | 17,125 (0,104) |
| SW | EL | - | - | - | - |
| | ET | - | - | - | - |
| Yogo | EL | 0,990 (0,0007) | -33,812 (9,579) | 1,015 (0,008) | 7,571 (0,034) |
| | ET | 0,99 (0,0007) | -33,080 (9,469) | 1,014 (0,009) | 3,017 (0,883) |
| CFL | EL | 0,989 (0,0007) | -12,911 (2,558) | 1,066 (0,020) | 10,154 (0,005) |
| | ET | 0,989 (0,0007) | -11,942 (2,516) | 1,073 (0,023) | 9,410 (0,225) |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Os valores dos standard errors estão entre parênteses. Na última coluna da tabela encontra-se o valor da estatística de teste LR0 e LR e ainda o respectivo P-value entre parenteses, conforme teste de qui-quadrado. No caso dos instrumentos SW regista-se não convergência. Todos os valores estimados são estatisticamente significativos (t-ratio fora do intervalo entre -2 e 2).

Aplicando o EL e ET à amostra global, registou-se a não convergência na estimação no caso dos instrumentos SW, ou seja, não foi possível otimizar a função objectivo do estimador.

À luz dos valores estimados para os parâmetros conclui-se ainda que no caso dos instrumentos Zhang se verificam resultados negativos para o CRAR.

Para os modelos que utilizam os instrumentos de Yogo e CFL (estimados pelo EL e ET), o CRAR calculado insere-se no intervalo entre 0,5 e 3.

Contudo, os níveis de significância estatística destes 4 modelos diferem. No caso do modelo que utiliza instrumentos de Yogo verifica-se a validade estatística embora no método EL apenas a 1%. No caso CFL o modelo estimado com método EL não é

significativo a 1%. Com o método ET ambos os casos têm níveis de significância acima de 10%. O γ estimado está no intervalo entre 0,9 e 1,07, ou seja, dentro do esperado.

Comparando os métodos GMM e GEL para a amostra global, podemos concluir que os métodos EL e ET confirmam, em geral, as conclusões quanto à estimação dos modelos e parâmetros com EGMM e CUE, ou seja, no caso das estimações com instrumentos SW não se registam resultados aceitáveis, no caso da utilização dos instrumentos de Yogo confirma-se a validade estatística e os valores aceitáveis para os parâmetros com qualquer método.

Como referido em Martins e Gabriel (2009), deve-se atender nesta análise (quer para a sub-amostra atrás analisada, quer para a amostra global) que os métodos do tipo GEL são mais robustos e apresentam melhores propriedades no caso de amostras finitas, mesmo que tenham p-values mais baixos²⁶.

Uma outra dimensão que importa avaliar é a comparação entre estimações para os dois períodos amostrais. Nesse sentido, no caso da estimação GMM verifica-se em 6 dos 8 casos, um valor do parâmetro λ maior quando se considera a amostra até 2013. Na estimação pelo CUE isso é mesmo comum a todos os 4 modelos com diferentes instrumentos e no EGMM verifica-se para a estimação com instrumentos Zhang e Yogo.

Considerando a aplicação do GEL, também se confirma esta tendência, com maiores valores para o parâmetro λ estimado em 5 dos 6 casos possíveis de comparar. Lembre-se que o valor 12 calculado para o CRAR, com os instrumentos SW para a sub-amostra, não é aqui considerado para esta conclusão, pois a estimação para a amostra global não converge e assim não há termo de comparação.

Esta situação sugere que os anos após 2001 e até 2013 evidenciam uma maior aversão ao risco dos agentes representativos, reflectindo tendencialmente maiores CRAR. O mesmo acontece para a EIS, que evidencia valores maiores para a amostra global.

²⁶ Estes dois autores referem no seu artigo as vantagens na utilização do GEL por contraponto ao GMM. Em primeiro lugar, a utilização do GMM pode levar a divergir das propriedades da distribuição para pequenas amostras (Hansen, Heaton e Yaron, 1996). Num segundo argumento é referida a vantagem da estimação com GEL ser indiferente às condições de momento, permitindo focar nas especificações económicas em vez da implementação econométrica. Por último, referem que o GEL possui propriedades superiores para amostras finitas e grandes, sendo mais eficiente que o GMM (Anatolyev, 2005).

5.4. CONCLUSÕES E COMPARAÇÃO COM LITERATURA

Concluindo, neste ponto procedeu-se às estimações pontuais do modelo EZW com recurso aos métodos EGMM, CUE, EL e ET, e com base em 4 conjuntos diferentes de instrumentos referenciados na literatura, tendo-se obtido, na generalidade dos casos, restrições estatisticamente válidas.

Os valores de parâmetros obtidos com o modelo EZW apresentam-se também dentro do considerado teoricamente plausível, nomeadamente o CRAR, contribuindo com mais um passo para iluminar o problema dos puzzles EPP e RFRP.

Em resumo apresenta-se a seguinte tabela que compara, grosso modo, valores estimados dos parâmetros neste trabalho com outras referências na literatura.

Tabela 8 – Comparação com estimativas da literatura

| | Valores estimados neste trabalho | | | | Outras referências na literatura | | | |
|---------|----------------------------------|----------|-------------------|-----------|----------------------------------|-----------|-------------------|------------|
| | Sub-amostra 1952-2001 | | Amostra 1952-2013 | | Zhang (2006) | SW (2000) | Yogo (2004) | CFL (2013) |
| | EGMM/CUE | EL/ET | EGMM/CUE | EL/ET | | | | |
| β | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98-0,99 | 0,98 | 0,99 | - | 0,99 |
| CRAR | 0-1,6 | 1,9-12 | 0-1 | 0,5-3 | 3-63 | 30-60 | 2-... | 17-60 |
| EIS | 0,96-0,99 | 0,8-0,97 | >-1 | 0,9-1,07 | 0,96 | 0,4-1 | 0-0,5 (US<0,2) | >1 |

Nota: os valores referidos de CRAR derivados das estimações neste trabalho não são intervalos, mas sim mínimos e máximos estimados para os parâmetros, consoante a amostra e método GMM ou GEL.

Como se pode ver as estimações pontuais para o CRAR obtidas neste trabalho andam abaixo de 10, valor teórico máximo referido na literatura como plausível. Apenas num dos casos ultrapassa este limiar, com valor de 12. Estes valores comparam com Zhang (2006) e Yogo (2004), e as da EIS em torno de 1, em geral abaixo.

Observa-se ainda que as estimativas de λ e γ variam com a utilização da amostra integral/atualizada, ou seja, no caso da amostra até 2013 o CRAR revela-se maior, tal como a EIS, o que além da interpretação económica inerente (maior aversão ao risco e maior tendência para preferir consumo futuro ao presente, ou seja, maior poupança, induzidas pelos dados referentes ao período de 2001-2013), sugere um eventual problema de identificação ou instabilidade estrutural dos parâmetros.

Importa ainda aqui referir a introdução de inovações nas estimações: uma estimativa do portfólio riqueza ou portfólio óptimo, crítico no modelo EZW, que atende à crítica de Roll e que permitiu não ser usada a proxy de mercado nas estimações – seguindo Zhang (2006), bem como a estimação com recurso a métodos GEL.

A observação dos resultados sugere que, quer a utilização do portfolio óptimo estimado conforme Zhang, quer a utilização de métodos GEL, vêm, no primeiro caso, reforçar a validação do modelo como explicação para os puzzles e no segundo confirmar com métodos mais robustos, os resultados anteriores com o GMM.

Contudo, seguindo o evidenciado na literatura (p.ex. SW, 2000 e Zhang, 2005) e as suspeitas levantadas na análise dos modelos aqui estimados com diferentes métodos e instrumentos, manifesta-se o problema de weak identification nos parâmetros estimados, e assim justifica-se proceder a estimações complementares com procedimentos do tipo S sets aplicados por SW (2000) e ainda introduzir como inovação a estatística de teste de Kleibergen (2005) para comparar os dois procedimentos ao nível dos confidence sets construídos, sendo o último considerado com melhores propriedades. Esta análise é feita no próximo capítulo.

6. ESTIMAÇÃO DO MODELO EPSTEIN-ZIN-WEIL: ESTIMATIVAS POR INTERVALO COMPARANDO OS S SETS COM OS DE KLEIBERGEN

6.1. OBJECTIVOS E INOVAÇÃO

Neste capítulo pretende-se verificar se no âmbito do modelo recursivo do tipo EZW, com introdução de métodos alternativos que consideram a existência de weak identification - teste de Kleibergen (2005) e respectivo confidence set para os parâmetros - e com o cálculo dos retornos da variável riqueza/portfolio óptimo (conforme Zhang, 2006), se explicam melhor o EPP e RFRP.

A inovação reside na aplicação de uma estatística de teste, que apresenta melhores propriedades (Kleibergen, 2005), comparando com a metodologia dos S confidence sets de SW (usada por Zhang) e os conventional ellipse sets do GMM.

Desta forma, avaliar-se-á se será possível confirmarem-se os resultados do capítulo anterior, com métodos mais robustos de estimação por intervalos, adequados na presença de weak identification.

Para efeitos de análise e com base no range admissível para os parâmetros e incrementos referidos na tabela 9, construíram-se os intervalos/conjuntos de confiança robustos para os parâmetros do modelo – S e K sets. Portanto, tal como em Zhang, assume-se que β está bem identificado e que o range cobre a região admissível para os parâmetros.

Tabela 9 – Range dos valores dos parâmetros e incrementos na análise S set e K set

| | λ | γ |
|-------------------|------------|-----------------|
| Range | (-150 , 2) | (0,401 , 2,521) |
| Incremento | 0,75 | 0,04 |

No range de λ inclui-se o caso em que é igual a 1 (modelo C-CAPM/CRRA) e igual a 0 (CAPM), sendo o CRAR e a EIS calculados a partir dos parâmetros indicados.

6.2. MÉTODO ECONOMETRICO – ESTATÍSTICA DE KLEIBERGEN

Considerando a presença de weak identification, procedeu-se à utilização do método aplicado por SW e Zhang (S sets), mas utilizando a estatística K de Kleibergen (2005) - inovador na literatura.

Seguindo aqui de perto Gabriel & Martins (2010), que utilizam a estatística de Kleinbergen (2005) no seu trabalho, retém-se que este autor propôs uma nova estatística de teste, após verificar que algumas limitações inerentes às distribuições utilizadas no âmbito do GMM, como o fenómeno de weak identification, derivado da fraca correlação entre os instrumentos e as variáveis endógenas do modelo, ou mais formalmente, a matriz Jacobiana das condições de primeira ordem do GMM não ter “full rank” (ver Kleibergen, 2005, para uma descrição aprofundada neste âmbito), condicionando a análise da relevância estatística dos modelos.

SW (2000) derivaram a estatística de teste S para resolver esta questão, construindo S sets robustos por inversão de S, fazendo uma procura na grid sobre os parâmetros possíveis, e selecionando os valores dos parâmetros para os quais a hipótese nula $\theta = \theta_0$, Fixo (da grid), não é rejeitada a um dado nível de significância.

$$S(\theta_0) = T^{-1} \hat{g}_T(\theta_0)' \hat{\Omega}(\theta_0)^{-1} \hat{g}_T(\theta_0) \quad (40)$$

Kleibergen, derivou uma estatística de teste diferente, a partir do CUE, que denominou de K, e que permite manter a usual distribuição assintótica de qui-quadrado num conjunto mais vasto de situações, como no caso da weak identification. K tem uma distribuição de qui-quadrado que depende apenas do número de parâmetros (a), enquanto na S dependia do número de condições de momento (r),

$$K(\theta_0) = T^{-1} \hat{g}_T(\theta_0)' \hat{\Omega}(\theta_0)^{-1} \hat{D}(\theta_0) \left[\hat{D}(\theta_0)' \hat{\Omega}(\theta_0)^{-1} \hat{D}(\theta_0) \right]^{-1} \hat{D}(\theta_0)' \hat{\Omega}(\theta_0)^{-1} \hat{g}_T(\theta_0) \quad (41)$$

Com distribuição de $\chi^2(a)$ dependente apenas do número de parâmetros.

Esta é portanto a vantagem de K relativamente a S: não depende da dimensão do modelo (k), mas apenas do número de parâmetros. Note-se que os 4 conjuntos de instrumentos (Zhang, SW, Yogo e CFL), têm diferente número de instrumentos.

Para aumentar o poder estatístico de K, o autor recomenda combinar K com a estatística J, com distribuição $\chi^2(r - a)$. A estatística S de SW(2000) é igual à soma de K com J.

Para obter conjuntos de confiança para os parâmetros de interesse (λ, γ) , procede-se à construção de uma grid com diferentes valores possíveis dos parâmetros, calculando a J e K para cada diferente par de valores dos parâmetros. Para tal, admite-se um valor fixo para β , ou então é estimado o β do modelo para cada par (λ, γ) , isto é, $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$.

Para o nível requerido, o conjunto de confiança incluirá todos os parâmetros da grid tal que não se rejeita H_0 .

Kleibergen (2005, pg 1118) apresenta uma aplicação empírica dos seus desenvolvimentos teóricos quanto à estatística de teste K e K-J²⁷, construindo conjuntos de confiança assintóticos para o parâmetro de aversão ao risco do modelo CRRA, baseada em dados anuais para o mercado americano, usados também por SW (2000). Conclui que os conjuntos de confiança a 95% resultantes da S e da J-K são mais reduzidos que os resultantes da K, demonstrando assim que esta é robusta à weak identification.

²⁷ Kleibergen utiliza outras estatísticas de teste além das referidas, como p.ex. a tradicional J-test para GMM, mas para este efeito não serão abordadas.

6.3. RESULTADOS OBTIDOS

De seguida apresentam-se os resultados considerando os dois períodos amostrais e os 4 conjuntos diferentes de instrumentos utilizados, e por fim notas conclusivas e comparação com literatura.

As tabelas seguintes descrevem os resultados derivados da aplicação dos métodos robustos face à weak identification (SW e Kleibergen)²⁸, para os dois períodos amostrais. Nestes resultados, λ e γ , em vez do CRAR e TMSI, são directamente estimados.

Os valores apresentados, referem-se aos p-values máximos obtidos para os testes S e K. De entre todos os valores da grid, os valores de λ e γ correspondem a esses mesmos p-values máximos, referente à sub-amostra 1952 a 2001.

Tabela 10 – Estimativas do modelo com S sets para a sub-amostra 1952-2001

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | S-stat/P-value |
|--------------|---|---------|-----------|----------|----------------|
| Zhang | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -18,000 | 0,961 | 0,376 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -18,000 | 0,961 | 0,376 |
| SW | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -147,000 | 0,881 | 0,302 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -150,000 | 0,401 | 0,269 |
| Yogo | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -18,000 | 0,961 | 0,449 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -5,250 | 0,841 | 0,229 |
| CFL | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -12,000 | 1,081 | 0,311 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -150,000 | 0,401 | 0,053 |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Na última coluna da tabela encontra-se o P-value, conforme teste de qui-quadrado.

²⁸ Não foram realizados testes de weak identification conforme SWY (2002), mas derivado da evidência empírica assume-se que exista, e assim utiliza-se o método Kleibergen que, de qualquer forma, é válido mesmo sem weak identification.

Tabela 11 – Estimativas do modelo com teste de Kleibergen para a sub-amostra 1952-2001

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | K-stat/P-value |
|--------------|---|---------|-----------|----------|----------------|
| Zhang | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,988 | -8,250 | 0,921 | 0,652 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -10,500 | 0,961 | 0,491 |
| SW | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -30,75 | 0,961 | 0,677 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -33,000 | 0,481 | 0,391 |
| Yogo | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,988 | -15,000 | 0,961 | 0,402 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -5,250 | 0,841 | 0,390 |
| CFL | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,988 | -10,500 | 0,921 | 0,361 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -39,000 | 0,401 | 0,715 |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Na última coluna da tabela encontra-se o P-value, conforme teste de qui-quadrado.

Como se pode observar, os parâmetros λ e γ estimados associados a p-values máximos apresentam discrepâncias. Se atendermos aos valores plausíveis apontados para os parâmetros, no caso do teste S, as estimações com base nos instrumentos Zhang e Yogo revelam-se as mais interessantes. No caso do teste K todos os instrumentos usados apresentam resultados aceitáveis para os parâmetros de interesse.

Por outro prisma, as estimações conjuntas dos 3 parâmetros, comparando com as estimações com β fixo, apresentam, em geral, resultados que levam a concluir no mesmo sentido, quer para a estatística S, quer para a K, e assim a análise será apenas focada no caso das estimações conjuntas.

A utilização da estatística de teste K, que conforme Kleibergen (2005) demonstrou, apresenta melhores propriedades do que a S, permite, assim, suportar os resultados aqui obtidos (tal como no caso da amostra integral), com base em métodos mais robustos de estimação por intervalos, perante a presença de weak identification.

Apresentam-se agora os resultados para o período integral da amostra.

Tabela 12 – Estimativas do modelo com S sets para a amostra 1952-2013

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | S-stat/P-value |
|--------------|---|---------|-----------|----------|----------------|
| Zhang | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,990 | -75,000 | 1,041 | 0,071 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -150,000 | 0,401 | 0,034 |
| SW | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,987 | -150,000 | 0,401 | 0,083 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -150,000 | 0,401 | 0,163 |
| Yogo | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -27,000 | 1,001 | 0,653 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -6,000 | 0,801 | 0,139 |
| CFL | S set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -12,000 | 1,081 | 0,209 |
| | S set com β fixo | 0,986 | -154,750 | 0,401 | 0,007 |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Na última coluna da tabela encontra-se o P-value, conforme teste de qui-quadrado.

Tabela 13 – Estimativas do modelo com teste de Kleibergen para a amostra 1952-2013

| Instrumentos | Método | β | λ | γ | K-stat/P-value |
|--------------|---|---------|-----------|----------|----------------|
| Zhang | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,982 | -1,500 | 0,961 | 0,158 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -4,500 | 0,881 | 0,083 |
| SW | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -45,000 | 0,961 | 0,106 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -110,250 | 0,401 | 0,123 |
| Yogo | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -27,000 | 1,001 | 0,269 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -12,000 | 0,601 | 0,022 |
| CFL | K set para $\hat{\beta}(\lambda, \gamma)$ | 0,989 | -27,000 | 0,921 | 0,152 |
| | K set com β fixo | 0,986 | -12,750 | 0,481 | 0,061 |

Notas: A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Na última coluna da tabela encontra-se o P-value, conforme teste de qui-quadrado.

No caso da amostra integral, revela-se que as estimativas dos parâmetros associadas a p-values máximos são interessantes, face ao estipulado como aceitável na literatura, nos

casos da utilização dos instrumentos de Yogo (para estatística S e K), Zhang (neste caso apenas para a estatística K), e ainda com os instrumentos CFL, igualmente para a estatística K e S na estimação conjunta. No caso dos instrumentos de SW as estimativas referentes à K encontram-se ainda dentro de valores aceitáveis – nomeadamente na estimação conjunta dos 3 parâmetros - mas já perto do limiar considerado plausível na teoria para o nível de aversão ao risco. No caso da S os valores estimados com instrumentos SW não são aceitáveis.

Os intervalos de confiança para as estatísticas S e K, basearam-se num nível de 95%, onde, seguindo a recomendação de Kleibergen, a combinação K-J é feita a 4% e 1%, respectivamente.

As tabelas seguintes apresentam os resultados da análise dos S e K sets para os vários instrumentos e as duas amostras. Os intervalos descrevem os limites de cada set construído usando o espaço de parâmetros definido.

Tabela 14 – Estimativas por intervalo dos S e K sets para a sub-amostra 1952-2001

| Instrumentos | Set | λ | γ | CRAR | EIS |
|--------------|-----|--------------|---------------|----------------|---------------|
| Zhang | S | (-150;-3) | (0,401;1,001) | (0,997;90,85) | (0,997;2,493) |
| | K | (-150;-2,25) | (0,401;1,201) | (0,547;90,85) | (0,832;2,493) |
| SW | S | (-150;-6,75) | (0,401;0,961) | (1,263;90,85) | (1,040;2,493) |
| | K | (-150;-10,5) | (0,401;1,201) | (-1,110;74,67) | (0,832;2,493) |
| Yogo | S | (-150;-1,5) | (0,401;1,101) | (0,998;71,08) | (0,999;2,493) |
| | K | (-150;-5,25) | (0,401;1,081) | (0,574;69,28) | (0,925;2,493) |
| CFL | S | (-150;-6) | (0,401;1,610) | (-2,660;90,85) | (0,621;2,493) |
| | K | (-150;-2,25) | (0,401;1,121) | (0,727;90,85) | (0,892;2,493) |

Notas: A tabela representa o range de cada parâmetro para os S set e K set e os ranges do respectivos CRAR e EIS.

Não se verificam diferenças significativas entre os intervalos (âmplos) construídos com a estatística S e K, e o mesmo no que respeita aos diferentes instrumentos. Os valores dos parâmetros considerados plausíveis encontram-se sempre no interior dos conjuntos apresentados. Ou seja, o modelo EZW aqui estimado com os 4 conjuntos de instrumentos, apresenta intervalos que incluem no seu interior valores aceitáveis para o CRAR e EIS.

Tabela 15 – Estimativas por intervalo dos S e K sets para a amostra 1952-2013

| Instrumentos | Set | λ | γ | CRAR | EIS |
|--------------|-----|---------------|---------------|----------------|---------------|
| Zhang | S | (-75;-24) | (1,001;1,041) | (0,016;0,925) | (0,960;0,999) |
| | K | (-150;-1,5) | (0,881;1,201) | (0,698;18,85) | (0,832;1,135) |
| SW | S | (-150;-122,5) | (0,401;0,561) | (54,77;90,85) | (1,782;2,493) |
| | K | (-150;-6,75) | (0,401;1,241) | (-0,626;90,85) | (0,805;2,493) |
| Yogo | S | (-126;-5,25) | (0,401;1,121) | (0,364;76,47) | (0,892;2,493) |
| | K | (-21;-3) | (0,881;1,241) | (0,277;3,499) | (0,805;1,135) |
| CFL | S | (-15;-8,25) | (1,041;1,081) | (0,331;0,385) | (0,925;0,960) |
| | K | (-150;-1,5) | (0,881;1,081) | (0,878;18,85) | (0,925;1,135) |

Notas: A tabela representa o range de cada parâmetro para os S set e K set e os ranges do respectivos CRAR e EIS.

No caso da amostra integral, a amplitude dos intervalos é em geral menor, chegando nos casos de instrumentos de Zhang, Yogo e CFL a ser já muito afinada, de acordo com resultados do CRAR e EIS indiciados pela estatística de Kleibergen.

Tal como no caso da amostra parcial, todos os intervalos contêm os valores plausíveis para os parâmetros de interesse, excepto com instrumentos de SW para a estatística S.

Os resultados com a aplicação da estatística de teste K confirmam as conclusões dos S sets aqui estimados (bem como os resultados obtidos em Zhang, 2006), mas como esta tem melhores propriedades, como explicitado no capítulo dos métodos e evidenciado em Martins & Gabriel (2009), conclui-se de forma mais robusta que o modelo é válido e responde bem ao problema dos puzzles, considerando ainda a crítica de Roll – portfolio da riqueza estimado e não usado o portfólio de mercado como proxy - e considerando a existência de weak identification.

Da análise às tabelas acima realça-se ainda que não há sets nulos. Isto significa que o modelo EZW não é rejeitado como válido para explicar a evolução dos preços dos activos em nenhum dos casos.

6.4. CONCLUSÕES E COMPARAÇÃO COM LITERATURA

Concluindo, como em nenhum caso dos sets o λ é 1, sugere que o modelo standard C-CAPM/CRRA é rejeitado em prol do EZW. Os β 's, não apresentados nas tabelas, variam no máximo entre 0,986 e 0,991, ou seja, sugere ainda que o EZW é rejeitado para β acima de 1. Os ranges de λ e γ são assim muito maiores que β , reflectindo a weak identification destes dois parâmetros. Face à amplitude dos parâmetros, o CRAR e a EIS também variam bastante conforme apresentado.

Se nos detivermos nos resultados de Zhang (2006) com recurso aos S sets, evidencia-se que os S e K sets aqui calculados para a sub-amostra (mais directamente comparável a Zhang) se apresentam, em geral, muito próximos, com o CRAR a situar-se entre 0 e 90. Considerando os resultados, a estimação do EZW com o conjunto de instrumentos de Yogo (inclui 2 lags nas variáveis do conjunto, a saber T-bills, inflação, crescimento do consumo e o ratio dividendos/preço), e instrumentos de Zhang e CFL em menor escala, revelam-se como as mais interessantes, com valores de CRAR e EIS aceitáveis.

A estimação com instrumentos SW, tal como no caso pontual, revela-se na estimação por intervalos também a menos interessante.

7. ESTIMAÇÃO DO MODELO EPSTEIN-ZIN-WEIL COM RESTRIÇÕES DE MOMENTO CONDICIONAIS

7.1. OBJECTIVOS E INOVAÇÃO

Neste capítulo pretende-se verificar se o modelo recursivo do tipo EZW, com a introdução de métodos de estimação alternativos que consideram procedimentos recentes de restrições de momento condicionais - o Local GMM de Gospodinov & Otsu (2012) e o método de Dominguez & Lobato (2004) - e ainda o cálculo dos retornos da variável riqueza/portfolio óptimo conforme Zhang (2006), explica melhor a evolução dos activos e o EPP e RFRP.

A inovação em relação ao capítulo 5 e 6 reside na aplicação de métodos alternativos que consideram as condições de momento condicionais originais - vide (31) e (34) - na estimação, por contraponto aos métodos tradicionais que consideram restrições de momento não condicionais – vide (31) e (37).

Esta abordagem é considerada mais eficiente, pois não há perda de informação na estimação, aquando da transformação do modelo condicional num correspondente não condicional, sendo usada toda a informação contida no modelo. Acresce ainda que a estimação tradicional, baseada na selecção de algumas condições ortogonais, não garante necessariamente a identificação global dos parâmetros de interesse.

Daquilo que se conhece, não existem aplicações destes dois métodos de estimação condicional na literatura de avaliação de activos²⁹. Procura-se, desta forma, um contributo adicional neste campo, com base na estimação do modelo recursivo EZW.

²⁹ Os modelos de avaliação de activos são definidos com base em restrições de momento condicionais, mas nas estimações utilizam-se métodos tradicionais como o GMM - como em Hansen e Singleton (1982,1996), SW (2000), Yogo (2004) e Zhang (2006) - que no momento da estimação automaticamente passam as restrições de momento para não condicionais. Logo estas duas abordagens, Local GMM e DL (2004), aqui introduzidas, são mais eficazes pois mantêm as restrições de momento condicionais originais dos modelos, na estimação dos respectivos parâmetros.

7.2. MÉTODOS ECONOMÉTRICOS UTILIZADOS

A explicitação dos métodos utilizados neste capítulo, segue de perto a obra de Anatolyev & Gospodinov (2011) no que concerne à estimação de modelos definidos por restrições de momento condicionais.

Os modelos dinâmicos baseados na otimização do comportamento dos agentes económicos, como é o caso dos modelos C-CAPM, conduzem a condições ortogonais que podem ser exploradas através do GMM. Contudo, como referido ao longo deste trabalho, vários autores, como SW (2000), SWY (2002) e Zhang (2006), têm levantado questões acerca da aplicação do GMM a este tipo de modelos, nomeadamente no que concerne ao problema da *weak identification*, e aplicaram métodos robustos nas estimações, sugerindo os resultados a existência deste fenómeno.

Relacionado com este problema, deve-se atender a uma questão mais premente quando se pretende proceder à estimação empírica de modelos dinâmicos de expectativas racionais, como é o caso dos modelos do tipo C-CAPM e, neste caso, do EZW em particular.

Apesar dos modelos serem definidos em termos de restrições de momento condicionais, quando da estimação pelos métodos tradicionais as restrições de momento são não condicionais, e obrigatoriamente em número inferior (perda de eficiência/informação) às que podem ser criadas aquando da transformação condicional em não condicional.

No processo de estimação não condicional, apenas algumas das restrições de momento são consideradas, o que pode comprometer a identificação global do modelo, pois as restrições usadas podem não ser iguais às restrições de momento condicionais do modelo.

O GMM de Hansen & Singleton (1982) ultrapassa este problema assumindo que as restrições de momento não condicionais permitem a identificação dos parâmetros.

Além da questão da eficiência, DL (2004) afirmam, assim, que nos casos de modelos condicionais onde se aplicam estimações não condicionais, pode originar inconsistência do estimador, por exemplo por via da *weak identification*.

Contudo, para DL (2004) este método tem inconsistências pois só utiliza um número finito de momentos, ao contrário do método desenvolvido por estes autores que permite procedimentos estatísticos consistentes pois utiliza um número infinito de momentos,

que caracterizam os modelos baseados em restrições de momento condicionais, sendo ainda um método também aplicado no contexto de séries temporais.

Como consequência, tem-se assistido a desenvolvimentos de estimadores que sejam consistentes e assintoticamente eficientes, para estimação de modelos com momentos condicionais, como os modelos baseados em expectativas racionais não lineares³⁰.

Assim, neste capítulo aplicam-se métodos que permitem, por um lado, obter estimativas dos parâmetros directamente baseadas nas restrições de momento condicionais do modelo - o denominado método Local GMM - e por outro lado, que explicitamente estimam a matriz de instrumentos óptimos para um número finito ou um continuum de condições de momento - o método de Dominguez e Lobato (2004). Tentou-se ainda aplicar o método desenvolvido por Kitamura, Tripathi e Ahn (2004), mas a função de optimização não converge, facto a que não será alheio o modelo ser acentuadamente não linear.

O estimador Local GMM, consistente e assintoticamente normal, opera directamente nas restrições de momento condicionais implicadas pela teoria, e alcança a eficiência pela estimação implícita do conjunto óptimo de instrumentos. Pode ser considerado uma versão localizada do GMM. A função objectivo é definida do seguinte modo:

$$\hat{\theta}_{LGMM} = \arg \min_{\theta \in \Theta} \sum_{t=1}^T I_{tT} u_T(x_t, \theta) V_T(x_t, \theta)^{-1} u_T(x_t, \theta) \quad (42)$$

Onde I_{tT} é um trimming term para gerir alguns problemas de enviesamento do estimador. O estimador para θ com base no modelo $E[u(y_{t+1}, \theta) | x_t]$ é definido através dos termos $u_T(x_t, \theta)$ e $V_T(x_t, \theta)$, os quais dependem de um kernel para os instrumentos, sendo o segundo termo, a matriz ponderada óptima.

O estimador DL é denominado de “integrated regression function-type estimator”. Parte da construção de um continuum de restrições de momento não condicionais,

³⁰ Hsu & Kuan (2011) mostram que no âmbito dos métodos de estimação de momentos condicionais foram desenvolvidos estimadores consistentes e eficientes, que ultrapassam o problema do pressuposto da identificação dos parâmetros assumido para a estimação não condicional, por via da geração de um continuum de momentos não condicionais que garantem a identificação dos parâmetros.

determinadas pelos instrumentos gerados a partir de uma função-indicador, e que são equivalentes às restrições de momento condicionais. A sua função objectivo é:

$$\hat{\theta}_{DL} = \arg \min_{\theta \in \Theta} \frac{1}{n^3} \sum_{l=1}^n \left(\sum_{t=1}^n h(Y_t, \theta) I(X_t \leq X_l) \right)^2 \quad (43)$$

Com h como a função conhecida (modelo EZW sem os instrumentos), Y_t como o vector que contém variáveis endógenas e exógenas e um número finito das mesmas com lags, θ como o parâmetro de interesse desconhecido, I como a função indicador e X_t como o vector que contém variáveis exógenas (instrumentos) e um número finito das mesmas com lags.

Assim, sem assumir a identificação global dos parâmetros nos momentos não condicionais, o estimador DL utiliza toda a informação acerca dos parâmetros contida nas restrições condicionais implicadas pelo modelo. Ao contrário de outros estimadores de momentos condicionais, o estimador DL é ainda apropriado para estimações de séries temporais e não requiere um parâmetro de smoothing arbitrariamente escolhido. É um estimador minimum-distance baseado numa função de regressão integrada, que utiliza toda a informação contida nas restrições condicionais do modelo.

Sob um determinado número de condições, os estimadores LGMM e DL são consistentes e com uma distribuição assintótica normal. As fórmulas das matrizes das variâncias-covariâncias podem ser obtidas em GO (2012) e DL (2004).

7.3. RESULTADOS OBTIDOS

De seguida apresentam-se os resultados das estimações efectuadas considerando os dois períodos amostrais e os 4 conjuntos diferentes de instrumentos utilizados, e por fim notas conclusivas e comparação com literatura.

Estes resultados têm como base os métodos Local GMM (2012) e DL (2004), métodos que permitem a estimação condicional (em vez da tradicional não condicional) de modelos definidos através de restrições de momento condicionais, como é o caso dos modelos C-CAPM e do EZW em particular.

Tabela 16 – Estimativas do modelo com LGMM e DL para a sub-amostra 1952-2001

| Instrumentos | Método | β | λ | γ |
|--------------|--------|-----------------|-----------------|---------------|
| Zhang | LGMM | 0,989 (0,00002) | -35,718 (2,249) | 0,994 (0,002) |
| | DL | 0,988 (0,00003) | -20,137 (0,296) | 0,879 (0,005) |
| SW | LGMM | 0,989 (0,00001) | -44,673 (2,038) | 1,004 (0,002) |
| | DL | 0,989 (0,00002) | -30,327 (0,565) | 1,034 (0,004) |
| Yogo | LGMM | 0,989 (0,00004) | -29,629 (2,027) | 0,971 (0,003) |
| | DL | 0,989 (0,00001) | -33,901 (0,172) | 1,020 (0,002) |
| CFL | LGMM | 0,990 (0,00001) | -53,448 (2,129) | 1,003 (0,001) |
| | DL | 0,989 (0,00001) | -13,067 (0,626) | 0,923 (0,012) |

Notas: LGMM – Local GMM e DL – Dominguez & Lobato. A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Os valores dos standard errors estão entre parênteses. Todos os valores são estatisticamente significativos (t-ratio fora do intervalo entre -2 e 2).

No que respeita aos resultados referentes à sub amostra salienta-se que as estimativas dos parâmetros se encontram, grosso modo, dentro dos valores aceitáveis do ponto de vista teórico. Em termos mais finos, e tendo como referência os valores do parâmetro que dá origem ao CRAR, salienta-se que não se encontram diferenças muito significativas entre os dois métodos aqui utilizados, embora o LGMM apresente resultados mais de acordo com a literatura em todos os casos e o DL em duas situações fique aquém. Os instrumentos que revelam mais adequação são os de Yogo e SW, sendo Zhang e CFL adequados mas com menos aderência para o método DL.

Assim, neste caso, pode-se definir o método LGMM como relativamente melhor e os instrumentos de Yogo e SW como relativamente mais interessantes para explicar os retornos dos activos.

Tabela 17 – Estimativas do modelo com LGMM e DL para a amostra 1952-2013

| Instrumentos | Método | β | λ | γ |
|--------------|--------|----------------|-----------------|---------------|
| Zhang | LGMM | 0,989 (0,0001) | -44,324 (1,614) | 1,016 (0,001) |
| | DL | 0,989 (0,0001) | -47,484 (0,629) | 1,005 (0,002) |
| SW | LGMM | 0,989 (0,0001) | -33,849 (1,524) | 1,029 (0,002) |
| | DL | 0,989 (0,0001) | -45,316 (0,646) | 1,043 (0,002) |
| Yogo | LGMM | 0,989 (0,0004) | -17,531 (1,502) | 1,018 (0,003) |
| | DL | 0,990 (0,0003) | -11,278 (0,664) | 1,240 (0,007) |
| CFL | LGMM | 0,990 (0,0001) | -34,035 (1,501) | 1,080 (0,004) |
| | DL | 0,989 (0,0001) | -5,862 (0,525) | 0,986 (0,019) |

Notas: LGMM – Local GMM e DL – Dominguez & Lobato. A composição dos instrumentos está descrita no ponto 4.1. Os valores dos standard errors estão entre parênteses. Todos os valores são estatisticamente significativos (t-ratio fora do intervalo entre -2 e 2).

Também no caso da amostra global se registam as mesmas conclusões gerais quanto à estimação dos parâmetros, ou seja, de forma geral permitem chegar a resultados adequados para os parâmetros de interesse.

Contudo numa análise mais fina, e sempre mantendo o CRAR como referência, salienta-se que num caso o método LGMM e em duas situações o DL revelam, em termos relativos, menor adequabilidade. Neste caso da amostra global os instrumentos de Zhang e SW são os mais interessantes.

No geral, nota-se ainda que as estimativas são todas relativamente próximas, revelando que os dois métodos - LGMM e DL - se aproximam bastante em termos de outputs gerados.

Atendendo à comparação entre estimações para os dois períodos amostrais, não se conclui por nenhuma preponderância em termos do parâmetro λ , ou seja não se verifica um padrão em que este parâmetro seja maior quando se considera a amostra integral, como na aplicação de métodos anteriores, levando a ponderar uma maior aversão ao risco pelos agentes económicos após 2001.

De facto, o CRAR sobe no caso dos instrumentos de Zhang, desce em Yogo e CFL e é inconclusivo para SW.

Quanto à EIS, em ambos os casos amostrais oscila em torno da unidade como seria expectável.

À luz destas estimativas, o CRAR e a EIS assumem valores bastante plausíveis e que estão de acordo com o previsto na teoria, com valores para o CRAR entre 0,684 e 3,436, e para a EIS com valores em torno da unidade.

Desta forma, releva-se assim, também com estes métodos (Local GMM e DL, 2004), considerados mais consistentes e eficientes para estimação de modelos com momentos condicionais, o interesse do modelo EZW para explicar a evolução e pricing dos activos, bem como para a resolução dos puzzles EPP e RFRP.

7.4. STOCHASTIC DISCOUNT FACTORS: RELAÇÃO COM CICLOS ECONÓMICOS, POLÍTICA PÚBLICA E COM INVESTIMENTOS EM ACTIVOS FINANCEIROS

Considerando as restrições de momento condicionais como o melhor método (ver justificação atrás sobre as vantagens do mesmo), procede-se aqui à representação gráfica dos SDF's estimados para as duas amostras, considerando neste caso apenas o conjunto de instrumentos de Zhang³¹.

O SDF, também designado por taxa marginal de substituição intertemporal do consumo, é o rácio descontado entre a utilidade marginal futura e a utilidade marginal presente³². Representa a taxa marginal pela qual um investidor está disposto a trocar consumo presente e futuro, mantendo a utilidade esperada ao longo do tempo.

O SDF permite relacionar os preços dos activos com a utilidade dos consumidores, ou seja, com a medida do seu consumo de bens e serviços. É mais elevado em períodos de recessão (quando o consumidor antecipa redução no consumo, a utilidade marginal associada é mais elevada, e assim o ratio entre a utilidade marginal de consumo futuro e consumo presente aumenta) e, por conseguinte, é mais baixo em períodos de crescimento.

Atendendo a Romer (2006), o consumo e investimento são cruciais para o crescimento e flutuações de curto prazo, ou seja, determinam os ciclos económicos (a ligação entre os modelos de avaliação de activos e a economia real é aqui evidente). Se por um lado, os mercados financeiros afectam a economia por via do consumo e investimento, estas duas variáveis, por outro, também têm importantes efeitos na evolução dos mercados.

Para Romer, segundo a hipótese do rendimento permanente, o consumo é afectado não só pelo rendimento presente, mas também pelo rendimento esperado ao longo da vida (incerto por natureza). Assim, os consumidores/investidores, poupam (precautionary saving) no sentido de alisar esse consumo, mantendo uma utilidade esperada constante.

³¹ Optou-se por este conjunto de instrumentos visto a referência base ser este autor e ser um dos conjuntos mais interessantes quando analisada a amostra integral. Os instrumentos podem ser identificados no ponto 4.1. Não se considera que a escolha deste conjunto em detrimento de outros altere a análise e conclusões subsequentes.

³² Ver capítulo 2.2. sobre SDF's.

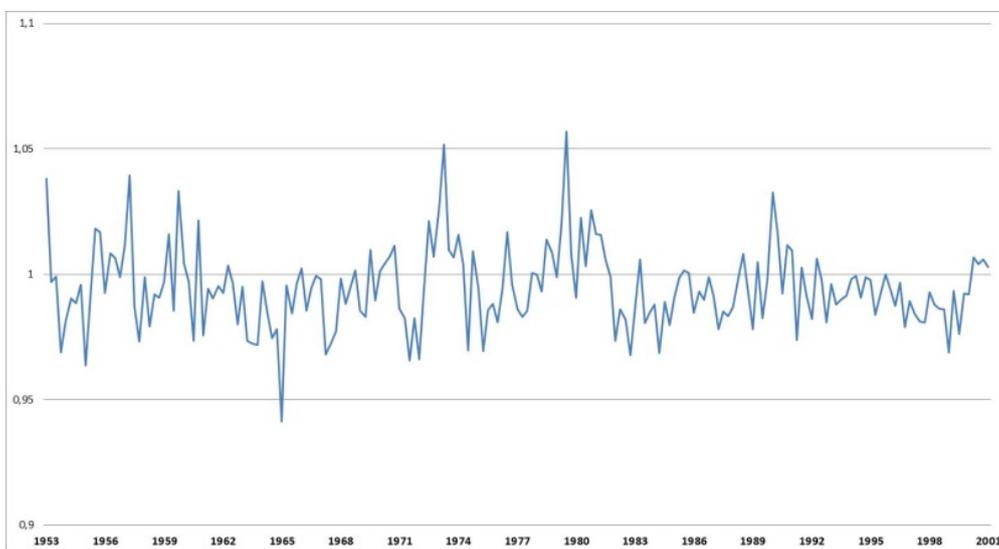
Se considerarmos ainda CFL (2013), a ligação entre SDF's, prémio de risco e ciclos económicos é evidente. Partindo da estimação dos SDF's, estes autores produzem duas análises: relacionam SDF's estimados com a taxa de crescimento do PIB real, e relacionam o prémio de risco de mercado com a taxa de crescimento do PIB real.

No que respeita ao primeiro caso, concluem que nos períodos de recessão (conforme determinado pelo NBER³³), quando o PIB decresce, o SDF aumenta, apresentado as variáveis uma correlação negativa de 0,26. Ou seja, o SDF tem uma clara componente contra cíclica, subindo nas recessões e descendo nos períodos de crescimento.

No segundo caso, comparam o prémio de risco de mercado com a taxa de crescimento do PIB real. Tal como no caso acima, também aqui o prémio de risco é fortemente contra cíclico, com uma correlação negativa entre as variáveis de 0,16.

Foram calculadas as correlações dos SDF's estimados nesta tese com a variação do PIB real, e os resultados estão na linha dos encontrados por CFL (2013), nomeadamente correlações negativas de 0,15 e 0,12, no caso dos SDF's estimados pelo método DL e LGMM, respectivamente, e considerando a amostra completa.

Figura 5 – SDF's para a sub-amostra com base no estimador DL



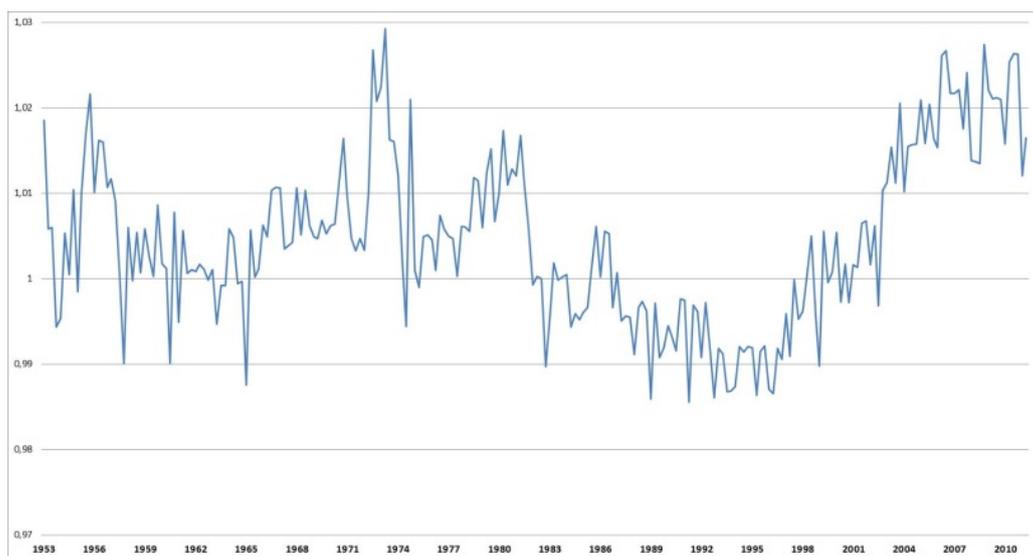
Para a sub-amostra com aplicação do método DL, o SDF varia, exceptuando 3 períodos, grosso modo, entre 0,95 e 1,05, ou seja, em geral com uma amplitude de variação de

³³ O National Bureau of Economic Research, entidade não oficial que declara tecnicamente as recessões nos EUA, não define uma recessão em termos de dois trimestres consecutivos de queda do PIB real. A recessão, segundo o NBER, é uma quebra generalizada na actividade por toda a economia, durando mais que alguns meses, normalmente visível no PIB real, rendimento real, emprego, produção industrial e vendas a retalho. A recessão entre 2008 e meados de 2009 foi a mais longa de sempre - 18 meses, mais que as de 1973-75 e 1981-82, ambas com 16 meses.

0,10. Apenas atinge 1,05 em dois períodos dos anos 70. A média do SDF para esta amostra é 0,994. Este valor de média para o SDF vem em linha com os valores referidos em Campbell et al (1997) e Cochrane (2005).

Os valores observáveis mais elevados, até ao ano 2001, são em períodos de recessão, conforme decretado pelo NBER, grosso modo, nos anos 1953, 1957, 1960, 1970, 1973, 1980, 1990 e 2001.

Figura 6 – SDF's para a amostra completa com base no estimador DL



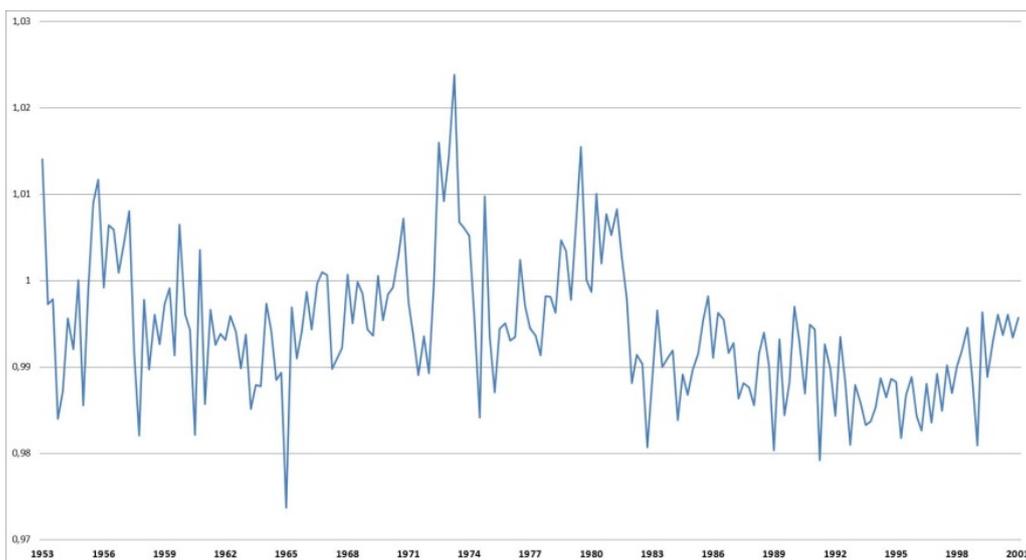
No caso da amostra integral aplicando o estimador DL, a variação do SDF encontra-se na banda entre 0,98 e 1,03, ou seja, uma amplitude de 0,05. A média do SDF é 1,004.

Saliente-se o período após 2001 onde o SDF estimado está quase sempre acima da unidade, com uma amplitude observada que ronda os 0,03, e ainda o caso particular a partir de 2004, em que o SDF está acima de 1,01 com uma amplitude de variação de apenas 0,02. Pode-se concluir que após 2001, os investidores apresentam em média um SDF (taxa marginal de substituição de consumo) mais elevado, fruto de maior incerteza associada ao rendimento esperado.

A partir de 2008 o SDF regista valores ainda mais elevados, como expectável num período de recessão (crise do sub-prime em 2008 e crise das dívidas soberanas europeias em 2011), com maior propensão dos consumidores para efectuarem poupança e exigirem um maior prémio de risco para investirem em acções³⁴.

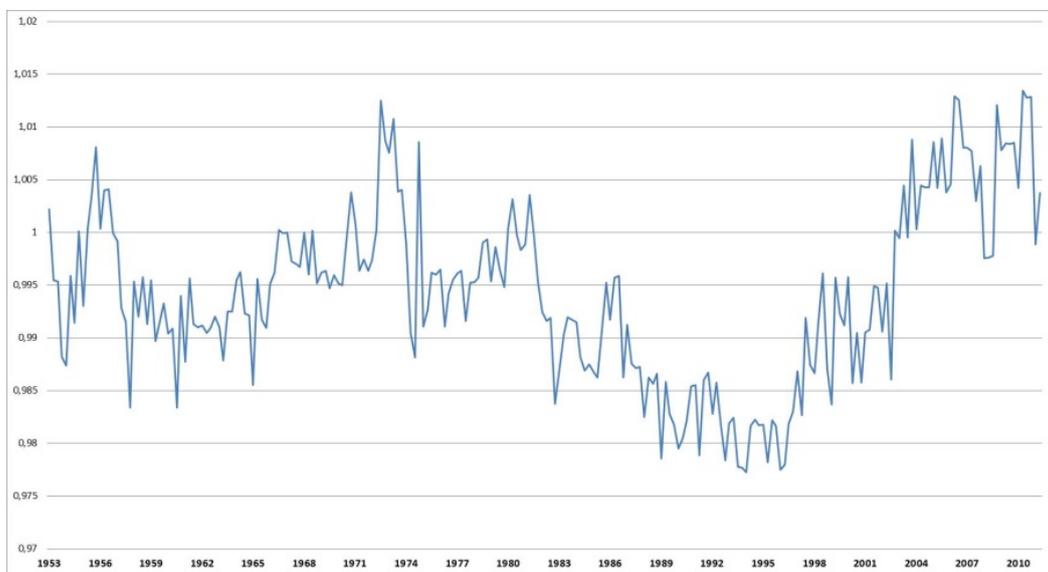
³⁴ Refira-se aqui o índice de volatilidade VIX, que obteve níveis máximos em 2008 e 2011, anos em que os SDF's atingiram valores elevados. Criado pela Chicago Board Options Exchange, é uma métrica que avalia o nível de risco/incerteza nos mercados. No caso

Figura 7 – SDF's para a sub-amostra com base no estimador LGMM



No caso do estimador LGMM, para a sub-amostra, o SDF varia entre 0,98 e 1,02, com uma amplitude de 0,04, excepto no caso de 2 períodos, sendo um deles verificado nos anos 70 quando ultrapassa o valor 1,02. A média é 0,994.

Figura 8 – SDF's para a amostra completa com base no estimador LGMM



Para a amostra integral, com o estimador LGMM, o SDF varia na banda entre 0,975 e 1,015 – revelando uma amplitude de 0,04 e uma média de 0,994. Tal como no caso do estimador DL, também no caso da amostra integral o SDF estimado se encontra tendencialmente acima da unidade, mas aqui apenas após 2004, situando-se, grosso

particular do SP500, mede a volatilidade implícita no SP500 Options e, assim, é considerado um indicador da volatilidade futura do SP500 nos próximos 30 dias. Attingiu valores máximos em 2008, com 80,86 pts, e em 2011, com 45 pts.

modo, entre 1 e 1,015. Também neste caso, após 2001, o SDF apresenta uma média mais elevada. A relação entre SDF/prémio de risco de mercado e os ciclos económicos mantém-se, tal como no caso do método anterior para a amostra integral.

Em conclusão, como se verifica, o aumento dos SDF (taxa marginal de substituição do consumo futuro pelo presente), está associado a períodos de baixa nos ciclos económicos, pois os SDF reflectem as *precautionary savings* realizadas pelos consumidores perante incerteza quanto ao rendimento, adiando consumo (poupando e investindo em activos) para quando o consumo marginal for mais valorizado, e assim mantendo a utilidade associada, independente do ciclo.

No que concerne a implicações no âmbito da política pública, retém-se o trabalho de Attanasio e Weber (2010). Estes autores relacionam as variáveis consumo e poupança com os modelos intertemporais de afectação de recursos e as suas implicações para a política pública.

Para tal, partem do modelo do ciclo de vida do consumo e do rendimento permanente³⁵. Estes modelos apresentam uma consistência teórica, visto que o consumo intertemporal e as decisões de poupança/investimento são tomadas no âmbito de um problema de optimização, concluindo-se que os consumidores, no óptimo, querem manter uma utilidade constante ao longo da vida.

Contudo a equação de optimização (equação de Euler) não nos fornece uma função consumo, logo a relação entre os modelos de ciclo de vida do consumo/rendimento permanente e o desenho e avaliação de políticas públicas não é claro, não permitindo calcular efeitos de choques com origem em medidas de política, no alisamento do consumo e poupança.

Segundo estes dois autores, esta linha de investigação ainda está no início, mas a recessão de 2008 permitiu perceber um pouco melhor este fenómeno, com base em medidas tomadas em Inglaterra. Por exemplo, estudou-se, perante uma redução temporária de impostos indirectos, qual o efeito no consumo, em particular nos bens

³⁵ Estes modelos são intrinsecamente dinâmicos pois as decisões dependem das variáveis futuras e estas dependem do comportamento de todos os agentes da economia, havendo assim uma dificuldade para determinar valores de equilíbrio. Outro problema relacionado com estes modelos é ao nível da informação dos agentes, como a selecção adversa e risco moral, na escolha dos investimentos feitos para alisar o consumo. Por último, as fricções e imperfeições no mercado são muito importantes para perceber melhor a relação entre choques derivados de medidas de política e efeitos no consumo e poupança.

duráveis, e como varia este efeito, quando esta diminuição do imposto é uma resposta a um aumento de incerteza na economia.

Outro aspecto que importa reter, são as implicações no âmbito das estratégias de investimento em activos financeiros, que os modelos do tipo C-CAPM podem introduzir. Embora não seja um dos objectivos desta tese, a ligação entre os modelos C-CAPM, como os vários referenciados ao longo deste trabalho, e um novo paradigma para a gestão de activos, é uma nova área a considerar.

No âmbito dos modelos C-CAPM, a optimização da utilidade do consumidor implica reter a covariância entre a rentabilidade dos activos e o consumo. Quanto maior a covariância, maior o prémio de risco exigido, como de resto no caso do modelo CAPM tradicional, onde maior covariância com o mercado implica maior risco e prémio associado.

No quadro tradicional, os investidores decidem com base no binómio rentabilidade/risco, considerando a relação entre a rentabilidade do activo específico e a do mercado, escolhendo, por exemplo, entre small, mid e large caps, e entre growth e value caps, e ainda definindo o seu perfil do investidor (conservador, moderado ou agressivo), procurando fazer o match entre o portfolio e o perfil de risco, para a melhor rentabilidade possível.

No quadro dos modelos C-CAPM, a razão de poupar/investir está relacionada com a necessidade de manter níveis futuros de consumo e utilidade aceitáveis em momentos de recessão. A decisão é baseada na covariância entre a rentabilidade dos activos e do crescimento do consumo/evolução da economia real (procurando manter a utilidade do consumo constante ao longo da vida, escolhendo activos que mitiguem descidas de consumo). No limite a escolha dos activos está directamente relacionada com as escolhas de consumo do investidor, desenhando um portfolio relevante para o agente.

Em termos de estratégia de investimento em activos financeiros pelos consumidores/investidores, refira-se, assim, que o aparecimento de modelos baseados no consumo representam uma alteração de paradigma.

7.5. CONCLUSÕES E COMPARAÇÃO COM LITERATURA

Os métodos LGMM (2012) e DL (2004) são relativamente difíceis de implementar em termos empíricos e computacionalmente intensivos quando aplicados a modelos não lineares, como é o caso do modelo EZW, o que tem levado a uma escassa utilização nos trabalhos empíricos apesar do seu interesse teórico.

Assim, os resultados apresentados em 7.3, quanto à validade do modelo e estimativas dos parâmetros de interesse e do CRAR e EIS, devem ser entendidos e lidos à luz deste facto, e serem também uma possibilidade de validação dos resultados alcançados nos capítulos empíricos anteriores.

Contudo, realça-se, comparando com Zhang (2006) e com os resultados dos capítulos 5 e 6 (com aplicação do GEL e Kleibergen), que estes resultados fruto da aplicação de procedimentos recentes de estimação para restrições de momento condicionais, confirmam em geral as conclusões obtidas, demonstrando a utilidade do modelo EZW no âmbito dos modelos C-CAPM como solução para explicar o comportamento dos activos e ultrapassar os puzzles.

Neste capítulo evidenciou-se ainda a relação dos SDF's (taxas marginais de substituição de consumo), estimados pelo método condicional, com os ciclos económicos, as implicações para a política pública e a relação dos modelos C-CAPM com as estratégias de investimento em activos financeiros.

8. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES GERAIS

Verificou-se, nas últimas décadas, uma grande evolução nos modelos Consumption-based Asset Pricing, como a revisão da literatura permite aferir. Para contrapor ao modelo standard C-CAPM/CRRA do agente representativo com função utilidade do tipo potência, temos agora vários quadros teóricos alternativos, como os modelos do tipo Habit Formation (salientando-se aqui o modelo desenvolvido por Campbell e Cochrane em 1999, onde a utilidade é derivada da diferença entre o consumo e o nível de subsistência, e tendo como vantagem em relação ao CRRA evitar o risk free rate puzzle e a aversão ao risco variar com o nível de consumo, enquanto no CRRA é constante), o modelo do tipo recursivo Epstein-Zin-Weil (1989, 1991), que agrega a utilidade corrente e o valor esperado da utilidade futura, introduzindo uma nova variável para a explicação dos returns, além do consumo - a variável riqueza - e ainda o modelo LRR desenvolvido inicialmente por Bansal e Yaron (2004), e que a partir das preferências do tipo recursivo modeliza a dinâmica de crescimento do consumo e dos dividendos.

Contudo, ainda nenhum modelo desta classe C-CAPM é consensualmente aceite como explicando todas as características dos dados, nomeadamente a relação entre consumo e os retornos dos activos (ao contrário dos modelos lineares, onde o standard CAPM - e suas evoluções - é aceite como referência no estudo do comportamento dos activos financeiros).

No âmbito deste trabalho, e utilizando o modelo EZW, considerado mais interessante, pois permite separar o Coeficiente Relativo de Aversão ao Risco (CRAR) da Elasticidade Intertemporal de Substituição (EIS) do consumo - não havendo nenhuma razão económica para serem estimados em conjunto - estudou-se a adequabilidade empírica do mesmo na explicação dos retornos dos activos e variação do consumo, atendendo à importância da resolução dos puzzles relacionados com o Equity Premium (este derivado dos valores estimados para o CRAR serem demasiado elevados e implausíveis) e com o activo sem risco (este derivado dos valores estimados para a EIS serem demasiado baixos e implicarem uma elevada e implausível taxa de juro sem risco).

Para tal, partiu-se do trabalho de Zhang (2006), que estimou o modelo EZW considerando o cálculo do portfólio óptimo (incluindo o capital humano como referido em 3.3.4) em detrimento da utilização do portfólio de mercado como proxy (indo, assim, ao encontro do preconizado na crítica de Roll) e ainda, que considerou a existência de weak identification, estimando os parâmetros do modelo por intervalos, de acordo com os S sets originários no trabalho de SW (2000).

Assim, em termos empíricos foram definidos os seguintes três objectivos interligados: estimar o modelo EZW conforme Zhang mas introduzindo métodos de estimação GEL, comparando assim com o GMM, estimar o modelo EZW por intervalos, utilizando a estatística de Kleibergen (2005) por contraponto à estatística S de SW (2000) e, por último, estimar o modelo EZW considerando procedimentos econométricos recentes, relacionados com restrições de momento condicionais, por contraponto à estimação tradicional não condicional.

A utilização destes métodos para a estimação do modelo recursivo EZW é o principal contributo adicional à literatura e justificam-se, em linhas gerais, porque o GEL apresenta melhores propriedades do que o GMM para amostras finitas, a estatística K não depende do número de condições ao contrário da S, e os métodos conditional porque não excluem informação contida nos modelos teóricos³⁶ quando da estimação.

Na elaboração do trabalho empírico aplicaram-se, assim, três métodos distintos de estimação e inferência estatística, a duas amostras, uma parcial até 2001 no sentido de comparar com o trabalho de Zhang, e outra actualizada até 2013. Consideraram-se quatro conjuntos de instrumentos com origem nos trabalhos de Zhang (2006), SW (2000), Yogo (2004) e CFL (2013), os mais relevantes nesta literatura³⁷.

Em termos de resultados, as estimações do modelo EZW com recurso ao método GEL, confirmam a pertinência do modelo conforme Zhang (2006), em especial nos casos da utilização dos instrumentos de Yogo e Zhang, evidenciando-se a significância estatística dos modelos estimados e, à luz da literatura, valores plausíveis para o CRAR e a EIS, em geral abaixo de 10 e em torno da unidade, respectivamente, ou seja, com

³⁶ As propriedades destes métodos podem ser vistas ao longo dos capítulos 5, 6 e 7.

³⁷ A identificação e descrição dos instrumentos pode ser vista no capítulo 4.

investidores moderadamente avessos ao risco e com uma preferência, tendencialmente, por consumo presente em detrimento de consumo futuro, resolvendo assim os puzzles.

O conjunto de instrumentos com origem em SW (2000) é o que revela, em geral, menor interesse em termos de estimativas dos parâmetros e validação estatística do modelo.

Os valores aqui estimados para o CRAR e EIS estão ainda em sintonia com os apresentados no trabalho de Bansal e Yaron (2004), Bansal, Yaron e Kiku (2012) e Beeler e Campbell (2012), no âmbito dos modelos LRR, que utilizam como base o modelo EZW aqui estudado.

No âmbito da estimação por intervalos, com recurso à estatística de Kleibergen (2005) por contraponto à S, os resultados foram no mesmo sentido, com as estimações a revelarem a pertinência do modelo EZW com o portfolio da riqueza calculado, em especial para os instrumentos de Yogo, e os instrumentos de SW a revelarem-se novamente pouco adequados. Também aqui os valores estimados para o CRAR e EIS resolvem os puzzles referidos.

Quanto às estimações que consideram restrições de momento condicionais, conclui-se que confirmam os resultados dos métodos anteriores, apesar de serem métodos difíceis de aplicar face à não linearidade acentuada do modelo estudado. A utilização do método conditional, considerado como melhor (ver ponto 7.1), permite as seguintes conclusões: as estimativas são estatisticamente significativas, os conjuntos de instrumentos de Yogo e Zhang (para a amostra integral) mostraram-se relativamente melhores, mas neste caso também o conjunto de instrumentos de SW se revelou interessante (no caso da amostra até 2001). Os valores encontrados para o CRAR (entre 0 e 3) e para a EIS estão de acordo com a resolução dos puzzles.

No quadro das restrições de momento condicionais procedeu-se ainda à análise dos valores estimados para os SDF's – também designados por taxa marginal de substituição do consumo – comparando-os com a evolução dos ciclos económicos. Concluiu-se que em períodos de recessão os SDF's estimados aumentam, em linha com as conclusões de CFL (2013).

Esta situação tem explicação nas denominadas precautionary savings, que os agentes económicos efectuam perante a incerteza quanto ao rendimento futuro. Na verdade,

adiam consumo (por via da poupança e do investimento em activos, escolhendo aqueles que apresentem menor covariância com a evolução do consumo, reduzindo o risco sistémico) para o momento em que este é mais valorizado, ou seja, onde se verifica uma utilidade marginal do consumo maior. Da análise feita à evolução dos SDF's e da taxa de crescimento do PIB em termos reais, ao longo do período, sobressai uma correlação negativa evidente, nomeadamente nos anos declarados recessivos pelo NBER. Mais recentemente, este fenómeno é ainda evidente na crises do sub-prime em 2008 e das dívidas soberanas em 2011.

Outro prisma a considerar em termos de conclusões, tem a ver com os resultados quando usadas as duas amostras³⁸. Assim, de forma mais evidente, sobressai, da aplicação dos métodos GEL, uma estimativa do CRAR maior quando utilizada a amostra integral (com inclusão dos anos após 2001 e até 2013), podendo indiciar maior aversão ao risco dos agentes representativos quando incluídos os dados que reflectem a crise do sub-prime de 2008 e das dívidas soberanas europeias de 2011.

Em resumo, com a utilização inovadora de três métodos econométricos distintos e com a aplicação em quatro conjuntos diferentes de instrumentos e dois períodos amostrais, mostra-se que o modelo recursivo do tipo EZW, com cálculo do portfólio da riqueza conforme Zhang (2006), é relevante na explicação do valor dos activos financeiros, bem como na resolução do equity premium e risk free rate puzzles, com valores plausíveis do ponto de vista teórico para o CRAR e a EIS do consumo.

Como pistas para futuros trabalhos, aponta-se a análise com base em métodos econométricos apropriados da quebra de estrutura referida; e o estudo comparativo com outros modelos teóricos, lineares e não lineares, como o standard CAPM, FF3 com e sem Momentum, CRRA, LRR e Habit Formation, usando, por exemplo, o método HJ-distance, conforme CFL (2013).

Outras linhas diferentes a explorar poderão ser as relacionadas com o aprofundamento da relação SDF's versus ciclos económicos e as implicações de política económica, bem como a aplicação de modelos do tipo C-CAPM na gestão de activos.

³⁸ Ao longo dos capítulos 5, 6 e 7 foram sendo referidas de forma mais aprofundada diferenças para as duas amostras, nomeadamente quanto à maior ou menor adequação dos vários conjuntos de instrumentos.

BIBLIOGRAFIA

- Abel, A.B. (1990), “Asset Prices under Habit Formation and Catching Up with the Joneses”, *American Economic Review*, vol. 80, no. 2 (May), pp. 38–42.
- Anatolyev, S. (2005), "GMM, GEL, Serial Correlation, and Asymptotic Bias", *Econometrica*, Econometric Society, vol. 73(3), pages 983-1002.
- Anatolyev, S. & Gospodinov, N. (2011), “Methods for Estimation and Inference in Modern Econometrics”, *Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group*, Florida.
- Asness, C., Moskowitz, T. & Pedersen, L. (2013), “Value and momentum everywhere”, *The Journal of Finance*, 68 (3), 929-985.
- Attanasio, O. & Weber, G. (2010), “Consumption and Savings: Models of Intertemporal Allocation and their implications for Public Policy”, NBER Working Papers Series, N°15756.
- Bansal, R. & Yaron, A. (2004), "Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles", *Journal of Finance*, American Finance Association, vol. 59(4), pages 1481-1509, 08.
- Bansal, R., Kiku, D. & Yaron, A. (2012), “An Empirical Evaluation of the Long-Run Risks Model for Asset Prices”, *Critical Finance Review*, 1: 183–221.
- Beeler, J. & Campbell, J. (2012), “The Long Run Risks Model and Aggregate Asset Prices: An Empirical Assessment”, *Critical Finance Review*, 1: 141–182.
- Breeden, D. (1979), “An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities”, *Journal of Financial Economics*, 7 (3), 265-296.
- Campbell, J. (2000), “Asset Pricing at the Millenium”, *Journal of Finance*, vol. 55, no. 4 (Agosto), pp. 1515-1567.
- Campbell, J. (2003), Consumption-Based Asset Pricing, Chapter 13, in *Handbook of the Economics of Finance*, Volume 1B, North Holland

- Campbell, J.Y. & Cochrane, J.H. (1999), “By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior”, *Journal of Political Economy*, vol. 107, no. 2 (April), pp. 205– 251.
- Campbell, J, Lo, A. & Mackinley, A. (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press
- Chen, X. & Ludvigson, S. (2009), “Land of Addicts? An Empirical Investigation of Habit based Asset Pricing Models”, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 24, nº7, 2009.
- Chen, X., Favilukis, J. & Ludvigson, S. (2013), "An Estimation of Economic Models with Recursive Preferences", *Quantitative Economics*, Vol. 4, No. 1 (Março), pp. 39-83
- Cochrane, J. (2005), *Asset Pricing (Revised Edition)*, Princeton University Press
- Cochrane, J. (2008), *Financial Markets and the Real Economy*, Handbook of the Equity Risk Premium, Elsevier BV.
- Cochrane J. (2011), “Presidential Address: Discount Rates”, *Journal of Finance*, vol. 66, no. 4 (Agosto), pp. 1047-1109.
- Constantinides, G.M (1990) “Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle”, *Journal of Political Economy*, 98, 3, pp.519-543.
- Constantinides, G.M. (2002), “Rational Asset Prices”, *Journal of Finance* 57(4), pp. 1567-1591.
- Constantinides, G. M. & Duffie, D. (1996), “Asset Pricing with Heterogeneous Consumers”, *Journal of Political Economy* 104, 2, pp.219-240.
- Constantinides, G.M., Donaldson, J.B. & Mehra R. (2002), “Junior Can’t Borrow: A New Perspective on the Equity Premium Puzzle”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 117, no. 1 (February), pp. 269-296.
- Damodaran, A. (2015), *Equity Risk Premiums: Determinants, Estimation and Implications – The 2015 Edition*", *Stern School of Business, NYU*.
- Dominguez M. e Lobato I. (2004), “Consistent Estimation of Models Defined by Conditional Moment Restrictions”, *Econometrica*, Vol. 72, No. 5 (Sep., 2004), pp. 1601-1615.
- Epstein, L.G. & Zin, S. (1989), “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework”, *Econometrica*, Vol. 57, Nº4 (Julho), 937-969.

- Epstein, L. & Zin, S. (1991), "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset returns: An Empirical Analysis", *The Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 2 (April, 1991), pp. 263-286.
- Fama, E. F. & French, K.R. (1993), "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics*, 33, pp 3 - 56.
- Fama, E. F. & French, K.R. (1996), "Multifactor explanations of Asset Pricing Anomalies" *Journal of Finance*, 51(1), pp 55 - 84.
- Fama, E. & French, K. (2012), "Size, value, and momentum in international stock returns", *Journal of Financial Economics*, 105 (3), pp 457-472.
- Gabriel, V. & Martins, L. (2010) "The Cost Channel Reconsidered: A Comment Using an Identification Robust Approach", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 42(8), pp. 1703-1712, December.
- Gospodinov, N. & Otsu, T. (2012) "Local GMM estimation of time series models with conditional moment restrictions", *Journal of Econometrics*, 170, pp. 476-490.
- Hansen, L.P. (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators," *Econometrica*, 50, 1029-1054.
- Hansen, L. P., Heaton, J. & Yaron, A. (1996), "Finite-Sample Properties of Some Alternative GMM Estimators", *Journal of Business & Economic Statistics*, American Statistical Association, vol. 14(3), pages 262-80, July.
- Hansen, L.P. & Singleton, K.J. (1982), "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica*, 50, 1269-1286.
- Hansen, L. P. & Singleton, K. (1996), "Efficient Estimation of Linear Asset-Pricing Models with Moving Average Errors", *Journal of Business & Economic Statistics*, American Statistical Association, vol. 14(1), pp 53-68.
- Hsu, S. & Kuan, C. (2011), "Estimation of conditional moment restrictions without assuming parameter identifiability in the implied unconditional moments", *Journal of Econometrics*, 165.1 (2011): 87-99.
- Hyde, S. & Sherif, M. (2005), "Consumption Asset Pricing Models: Evidence from the UK", *The Manchester School*, Vol.73, N°3, June, 343-363.
- Hyde, S., Cuthbertson, K. E Nitzsche, D. (2005), "Resuscitating the C-CAPM: Empirical Evidence from France and Germany", *International Journal of Finance and Economics*, Vol. 10, 337-357.

- Jagannathan, R. & Wang, Z. (1996), "The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns," *Journal of Finance*, American Finance Association, vol. 51(1), pages 3-53, March.
- Kitamura Y., Tripathi G., Ahn H. (2004), "Empirical Likelihood-Based Inference in Conditional Moment Restriction Models", *Econometrica*, Vol. 72, No. 6 (Nov., 2004), pp. 1667-1714.
- Kitamura, Y. (2006), "Empirical Likelihood Methods in Econometrics: Theory and Evidence", WP, Yale University.
- Kleibergen, F. (2005) "Testing Parameters in GMM without assuming that they are identified", *Econometrica*, 73, 1103-1124.
- Kreps, D. & Porteus, L. (1978), "Temporal Resolution of Uncertainty and Dynamic Choice Theory," *Econometrica*, Econometric Society, vol. 46(1), pages 185-200, January.
- Lettau, M. e Ludvigson, S. (2009), "Euler Equation Errors", *Review of Economic Dynamics*, 12(2): 255-283.
- Lucas, R. (1978) "Asset Prices in an Exchange Economy", *Econometrica*, Vol. 46, No. 6, pp. 1429-1445.
- Ludvigson, S. (2013) "Advances in Consumption-Based Asset Pricing: Empirical Tests." Forthcoming in the Handbook of the Economics of Finance, e.d. by George M. Constantinides, Milton Harris and Rene M. Stulz, vol. 2, Elsevier Science B.V., North Holland, Amersterdam.
- Lucas, R. E. (1978), "Asset prices in an exchange economy". *Econometrica* 46: 1429–1445.
- Martins, L. (2009) "Empirical Likelihood Methods as an Alternative to Generalized Method of Moments" *Temas em Métodos Quantitativos*, ISCTE Business School, Departamento de Métodos Quantitativos.
- Martins, L. & Gabriel, V. (2009) "New Keynesian Phillips Curves and potential identification failures: A Generalized Empirical Likelihood analysis", *Journal of Macroeconomics*, Elsevier, vol. 31(4), pages 561-571.
- Mehra, R. (2012) "Consumption based Asset Pricing Models", *Annual Review of Financial Economics*, 4: 385-409.
- Mehra, R. & Prescott, E. (1985), "The Equity Premium: A Puzzle", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 15, pp. 145–161.

- Mehra, R. & Prescott, E. (2003), “The Equity Premium in Retrospect”, in G.M. Constantinides, M. Harris, and R.M. Stulz (Eds.), *Handbook of the Economics of Finance: Volume 1B Financial Markets and Asset Pricing*. Amsterdam: Elsevier.
- Mehra, R. & Prescott, E. (2008) “The Equity Premium: ABC’s”, *Handbook of the Equity Risk Premium*, ed. R. Mehra, pages 1-36, Elsevier, Amesterdam.
- Newey, W & Smith, R. (2004), “Higher Order Properties of GMM and Generalized Empirical Likelihood Estimators”, *Econometrica*, Vol. 72, No. 1 (January), 219–255.
- Roll, R. (1977) “A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory”, *Journal of Financial Economics*, Volume 4, Issue 2, March, Pages 129-176.
- Romer, D. (2006) “Advanced Macroeconomics”, McGraw Hill.
- Shiller, R. (1982) “Consumption, Asset Markets and Macroeconomic Flutuations”, *Carnegie Mellon Conference Series on Public Policy* 17, 203-238.
- Shiller, R. (1984), “Stock Prices and Social Dynamics”, *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol. 1984, No. 2 (1984), pp. 457-510.
- Shiller, R. (2003), “From Efficient Markets Theory to Behavioral Finance”, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 17, No. 1 (Winter, 2003), pp. 83-104.
- Shiller, R. (2015), *Irrational Exuberance*, Princeton University Press.
- Stock, J. e Wright, J. (2000) “GMM with weak identification”, *Econometrica*, 68(5): 1055-1096.
- Stock, J., Wright, J. e Yogo, M. (2002) “A Survey of weak instruments and weak identification in GMM” , *Journal of Business & Economic Statistics, American Statistical Association*, October, 20(4): 518-529.
- Sylvain, S. (2014), “Does Human Capital Risk Explain the Value Premium Puzzle?”, Working Paper, University of Chicago, Department of Economics.
- The Royal Swedish Academy of Sciences (2013) “Understanding Asset Prices”, compiled by the Economic Sciences Prize Committee.
- Yogo, M. (2006) “A consumption-based explanation of expected stock returns.” *Journal of Finance*, 61(2): 539-580.
- Yogo, M. (2004) “ Estimating the Elasticity of Intertemporal Substitution When Instruments Are Weak” , *The Review of Economics and Statistics*, August, 86(3): 797-810.

- Weil, P. (1989), “The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle”,
Journal of Monetary Economics, N°24, 401-421.
- Zhang, Q. (2006), “Human Capital, Weak identification, and Asset pricing” ,
Journal of Money, Credit and Banking, June, 38(4): 873-899.